การคำนวณหาพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าขึ้นอยู่กับเวลาในวงจร RC ภายใต้แรงเคลื่อนไฟฟ้าแบบฟังก์ชันไซน์ยกกำลังสอง $\sin^2(\omega t)$

Calculation of the time-dependent energy in capacitor in RC circuit via electromotive force sine function $\sin^2(\omega t)$

อาทิตย์ หู้เต็ม

Artit Hutem

ภาควิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

Department of Science Education, Faculty of Science and Technology,

Phetchabun Rajabhat University

***Corresponding author E-mail: artithutem@pcru.ac.th**

(Received: July 14, 2024; Revised: November 4, 2024; Accepted: December 12, 2024)

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ในงานวิจัยนี้เพื่อแสดงวิธีการคำนวณหาค่าพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าขึ้นอยู่กับเวลาภายใต้แรงเคลื่อนไฟฟ้า $\varepsilon_m(t)=(\varepsilon_0/2)\sin^2(\omega t)$ ในวงจรไฟฟ้า RC ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้วิธีการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าแบบเคอร์ชอฟฟ์จัดรูปของสมการการไหลของประจุไฟฟ้าเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งแบบไม่เอกพันธ์ แล้วใช้วิธีการอินทิเกรตเพื่อคำนวณหาค่าประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลา นำประจุไฟฟ้าที่คำนวณได้ไปคำนวณหาค่าพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าขึ้นอยู่กับเวลา ซึ่งผลการคำนวณหาค่าพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าขึ้นอยู่กับเวลาจะแปรผันตรงกับค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้า และค่าความต้านทาน R_2

คำสำคัญ: ประจุไฟฟ้า, กระแสไฟฟ้า, พลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า

Abstract

This research purposed to represent the method of the time-dependent energy in capacitor under electromotive force $\varepsilon_m(t)=(\varepsilon_0/2)\sin^2(\omega t)$ in RC circuit. In this research, used the method of electrical circuit analysis using the Kirchhoff's law and the non-homogeneous first linear differential equation. The integration method was used to calculate the electrical charge. The results of calculation the time-dependent energy in capacitor value is directly proportional to the capacitor and resistance of R_2.

Keywords: Electric Charge, Current, Energy in Capacitor

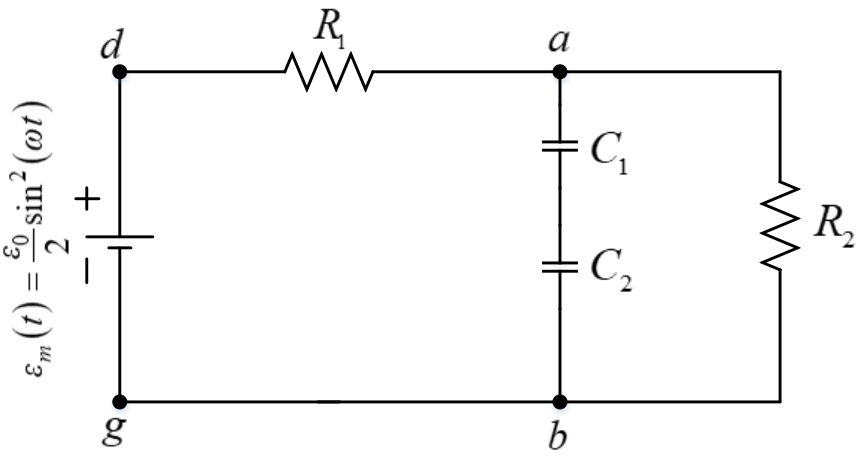
บทนำ

รายวิชาฟิสิกส์ 2 มีหัวข้อเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้ากระแสตรงได้กล่าวว่าอย่างง่ายประกอบด้วย ตัวต้านทานที่มีความต้านทาน R ต่อเข้ากับแหล่งกำเนิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่ให้ความต่างศักย์ ε กับวงจร [1] เช่น แบตเตอรี่ หรือแหล่งจ่ายไฟฟ้า (Power Supply) จากกฎของโอห์ม สามารถหากระแสไฟฟ้า I ที่ไหลในวงจรได้ [2] ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้แสดงวงจร RC เป็นวงจรที่นำตัวเก็บประจุมาต่อกับตัวต้านทานและแบตเตอรี่ และการใส่ประจุให้ตัวเก็บประจุ (Charging a Capacitor) สามารถทำได้โดยต่อวงจรดังภาพที่ 1 ต่อมามีงานวิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเรื่องการต่อวงจร RLC ซึ่งต่อกันแบบอนุกรมโดยใช้คณิตศาสตร์เรื่องวิธีทางสมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่สองแบบวรอนสเกียนเพื่อคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้า และขนาดของประจุไฟฟ้า และค่าพลังงานเหนี่ยวนำกระแสไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลา [5] [6] ในปี 2019 Ahammodullah Hasan และคณะได้แสดงวิธีการคำนวณหาประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลาในวงจร RLC ซึ่งต่อกันแบบอนุกรมโดยมีแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่ขึ้นอยู่กับเวลาเป็น $100\sin(60t)\,V.$ [3] [4] [8] โดยใช้คณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่สอง และแสดงผลประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลาในส่วนที่ไม่ขึ้นอยู่กับแรงเคลื่อนไฟฟ้า

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้เพื่อคำนวณหาค่าพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าขึ้นอยู่กับเวลา (Time-Dependent Energy in capacitor) ในวงจร RC และต่ออนุกรมกับภายใต้แรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลา $\varepsilon_m(t)=(\varepsilon_0/2)\sin^2(\omega t)$ ในวงจรไฟฟ้า RC ซึ่งตัวเก็บประจุไฟฟ้าต่อแบบอนุกรม โดยมีขั้นตอนการคำนวณ ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 โดยใช้กฎทางด้านกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Current Law, KCL) และกฎทางด้านแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Voltage Law, KVL) เพื่อหาประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลา ขั้นตอนที่ 2 นำประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลาซึ่งจากขั้นตอนที่ 1 มาคำนวณหากระแสไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลา และนำประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลามาคำนวณหาค่าพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าขึ้นอยู่กับเวลา เพื่อนำค่าพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าไปวิเคราะห์อัตราการคายประจุไฟฟ้า นำค่าพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าไปคำนวณค่าซาบซึมได้ของเนื้อสารที่นำมาสร้างแกนแท่งเหล็กที่สร้างเป็นหม้อแปลง Magnetic Amplifier-based Power Flow Controller

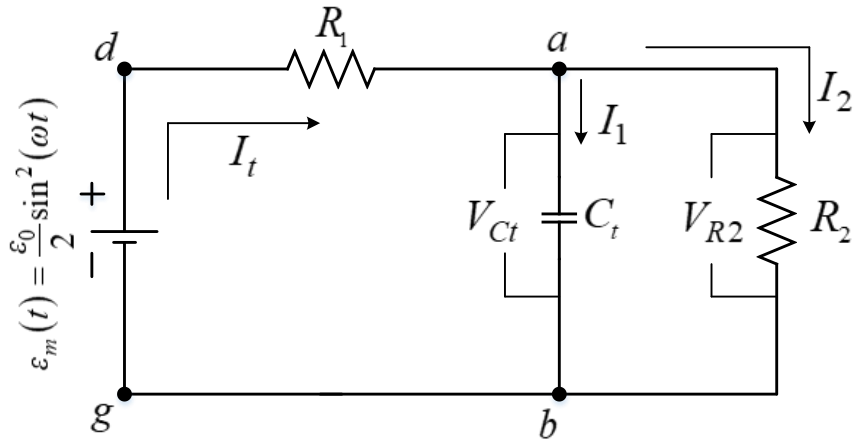
วิธีการดำเนินการวิจัย

ในงานวิจัยนี้แสดงวิธีการคำนวณหาค่าพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าขึ้นอยู่กับเวลาภายใต้แรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลา $\varepsilon_m(t)=(\varepsilon_0/2)\sin^2(\omega t)$ [8] ในวงจรไฟฟ้า RC ซึ่งตัวแปร ε_0 คือ ขนาดของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเริ่มต้น และ ω คือค่าความถี่เชิงมุม $\omega=2\pi f$ และ f เป็นค่าความถี่ของการสั่นประจุไฟฟ้า ในงานวิจัยนี้มีขั้นตอนการคำนวณ ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 ใช้กฎทางด้านกระแสไฟฟ้าและแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ เพื่อคำนวณหาประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลา ขั้นตอนที่ 2 นำประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลาที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 มาคำนวณหากระแสไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลา และนำประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลามาคำนวณหาค่าพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าขึ้นอยู่กับเวลา



ภาพที่ 1 วงจรไฟฟ้า RC ที่ถูกขับเคลื่อนด้วยแรงเคลื่อนไฟฟ้า $\varepsilon_m(t)=(\varepsilon_0/2)\sin^2(\omega t)$ ซึ่งมีตัวเก็บประจุไฟฟ้าต่อแบบอนุกรม

ซึ่งในงานวิจัยนี้เริ่มจากขั้นตอนที่ 1 คำนวณหาประจุไฟฟ้า $q_c(t)$ ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา ดังนั้นมีการกำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้า ภายในวงจรรอบลงปิด dabgd จากภาพที่ 1 ตัวเก็บประจุไฟฟ้ามีสองตัวต่อแบบอนุกรม จึงทำการหาค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้ารวมเป็น $C_t=(C_1C_2)/(C_1+C_2)$ [2] โดยที่ C_1 เป็นตัวเก็บประจุไฟฟ้าตัวที่ 1 ต่ออนุกรมกับ C_2 ตัวเก็บประจุไฟฟ้าตัวที่ 2 ดังนั้นภาพวงจร RC จึงสามารถเขียนได้ใหม่ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 วงจรไฟฟ้า RC ที่ถูกขับเคลื่อนด้วยแรงเคลื่อนไฟฟ้า $\varepsilon_m(t)=(\varepsilon_0/2)\sin^2(\omega t)$ ซึ่งมีตัวเก็บประจุไฟฟ้าต่อแบบอนุกรมมีค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้ารวมเป็น $C_t=(C_1C_2)/(C_1+C_2)$ [2]

กำหนดให้ q_c คือประจุไฟฟ้าที่ไหลเข้าตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่เวลา t ใด ๆ จากวงจรภาพที่ 1 ความต่างศักย์ที่ตกคร่อมค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้ารวม C_t มีค่าเท่ากับความต่างศักย์ที่ตกคร่อมตัวต้านทาน R_2 จะได้ $V_{Ct}=V_{R2}$ [5]

$$\frac{q_c}{C_t}=I_2R_2 \text{ และ } I_2=\frac{q_c}{C_tR_2} \qquad (1)$$

กำหนดให้ I_1 คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลออกจากจุด node a ผ่านตัวเก็บประจุไฟฟ้ารวม C_t ต่อมา I_2 คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลออกจากจุด node a ผ่านตัวต้านทาน R_2 จากกฎทางด้านกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์

(Kirchhoff's Current Law, KCL) จุด node a กระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้า node จุด a เท่ากับกระแสไฟฟ้าที่ไหลออกจากจุด a ได้กระแสไฟฟ้ารวม $I_t = I_1 + I_2$ และ $I_1 = dq_c/dt$ [6] [8]

$$I_t = \frac{dq_c}{dt} + \frac{q_c}{C_t R_2} \tag{2}$$

จากกฎทางด้านแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Voltage Law, KVL) ผลรวมของความต่างศักย์รอบวงปิด dabg เท่ากับ 0 [6] [8] ดังนี้

$$-\varepsilon + V_{R1} + V_{Ct} = 0 \text{ และ } \varepsilon = V_{R1} + V_{Ct} \tag{3}$$

จากกฎของโอห์ม $V_{R1} = I_t R_1$ ซึ่งกระแสไฟฟ้า I_t ไหลผ่านตัวต้านทาน R_1 และ $V_{Ct} = q_c/C_t$ แทนลงในสมการที่ (3) จะได้

$$\frac{\varepsilon_0}{2}\sin^2(\omega t) = V_{R1} + V_{Ct} = I_t R_1 + \frac{q_c}{C_t} \tag{4}$$

แทนสมการที่ (2) ลงในสมการที่ (4) จะได้

$$\frac{\varepsilon_0}{2}\sin^2(\omega t) = R_1\left(\frac{dq_c}{dt} + \frac{q_c}{C_t R_2}\right) + \frac{q_c}{C_t}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{2}\sin^2(\omega t) = R_1\frac{dq_c}{dt} + R_1\frac{q_c}{C_t R_2} + \frac{q_c}{C_t}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{2}\sin^2(\omega t) = R_1\frac{dq_c}{dt} + \frac{R_1 q_c}{C_t R_2} + \frac{R_2 q_c}{C_t R_2} = R_1\frac{dq_c}{dt} + \left(\frac{R_1 + R_2}{C_t R_2}\right)q_c$$

นำ R_1 หารตลอดทั้งสมการข้างต้น จะได้

$$\frac{\cancel{R_1}}{\cancel{R_1}}\frac{dq_c}{dt} + \left(\frac{R_1 + R_2}{C_t R_1 R_2}\right)q_c = \frac{\varepsilon_0}{2R_1}\sin^2(\omega t)$$

$$\frac{dq_c}{dt} + \left(\frac{R_1 + R_2}{C_t R_1 R_2}\right)q_c = \frac{\varepsilon_0}{2R_1}\sin^2(\omega t) \tag{5}$$

สมการที่ (5) เรียกว่าสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับที่หนึ่งแบบไม่เอกพันธ์ ใช้วิธีการอินทิเกรตเพื่อคำนวณหาประจุไฟฟ้ารวม $q_c(t)$ ซึ่งในงานวิจัยนี้กำหนดให้ $\alpha = \frac{R_1 + R_2}{C_t R_1 R_2}$ สมการที่ (5) สามารถเขียนได้ใหม่ ดังนี้

$$\frac{dq_c}{dt} + \alpha q_c = \frac{\varepsilon_0}{2R_1}\sin^2(\omega t) \tag{6}$$

$$q_c(t) = e^{-\int_0^t \alpha\, dt}\left(\int_0^t e^{\int_0^t \alpha\, dt}\frac{\varepsilon_0}{2R_1}\sin^2(\omega t)\, dt\right)$$

$$q_c(t) = e^{-\alpha t}\left(\frac{\varepsilon_0}{2R_1}\int_0^t e^{\alpha t}\sin^2(\omega t)\, dt\right)$$

งานในวิจัยนี้ใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ $\sin^2(\omega t) = \left(1 - \cos(\omega t)\right)/2$ แทนลงในสมการข้างต้น [11] จะได้

$$q_c(t) = e^{-\alpha t}\left(\frac{\varepsilon_0}{4R_1}\int_0^t e^{\alpha t}\left(1 - \cos(2\omega t)\right)dt\right) \tag{7}$$

$$q_c(t) = e^{-\alpha t}\left(\frac{\varepsilon_0}{4R_1}\left(\frac{e^{\alpha t}}{\alpha}\Big|_0^t - \int_0^t e^{\alpha t}\cos(2\omega t)\, dt\right)\right)$$

$$q_c(t) = e^{-\alpha t}\left(\frac{\varepsilon_0}{4R_1}\left(\frac{e^{\alpha t}-1}{\alpha} - \frac{e^{\alpha t}\left(\alpha\cos(2\omega t)+2\omega\sin(2\omega t)\right)-\alpha}{\alpha^2+4\omega^2}\right)\right)$$

$$q_c(t) = \frac{\varepsilon_0}{4R_1}\left(\frac{\left(1-e^{-\alpha t}\right)}{\alpha} - \frac{\left(\alpha\cos(2\omega t)+2\omega\sin(2\omega t)\right)-\alpha e^{-\alpha t}}{\alpha^2+4\omega^2}\right) \quad (8)$$

จากสมการที่ (8) คือ ประจุไฟฟ้าที่ไหลในวงจรไฟฟ้า RC ที่ขึ้นอยู่กับเวลา ประจุไฟฟ้ารวมเกิดการสั่นขึ้นลงตลอดเวลา เป็นฟังก์ชั่นแบบไซน์ยกกำลังสองซึ่งแสดงการสั่นเป็นค่าบวกเท่านั้น เป็นผลมาจากแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่มีลักษณะ $\varepsilon_m(t) = (\varepsilon_0/2)\sin^2(\omega t)$ ในงานวิจัยนี้จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างประจุไฟฟ้ารวม $q_c(t)$ เทียบกับเวลาซึ่งมีตัวแปรต้นคือ ค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้า C_1 และ C_2 และตัวต้านทาน R_1 เปลี่ยนจาก $R_1 = 100\Omega \rightarrow 180\Omega$ ในหัวข้อผลการวิจัย ดังภาพที่ 3 และภาพที่ 4 ตามลำดับ ต่อไปทำการหาอนุพันธ์ของประจุไฟฟ้าเทียบกับเวลา จะได้

$$\frac{dq_c}{dt} = \frac{\varepsilon_0}{4R_1}\left(e^{-\alpha t} - \frac{\left(4\omega^2\cos(2\omega t)-2\alpha\omega\sin(2\omega t)\right)+\alpha^2 e^{-\alpha t}}{\alpha^2+4\omega^2}\right) \quad (9)$$

จาก $I_t = \frac{dq_c}{dt} + \frac{q_c}{C_t R_2}$

$$I_t(t) = \frac{\varepsilon_0}{4R_1}\left(e^{-\alpha t} - \frac{\left(4\omega^2\cos(2\omega t)-2\alpha\omega\sin(2\omega t)\right)+\alpha^2 e^{-\alpha t}}{\alpha^2+4\omega^2}\right)$$

$$+\frac{\varepsilon_0}{4C_t R_2 R_1}\left(\frac{\left(1-e^{-\alpha t}\right)}{\alpha} - \frac{\left(\alpha\cos(2\omega t)+2\omega\sin(2\omega t)\right)-\alpha e^{-\alpha t}}{\alpha^2+4\omega^2}\right) \quad (10)$$

จากสมการที่ (10) คือ กระแสไฟฟ้ารวมที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $I_t(t)$ ซึ่งกระแสไฟฟ้ารวมนี้มีลักษณะการสั่นมีค่าเป็นบวกสอดคล้องกับแรงเคลื่อนไฟฟ้า $\varepsilon_m(t) = (\varepsilon_0/2)\sin^2(\omega t)$ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้ากับเวลาได้ในหัวข้อผลการวิจัยดังภาพที่ 5 และภาพที่ 6 ตามลำดับ ต่อมาผลงานวิจัยนี้แสดงวิธีการคำนวณหาพลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าจากนิยาม $u_C^E(t) = q_c^2/2C_t$ โดยการแทนสมการที่ (8) ลงในนิยาม $u_C^E(t) = q_c^2/2C_t$ จะได้

$$u_C^E(t) = \frac{1}{2C_t}\left(\frac{\varepsilon_0}{4R_1}\left(\frac{\left(1-e^{-\alpha t}\right)}{\alpha} - \frac{\left(\alpha\cos(2\omega t)+2\omega\sin(2\omega t)\right)-\alpha e^{-\alpha t}}{\alpha^2+4\omega^2}\right)\right)^2 \quad (11)$$

จากสมการที่ (11) คือ พลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลาสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ากับเวลาได้ดังกราฟในหัวข้อผลการวิจัยดังภาพที่ 7 ภาพที่ 8 และภาพที่ 9 ตามลำดับ ต่อมาในงานวิจัยนี้จากสมการที่ (8) เป็นประจุไฟฟ้ารวมที่ไหลในวงจรไฟฟ้า RC ที่ขึ้นอยู่กับเวลา $q_c(t)$ และสมการที่ (10) คือ กระแสไฟฟ้ารวมที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $I_t(t)$ และสมการที่ (11) คือ พลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $u_C^E(t)$ ในงานวิจัยนี้จะนำสมการดังกล่าวมาแสดงความสัมพันธ์ตัวแปรต้น ตัวแปรตาม และตัวแปรควบคุม ดังตารางที่ 1 ตารางที่ 2 ตารางที่ 3 และตารางที่ 4 ตามลำดับดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างประจุไฟฟ้า กระแสไฟฟ้า และพลังงานเทียบกับเวลาเมื่อตัวเก็บประจุไฟฟ้าและความถี่เป็นตัวแปรต้น

ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม		ตัวแปรต้น	
			ตัวเก็บประจุไฟฟ้า	ความถี่
ประจุไฟฟ้าที่ไหลในวงจรไฟฟ้า RC ที่ขึ้นอยู่กับเวลา $q_c(t)$	$\varepsilon_0 = 240 V.$, $f = 0.15 Hz.$, $R_1 = 100\ \Omega.$, $R_2 = 200\ \Omega.$	$\varepsilon_0 = 240 V.$, $C_{12} = C_{22} = 0.8 mF$, $R_1 = 100\ \Omega.$, $R_2 = 200\ \Omega.$	$C_{11} = C_{21} = 0.5 mF$	$f_1 = 0.15\ Hz$
			$C_{12} = C_{22} = 0.8 mF$	$f_1 = 0.20\ Hz$
			$C_{13} = C_{23} = 1.1 mF$	$f_1 = 0.25\ Hz$
กระแสไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $I_t(t)$	$\varepsilon_0 = 240 V.$, $f = 0.15 Hz.$, $R_1 = 100\ \Omega.$, $R_2 = 200\ \Omega.$	$\varepsilon_0 = 240 V.$, $C_{12} = C_{22} = 0.8 mF$, $R_1 = 100\ \Omega.$, $R_2 = 200\ \Omega.$	$C_{11} = C_{21} = 1.0 mF$	$f_1 = 0.15\ Hz$
			$C_{12} = C_{22} = 2.0 mF$	$f_1 = 0.20\ Hz$
			$C_{13} = C_{23} = 3.0 mF$	$f_1 = 0.25\ Hz$
พลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า $u_C^E(t)$	$\varepsilon_0 = 240 V.$, $f = 0.15 Hz.$, $R_1 = 100\ \Omega.$, $R_2 = 200\ \Omega.$	$\varepsilon_0 = 240 V.$, $C_{12} = C_{22} = 0.8 mF$, $R_1 = 100\ \Omega.$, $R_2 = 200\ \Omega.$	$C_{11} = C_{21} = 0.5 mF$	$f_1 = 0.15\ Hz$
			$C_{12} = C_{22} = 0.8 mF$	$f_1 = 0.20\ Hz$
			$C_{13} = C_{23} = 1.1 mF$	$f_1 = 0.25\ Hz$

จากตารางที่ 1 มีเส้นกราฟของประจุไฟฟ้าที่ไหลในวงจรไฟฟ้า RC ที่ขึ้นอยู่กับเวลา $q_c(t)$ ซึ่งมีตัวแปรต้น คือ ตัวเก็บประจุไฟฟ้า ซึ่งมีเส้นกราฟ 3 สี ดังนี้ สีฟ้า สีเขียว และสีชมพู ตามลำดับสอดคล้องกับภาพที่ 3(a) ต่อมาในกรณีที่ ตัวแปรต้น คือ ความถี่ จะได้กราฟของประจุไฟฟ้าที่ไหลในวงจรไฟฟ้า RC ที่ขึ้นอยู่กับเวลา $q_c(t)$ จำนวน 3 สี ดังนี้ สีฟ้า สีเขียว และสีชมพู ตามลำดับซึ่งจะสอดคล้องกับภาพที่ 3(b) ต่อมาในกรณีที่ ตัวแปรต้น คือ ตัวเก็บประจุไฟฟ้า ซึ่งมี 3 สี ดังนี้ สีเหลือง สีฟ้าน้ำทะเล และสีแดง จะสอดคล้องกับเส้นกราฟของตัวแปรตาม คือ กระแสไฟฟ้ารวมที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $I_t(t)$ ซึ่งสอดคล้องกับภาพที่ 5(a) ต่อมาในกรณีที่ ตัวแปรต้น คือ ความถี่จะได้กราฟของกระแสไฟฟ้ารวมที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $I_t(t)$ จำนวน 3 สี ดังนี้ สีเหลือง สีฟ้าน้ำทะเล และสีแดง ซึ่งสอดคล้องภาพที่ 5(b) ต่อมาในกรณีที่ ตัวแปรต้น คือ ตัวเก็บประจุไฟฟ้าจะได้กราฟของพลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า $u_C^E(t)$ จำนวน 3 สี ดังนี้ สีม่วง สีชมพู สีน้ำตาล ซึ่งสอดคล้องภาพที่ 7(a) เป็นต้น

ตารางที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างประจุไฟฟ้า กระแสไฟฟ้า และพลังงานเทียบกับเวลาเมื่อตัวต้านทาน R_1 และตัวต้านทาน R_2 เป็นตัวแปรต้น

ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม		ตัวแปรต้น	
			ตัวต้านทาน R_1	ตัวต้านทาน R_2
ประจุไฟฟ้าที่ไหลในวงจรไฟฟ้า RC ที่ขึ้นอยู่กับเวลา $q_c(t)$	$\varepsilon_0 = 240\,V.$ $f = 0.15\,Hz.$ $C_{12} = C_{22} = 0.8\,mF$ $R_2 = 200\,\Omega.$	$\varepsilon_0 = 240\,V.$ $f = 0.15\,Hz.$ $C_{12} = C_{22} = 0.8\,mF$ $R_1 = 100\,\Omega.$	$R_{11} = 100\,\Omega$ $R_{12} = 140\,\Omega$ $R_{13} = 180\,\Omega$	$R_{21} = 200\,\Omega$ $R_{22} = 250\,\Omega$ $R_{23} = 300\,\Omega$
กระแสไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $I_t(t)$	$\varepsilon_0 = 240\,V.$ $f = 0.15\,Hz.$ $C_{12} = C_{22} = 0.8\,mF$ $R_2 = 200\,\Omega.$	$\varepsilon_0 = 240\,V.$ $f = 0.15\,Hz.$ $C_{12} = C_{22} = 0.8\,mF$ $R_1 = 100\,\Omega.$	$R_{11} = 100\,\Omega$ $R_{12} = 140\,\Omega$ $R_{13} = 180\,\Omega$	$R_{21} = 200\,\Omega$ $R_{22} = 250\,\Omega$ $R_{23} = 300\,\Omega$
พลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า $u_C^E(t)$	$\varepsilon_0 = 240\,V.,$ $f = 0.15\,Hz.$ $C_{12} = C_{22} = 0.8\,mF$ $R_2 = 200\,\Omega.$	$\varepsilon_0 = 240\,V.,$ $f = 0.15\,Hz.$ $C_{12} = C_{22} = 0.8\,mF$ $, R_1 = 100\,\Omega.$	$R_{11} = 100\,\Omega$ $R_{12} = 140\,\Omega$ $R_{13} = 180\,\Omega$	$R_{21} = 200\,\Omega$ $R_{22} = 250\,\Omega$ $R_{23} = 300\,\Omega$

จากตารางที่ 2 ในกรณีที่ ตัวแปรต้น คือ ตัวต้านทาน R_1 จะได้กราฟของประจุไฟฟ้าที่ไหลในวงจรไฟฟ้า RC ที่ขึ้นอยู่กับเวลา $q_c(t)$ จำนวน 3 สี ดังนี้ สีฟ้า สีเขียว และสีชมพู เป็นตัวแปรตาม ตามลำดับซึ่งสอดคล้องกับภาพที่ 4(a) ในกรณีที่ ตัวแปรต้น คือ ตัวต้านทาน R_2 จะได้กราฟของประจุไฟฟ้าที่ไหลในวงจรไฟฟ้า RC ที่ขึ้นอยู่กับเวลา $q_c(t)$ จำนวน 3 สี ดังนี้ สีฟ้า สีเขียว และสีชมพู เป็นตัวแปรตาม ตามลำดับซึ่งสอดคล้องกับภาพที่ 4(b) ในกรณีที่ ตัวแปรต้น คือ ตัวต้านทาน R_1 จะได้กราฟของกระแสไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $I_t(t)$ จำนวน 3 สี ดังนี้ สีเหลือง สีฟ้าน้ำทะเล และสีแดง เป็นตัวแปรตาม ตามลำดับซึ่งสอดคล้องกับภาพที่ 6(a) ในกรณีที่ ตัวแปรต้น คือ ตัวต้านทาน R_2 จะได้กราฟของกระแสไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $I_t(t)$ จำนวน 3 สี ดังนี้ สีเหลือง สีฟ้าน้ำทะเล และสีแดง เป็นตัวแปรตาม ตามลำดับซึ่งสอดคล้องกับภาพที่ 6(b) ในกรณีที่ ตัวแปรต้น คือ ตัวต้านทาน R_1 จะได้กราฟของพลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า $u_C^E(t)$ จำนวน 3 สี ดังนี้ สีม่วง สีชมพู และสีน้ำตาล เป็นตัวแปรตาม ตามลำดับซึ่งสอดคล้องกับภาพที่ 8(a) ในกรณีที่ ตัวแปรต้น คือ ตัวต้านทาน R_2 จะได้กราฟของพลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า $u_C^E(t)$ จำนวน 3 สี ดังนี้ สีม่วง สีชมพู และสีน้ำตาล เป็นตัวแปรตาม ตามลำดับซึ่งสอดคล้องกับภาพที่ 8(b)

ตารางที่ 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานเทียบกับเวลาในกรณีที่ตัวต้านทาน R_1 และตัวต้านทาน R_2 มีขนาดเท่ากันและมีตัวเก็บประจุไฟฟ้าเป็นตัวแปรต้น

ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม	ตัวแปรต้น
		ตัวเก็บประจุไฟฟ้า
พลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า $u_C^E(t)$	$\varepsilon_0 = 240V.,\ f = 0.15Hz.,$ $R_1 = 200\ \Omega.,\ R_2 = 200\ \Omega.$	$C_{11} = 0.5mF, C_{21} = 0.6mF$
		$C_{12} = 0.8mF, C_{22} = 0.9mF$
		$C_{13} = 1.1mF, C_{23} = 1.2mF$

จากตารางที่ 3 ในกรณีที่ ตัวแปรต้น คือ ตัวเก็บประจุไฟฟ้า C_1, C_2 จะได้กราฟของพลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลา $u_C^E(t)$ จำนวน 3 สี ดังนี้ สีม่วง สีชมพู และสีน้ำตาล เป็นตัวแปรตาม ตามลำดับ โดยมีตัวต้านทาน R_1 เท่ากับ ตัวต้านทาน R_2 สอดคล้องกับภาพที่ 9 หัวข้อผลการวิจัย

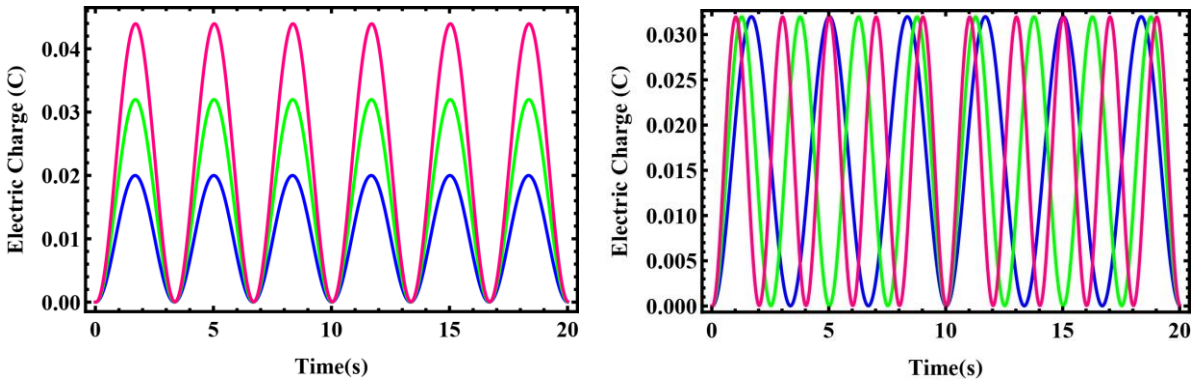
ตารางที่ 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานเทียบกับเวลาในกรณีที่ตัวต้านทาน R_1 และตัวต้านทาน R_2 มีขนาดไม่เท่ากัน และมีตัวเก็บประจุไฟฟ้าเป็นตัวแปรต้น

ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม	ตัวแปรต้น
		ตัวเก็บประจุไฟฟ้า
พลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า $u_C^E(t)$	$\varepsilon_0 = 240V.,\ f = 0.15Hz.,$ $R_1 = 100\ \Omega.,\ R_2 = 350\ \Omega.$	$C_{11} = 0.5mF, C_{21} = 0.6mF$
		$C_{12} = 0.8mF, C_{22} = 0.9mF$
		$C_{13} = 1.1mF, C_{23} = 1.2mF$

จากตารางที่ 4 ในกรณีที่ ตัวแปรต้น คือ ตัวเก็บประจุไฟฟ้า C_1, C_2 จะได้กราฟของพลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชั่นของเวลา $u_C^E(t)$ จำนวน 3 สี ดังนี้ สีม่วง สีชมพู และสีน้ำตาล เป็นตัวแปรตาม ตามลำดับ โดยมีตัวต้านทาน R_1 ไม่เท่ากับ ตัวต้านทาน R_2 สอดคล้องกับภาพที่ 9 หัวข้อผลการวิจัย

ผลการวิจัย

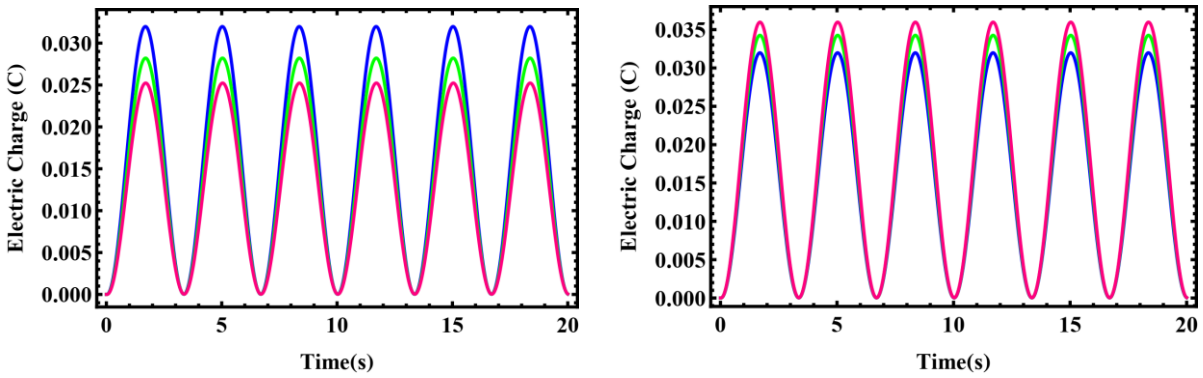
นำสมการที่ (8) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างประจุไฟฟ้ากับเวลา ดังภาพที่ 3a และ 3b ดังภาพที่ 4a และ 4b ตามลำดับ ต่อมางานวิจัยนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้ากับเวลาตามสมการที่ (10) ดังภาพที่ 5a และ 5b ดังภาพที่ 6a และ 6b ตามลำดับ สุดท้ายในงานวิจัยนี้ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานสะสมอยู่ในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ากับเวลาตามสมการที่ (11) ดังภาพที่ 7 และ ภาพที่ 8 ตามลำดับ



(a) (b)

ภาพที่ 3 แสดงขนาดของประจุไฟฟ้าในกรณีค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้าเปลี่ยนและในกรณีที่ค่าความถี่เปลี่ยนแปลง (a) ประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลาในกรณีที่ขนาดของค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้า C_1 และ C_2 มีค่าเท่ากัน โดยเพิ่มขึ้นจาก $0.5\,mF \rightarrow 1.1\,mF$ (b) ประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลาในกรณีที่มีค่าความถี่เปลี่ยนแปลงจาก $f = 0.15\,Hz \rightarrow 0.25\,Hz$

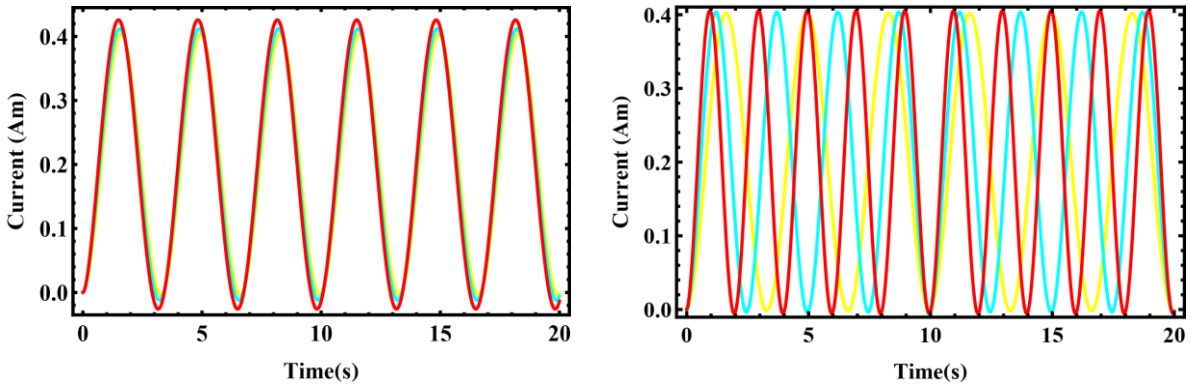
จากภาพที่ 3(a) ขนาดของประจุไฟฟ้ารวมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า C_1 และ C_2 และภาพที่ 3(b) ขนาดของประจุไฟฟ้ารวมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเกิดจำนวนลูกคลื่นของการสั่นแปรผันโดยตรงกับค่าความถี่



(a) (b)

ภาพที่ 4 ประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลา (a) ขนาดของประจุไฟฟ้าเทียบกับเวลาที่เปลี่ยนแปลงในกรณีที่ตัวต้านทาน R_1 เปลี่ยนจาก $R_1 = 100\Omega \rightarrow 180\Omega$ (b) ขนาดของประจุไฟฟ้าเทียบกับเวลาที่เปลี่ยนแปลงในกรณีที่ตัวต้านทาน R_2 เปลี่ยนจาก $R_2 = 200\Omega \rightarrow 300\Omega$

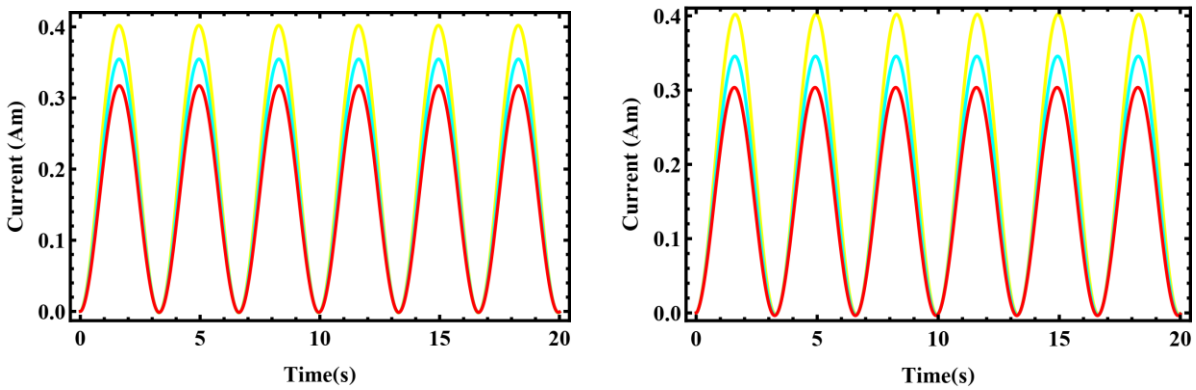
จากภาพที่ 4(a) ค่าของประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผกผันกับค่าตัวต้านทาน R_1 แต่ภาพที่ 8(b) ค่าของประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าตัวต้านทาน R_2



(a) (b)

ภาพที่ 5 (a) ขนาดของกระแสไฟฟ้าในกรณีที่ขนาดของค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้า C_1 และ C_2 มีค่าเท่ากัน โดยเพิ่มขึ้นจาก $1.0\ mF \rightarrow 3.0\ mF$ (b) ขนาดของกระแสไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลาในกรณีที่ค่าความถี่เปลี่ยนแปลง $f = 0.15 Hz \rightarrow 0.25\ Hz$

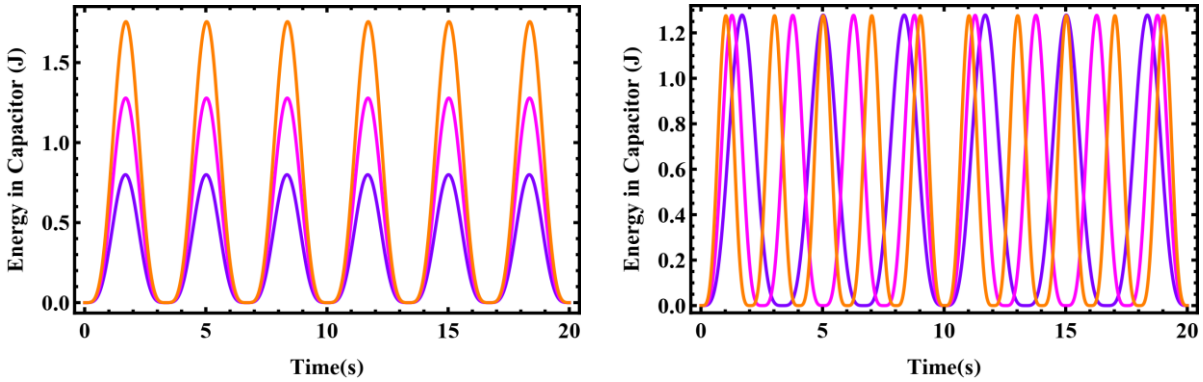
จากภาพที่ 5(a) ขนาดของกระแสไฟฟ้ารวมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า C_1 และ C_2 และภาพที่ 5(b) ขนาดของกระแสไฟฟ้ารวมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเกิดจำนวนลูกคลื่นของการสั่นแปรผันโดยตรงกับค่าความถี่



(a) (b)

ภาพที่ 6 (a) แสดงขนาดของกระแสไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันขึ้นอยู่กับเวลาในกรณีที่ตัวต้านทาน R_1 เปลี่ยนแปลงจาก $R_1 = 100\Omega \rightarrow 180\Omega$ (b) แสดงขนาดของกระแสไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันขึ้นอยู่กับเวลาในกรณีที่ตัวต้านทาน R_2 เปลี่ยนแปลงจาก $R_2 = 200\Omega \rightarrow 300\Omega$

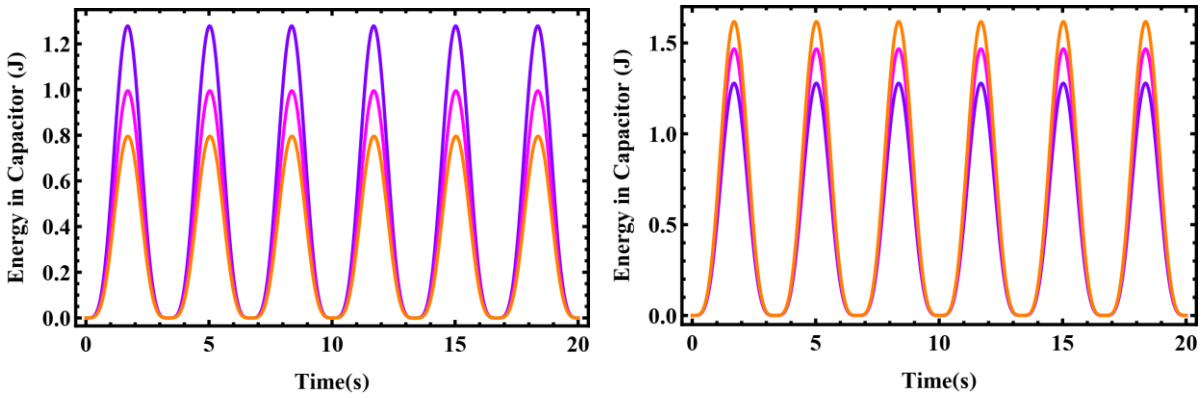
จากภาพที่ 6(a) ค่าของกระแสไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันขึ้นอยู่กับเวลาแปรผกผันกับค่าตัวต้านทาน R_1 แต่ภาพที่ 6(b) ค่าของกระแสไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันขึ้นอยู่กับเวลาแปรผกผันกับค่าตัวต้านทาน R_2



(a) (b)

ภาพที่ 7 (a) แสดงขนาดของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าในกรณีที่ขนาดของค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้า C_1 และ C_2 มีค่าเท่ากัน โดยเพิ่มขึ้นจาก $0.5\,mF \rightarrow 1.1\,mF$ (b) แสดงขนาดของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าในกรณีที่ค่าความถี่เปลี่ยนแปลง $f = 0.15\,Hz \rightarrow 0.25\,Hz$

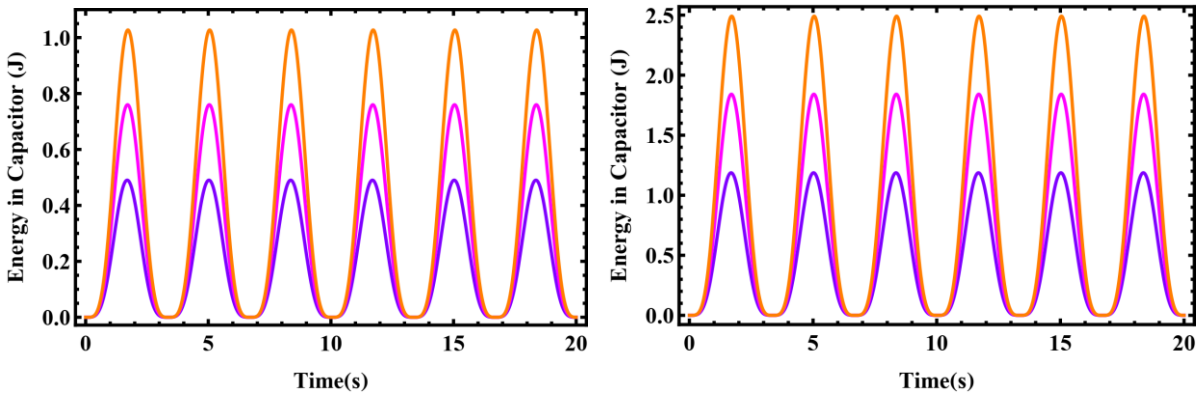
จากภาพที่ 7(a) ขนาดของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรผันโดยตรงกับค่าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า C_1 และ C_2 และภาพที่ 7(b) ขนาดของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเกิดจำนวนลูกคลื่นของการสั่นแปรผันโดยตรงกับค่าความถี่



(a) (b)

ภาพที่ 8 (a) แสดงขนาดของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าในกรณีที่ตัวต้านทาน R_1 เปลี่ยนแปลงจาก $R_1 = 100\Omega \rightarrow 180\Omega$ (b) แสดงขนาดของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าในกรณีที่ตัวต้านทาน R_2 เปลี่ยนแปลงจาก $R_2 = 200\Omega \rightarrow 300\Omega$

จากภาพที่ 8(a) ค่าของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าแปรผกผันกับค่าตัวต้านทาน R_1 แต่ภาพที่ 8(b) ค่าของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าแปรผันตรงกับค่าตัวต้านทาน R_2



(a) (b)

ภาพที่ 9 (a) แสดงขนาดของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าในกรณีค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั้งสองตัวไม่เท่ากัน และ ตัวต้านทาน R_1 และตัวต้านทาน R_2 มีค่าเท่ากัน (b) แสดงขนาดของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าในกรณีค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้าทั้งสองตัวไม่เท่ากันและตัวต้านทาน R_1 และตัวต้านทาน R_2 ไม่เท่ากัน

จากภาพที่ 9(a) และภาพที่ 9(b) ถ้าค่าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าเพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ามีขนาดเพิ่มขึ้น แสดงว่า ค่าพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าแปรผันตรงกับค่าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า เปรียบเทียบระหว่างภาพที่ 9(a) และภาพที่ 9(b) ในกรณีที่ ตัวต้านทาน R_1 และตัวต้านทาน R_2 มีค่าเท่ากัน กับตัวต้านทาน R_1 และตัวต้านทาน R_2 มีค่าไม่เท่ากันจากกราฟจะเห็นว่าภาพที่ 9(b) จะได้ค่าพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้าที่มีค่ามากกว่า ภาพที่ 9(a)

สรุปผลการวิจัยและวิจารณ์

จากภาพที่ 3(a) ถ้าค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้าในกรณี $C_1 = C_2$ เพิ่มขึ้นจาก $0.5\ mF \rightarrow 1.1\ mF$ จะส่งผลให้ค่าขนาดของประจุไฟฟ้า $q_c(t)$ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก $0.020\ C \rightarrow 0.044C$ จากภาพที่ 3(b) ถ้าเพิ่มค่าขนาดของความถี่จาก $f = 0.15Hz \rightarrow 0.25\ Hz$ จะส่งผลให้ขนาดของประจุไฟฟ้า $q_c(t)$ มีลักษณะการเคลื่อนที่เป็นแบบสั่นทำให้เกิดจำนวนลูกคลื่นของการสั่นมีค่าเพิ่มขึ้น จากภาพที่ 4(a) ถ้าค่าของความต้านทาน R_1 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก $R_1 = 100\Omega \rightarrow 180\Omega$ จะส่งผลให้ขนาดของประจุไฟฟ้ามีค่าลดลงจาก $0.034\ C \rightarrow 0.025C$ จากภาพที่ 4(b) ถ้าค่าของความต้านทาน R_2 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก $R_2 = 200\Omega \rightarrow 300\Omega$ จะส่งผลให้ขนาดของประจุไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นจาก $0.032\ C \rightarrow 0.036C$ จากภาพที่ 5(a) ถ้าค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้าในกรณี $C_1 = C_2$ เพิ่มขึ้นจาก $1.0\ mF \rightarrow 3.0\ mF$ จะส่งผลให้กระแสไฟฟ้ามีลักษณะการสั่นเพิ่มขึ้น จากภาพที่ 5(b) ถ้าเพิ่มค่าขนาดของความถี่จาก $f = 0.15Hz \rightarrow 0.25\ Hz$ จะส่งผลให้ขนาดของกระแสไฟฟ้ามีลักษณะการเคลื่อนที่เป็นแบบสั่นทำให้เกิดจำนวนลูกคลื่นของการสั่นมีค่าเพิ่มขึ้น จากภาพที่ 6(a) ถ้าค่าของความต้านทาน R_1 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก $R_1 = 100\Omega \rightarrow 180\Omega$ จะส่งผลให้ขนาดของกระแสไฟฟ้ามีค่าลดลงจาก $0.40\ Am \rightarrow 0.30\ Am$ จากภาพที่ 6(b) ถ้าค่าของความต้านทาน R_2 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก $R_2 = 200\Omega \rightarrow 300\Omega$ จะส่งผลให้ขนาดของกระแสไฟฟ้ามีค่าลดลงจาก $0.40\ Am \rightarrow 0.30\ Am$ จากภาพที่ 7(a) ถ้าค่าตัวเก็บประจุไฟฟ้าในกรณี $C_1 = C_2$ เพิ่มขึ้นจาก

$0.5\ mF \rightarrow 1.1\ mF$ จะส่งผลให้ค่าขนาดของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นจาก $0.80\ J \rightarrow 1.75\ J$ จากภาพที่ 7(b) ถ้าเพิ่มค่าขนาดของความถี่จาก $f = 0.15 Hz \rightarrow 0.25\ Hz$ จะส่งผลให้ขนาดของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ามีลักษณะการเคลื่อนที่เป็นแบบสั่นทำให้เกิดจำนวนลูกคลื่นของการสั่นมีค่าเพิ่มขึ้น จากภาพที่ 8(a) ถ้าค่าของความต้านทาน R_1 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก $R_1 = 100\Omega \rightarrow 180\Omega$ จะส่งผลให้ขนาดของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ามีค่าลดลงจาก $1.30 J \rightarrow 0.8 J$ จากภาพที่ 8(b) ถ้าค่าของความต้านทาน R_2 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก $R_2 = 200\Omega \rightarrow 300\Omega$ จะส่งผลให้ขนาดของพลังงานที่สะสมในสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นจาก $1.25\ J \rightarrow 1.65 J$ งานวิจัยนี้สามารถต่อยอดการวิจัยได้ โดยการนำขดลวดเหนี่ยวนำมาต่ออนุกรมกับตัวเก็บประจุไฟฟ้าเพื่อหาค่าพลังงานโดยรวมของระบบวงจร RLC และอีกหัวข้อวิจัย คือ การต่อตัวเก็บประจุไฟฟ้าเป็นแบบขนานแทนการต่อแบบอนุกรมเพื่อคำนวณหาค่าประจุไฟฟ้า และกระแสไฟฟ้าเปรียบเทียบกับการต่อตัวเก็บประจุไฟฟ้าแบบอนุกรม

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ หลักสูตรสาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ ที่ให้การสนับสนุนด้านสถานที่ และเวลาในการทำงานวิจัย จนกระทั่งงานสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

[1] วุทธิพันธุ์ ปรัชญพฤทธิ์, และสุวรรณ คูสำราญ. (2548). *ฟิสิกส์ (แม่เหล็กไฟฟ้า)*. โครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์มูลนิธิ สอวน. กรุงเทพฯ: มูลนิธิส่งเสริมโอลิมปิกวิชาการและพัฒนามาตรฐานวิทยาศาสตร์ศึกษา.

[2] สมพงษ์ ใจดี. (2543). *ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัย 3* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

[3] Dunford, S. (2010). Calculating the Time Constant of an RC Circuit. *Undergraduate Journal of Mathematical Modeling: One + Two, 2*(2), 1-11.

[4] Mungan, C. E. (2021). A gentle introduction to RC and LR circuits. *Lat. Am. J. Phys. Educ., 15*(3), 3305-1 - 3305-3.

[5] Hutem, A. & Masoongnoen, N.. (2021). SOLVE THE SERIES OF RLC CIRCUIT VIA THE TIME-DEPENDENT VOLTAGE SINE FUNCTION USING WRONSKIAN'S OF DIFFERENTIAL EQUATION. *PSRU Journal of Science and Technology, 6*(2), 22-35.

[6] Masoongnoen, N., Suwanwong, S., Ellis, T., & Hutem, A. (2021). Evaluation of the Time-dependent Electric Charge in the Series of RLC Circuit Loop Under the Time-dependent Voltage Cosine Function. *Journal of Science and Technology Buriram Rajabhat University*, *5*(2), 21-34.

[7] Moonsri, P., Pakamwang, J., & Hutem, A. (2022). CALCULATION OF ELECTRIC CHARGE, ELECTRIC FIELD, AND ELECTRIC POTENTIAL OF SPHERICAL CONDUCTORS CONTAINING VOLUME CHARGE DENSITY OF THE SINE FUNCTION. *VRU Research and Development Journal Science and Technology*, *17*(3), 61-74.

[8] Hasan, A., Halim, Md.A., & Meia, Md.A. (2019). Application of Linear Differential Equation in an Analysis Transient and Steady Response for Second Order RLC Closed Series Circuit. *American Journal of Circuits, Systems and Signal Processing*, *5*(1), 1-8.

[9] Kaewpoonsuk, A., Maneejiraprakarn, N., & Khokhuntod, P. (2024). AN EXPERIMENT TO MEASURE THE HALF-LIFE OF RC CIRCUIT USING TINKERCAD PROGRAM. *PSRU Journal of Science and Technology*, *9*(1), 55-73.

[10] Hart, F.X. (2000). Computer-based experiments to measure RC. *American Association of Physics Teachers*, *38*, 175-176.

[11] Riley, K.F., & Hobson, M.P. (2006). *Mathematical Methods for Physics and Engineering (3th edition)*. New York: Cambridge University Press.

[12] Serway, R.A. & Jewett, J.W., Jr. (2010). *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Ninth Edition*. Brooks/Cole Printed in the United States of America, pp970-985.