



พฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นของโครงข้อหมุนสามมิติพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น

Nonlinear Behavior of Space Trusses Considering Initial Imperfection

อิมรอน หะยียูโซ๊ะ¹, วัฒนชัย สมิตทากรณ์²

Imron Hayiyusoh¹, Watanachai Smittakorn²

บทคัดย่อ

การก่อสร้างอาคารในงานวิศวกรรมโยธาพบปัญหามากมาย หนึ่งในนั้นคือความไม่สมบูรณ์ของโครงสร้างของอาคารที่เป็นปัญหาไม่สามารถหลีกเลี่ยงได้ ซึ่งส่งผลต่อพฤติกรรมการรับน้ำหนักบรรทุกของอาคารแบบไร้เชิงเส้นทั้งทางเรขาคณิตและทางวัสดุที่จะนำไปสู่สภาวะขาดเสถียรภาพได้เร็วขึ้น ความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกก็ลดลง งานวิจัยนี้จึงขอเสนอการจำลองพฤติกรรมการรับน้ำหนักบรรทุกต่อการเสียรูปโดยใช้การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทั้งทางเรขาคณิตที่เหมือนกับพฤติกรรมโครงสร้างจริง นอกจากนี้ยังพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่ความโค้งตั้งต้น (Out-of-straightness) และความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่พิกัดจุดต่อ (Out-of-plumbness) ผลการวิเคราะห์พบว่าพฤติกรรมการรับน้ำหนักบรรทุกของโครงข้อหมุนสามมิติบางประเภทลดลงอย่างมากเมื่อพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นแม้เป็นเพียงค่าน้อยมาก โครงสร้างจะเข้าสู่สภาวะขาดเสถียรภาพได้เร็วขึ้น

คำสำคัญ: การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น ความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่ความโค้งตั้งต้น ความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่พิกัดจุดต่อ

Abstract

Construction in civil work has found many problems. One of them is the imperfection of the structure which is inevitable. This will affect behavior of structure both nonlinear geometric and nonlinear material and will make structure unstable leading to decreasing in the capacity of structure. This research presents a simulation of loading behavior of space truss using both nonlinear geometric analysis and nonlinear material analysis. In addition, the imperfection in cases out-of-straightness and out-of-plumbness were considered. The analysis result showed that the capacity of some type of space truss are very sensitive to the initial imperfection. As a result, the structure will deform to its unstable condition more rapidly.

Keywords: Nonlinear analysis, Out-of-straightness, Out-of-plumbness

¹ สาขาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนราธิวาสราชนครินทร์

¹ Civil Engineering, Faculty of Engineering, Princess of Naradhiwas University

² ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

² Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University

บทนำ

โครงข้อหมุนเป็นโครงสร้างที่เป็นที่นิยมในการก่อสร้างในงานวิศวกรรมโยธา ได้แก่ โครงหลังคา สะพาน เป็นต้น โครงข้อหมุนนั้นเหมาะสมสำหรับโครงสร้างที่ต้องการระยะห่างระหว่างจุดรองรับที่มาก ก่อสร้างได้อย่างรวดเร็ว สามารถออกแบบโครงสร้างที่มีความสวยงาม การจำลองพฤติกรรมของโครงสร้างโดยไม่มีการพิจารณาความไม่สมบูรณ์นั้นยังไม่สามารถอธิบายพฤติกรรมของโครงสร้างได้เหมือนจริง เนื่องจากการก่อสร้างจริงย่อมเกิดความคลาดเคลื่อนของการก่อสร้างที่อาจไม่ตรงตามแบบก่อสร้างหรือคุณภาพของวัสดุนั้นมีความสมบูรณ์ เช่น ชิ้นส่วนมีความโค้งงอตั้งต้น ขนาดความยาวของชิ้นส่วนที่นำมาประกอบที่มีความยาวคลาดเคลื่อน ทำให้ตำแหน่งจุดต่อนั้นเปลี่ยนแปลง ขนาดหน้าตัดหรือสมบัติเชิงกลของชิ้นส่วนไม่มีความสม่ำเสมอ เป็นต้น Tomski & Brzdekiewicz (2010) นำเสนอการวิเคราะห์ปัญหาการไร้เสถียรภาพของโครงสร้างมีความชะลุดและผลความไม่สมบูรณ์ของโครงสร้าง ผู้วิจัยกล่าวว่าโครงสร้างในอุดมคติที่ไม่พิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นการวิเคราะห์เสถียรภาพนั้นจะไม่สามารถอธิบายพฤติกรรมตามหลักความเป็นจริงได้ Schenk & Schuëller (2003) ศึกษาการวิเคราะห์ผลการโก่งเดาะด้วยการสุ่มความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นทางเรขาคณิตวิเคราะห์ตัวอย่างไอโซโทรปิก (Isotropic) เช่น แผ่นเปลือกบาง (Thin walled) และแผ่นเปลือกทรงกระบอก (Cylindrical shells) โดยใช้ค่าแรงอัดตามแนวแกนเป็นค่าวิกฤติจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo) ร่วมกับวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ Liew, Punniyakoty & Shanmugam (1997) เสนอการวิเคราะห์หากำลังรับน้ำหนักบรรทุกที่แท้จริงที่มาจากกำลังต้านทานของโครงสร้างจากลักษณะพฤติกรรมจริงของแต่ละชิ้นส่วนใดๆ ตามที่กำหนด การวิเคราะห์ที่พิจารณาแบบเสียรูปมากและคุณสมบัติทางวัสดุแบบไร้เชิงเส้นที่ส่งผลกำลังแบกทานสูงสุดของแต่ละชิ้นส่วนและทั้งโครงสร้างโดยตรง พิจารณาพฤติกรรมของแต่ละชิ้นส่วนแบบที่มีความโค้งงอตั้งต้น (Out-of-straightness) เฉพาะชิ้นส่วนที่รับแรงอัดแนวแกนเท่านั้น ส่วนคุณสมบัติทางวัสดุแบบไร้เชิงเส้นใช้การวิเคราะห์พฤติกรรมแบบพลาสติกสมการสมดุลแบบไร้เชิงเส้นจากผลของความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตและทางวัสดุใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

จากข้อมูลข้างต้นพบว่ามีการวิจัยได้มีการจำลองพฤติกรรมของความไม่สมบูรณ์ต่างๆ ของโครงสร้างหลากหลายรูปแบบและมีการนำผลการวิเคราะห์มาเปรียบเทียบกับข้อมูลทางสถิติ ดังนั้นงานวิจัยนี้ขอนำเสนอพฤติกรรมของโครงข้อหมุนสามมิติแบบไร้เชิงเส้นเชิงเรขาคณิตและเชิงวัสดุรวมกับการจำลองความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่ชิ้นส่วนมีความโค้งงอตั้งต้นและความไม่สมบูรณ์ที่พิกัดจุดต่อตั้งต้น วิเคราะห์แบบทำซ้ำและเพิ่มค่าของระยะของการการเสียรูป (Displacement control) ด้วยการระเบียบวิธีเชิงตัวเลขนิวตัน-ราฟสัน ที่เสนอโดย McGuire, Gallagher & Ziemian (2000) นอกจากนั้นยังทำการสุ่มขนาด พิกัด ชิ้นส่วนของความไม่สมบูรณ์ต่างๆ และนำผลลัพธ์ที่ได้มาประเมินข้อมูลทางสถิติ

วัตถุประสงค์การวิจัย

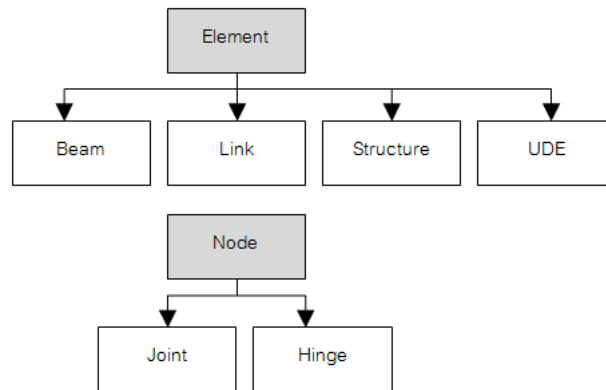
เพื่อศึกษาพฤติกรรมของความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับการเสียรูปของโครงข้อหมุนสามมิติที่มีการจำลองการเกิดความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น โดยพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีการพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น ใช้การวิเคราะห์โครงสร้างแบบควบคุมการเสียรูปด้วยระเบียบเชิงตัวเลข และนำผลไปประเมินทางสถิติ

ระเบียบวิธีวิจัย

ในงานวิจัยนี้ใช้โปรแกรม JSM เสนอโดย Wattanachai (2008) ที่พัฒนาขึ้นด้วยภาษาจาวาโดยอาศัยหลักการสืบทอดเชิงวัตถุ (object oriented programming) ด้วยคุณสมบัติเชิงวัตถุดังกล่าวทำให้การพัฒนาแบบจำลองโดยใช้โปรแกรม JSM สะดวกในการพัฒนาเพิ่มเติม และการปรับปรุงปฏิสัมพันธ์ระหว่างคลาส การกำหนดคลาสของโปรแกรม JSM เป็นไปตามภาพที่ 1 โดยมีคลาสแม่ที่สำคัญ ได้แก่ คลาส Element ที่มีคลาสย่อย เช่น Beam, Link, Structure และ UDE



โดยคลาส Beam และ Link สำหรับจำลองอีลิเมนต์โครงข้อแข็งและโครงข้อหมุนตามลำดับ คลาส Structure สำหรับประกอบอีลิเมนต์ในระบบพิกัดรวมและค่าการเสียรูป คลาส UDE สำหรับกำหนดรูปแบบอีลิเมนต์ตามผู้ใช้ และคลาสแม่ Node ที่มีคลาสลูก ได้แก่ Hinge และ Joint สำหรับกำหนดจุดต่อแบบโครงข้อหมุนและโครงข้อแข็งตามลำดับ นอกจากนี้ยังมีคลาสอื่นๆ เช่น คลาส Material สำหรับการกำหนดคุณสมบัติของวัสดุต่างๆ หรือคลาส Section สำหรับการกำหนดคุณสมบัติของหน้าตัด เป็นต้น



ภาพที่ 1 โครงสร้างคลาสของโปรแกรม JSM (Wattanachai, 2008)

1. พฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นของโครงข้อหมุน

พฤติกรรมของโครงสร้างแบบไร้เชิงเส้นมีความสำคัญมากในกรณีที่โครงสร้างรับน้ำหนักบรรทุกมากส่งผลทำให้เกิดการเสียรูปที่มาก ส่งผลให้ขนาดของชิ้นส่วนและจุดต่อต่างๆของชิ้นส่วนมีการเปลี่ยนแปลง การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่มากขึ้นเรื่อยๆทำให้ผลการวิเคราะห์นั้นแตกต่างกับการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นอย่างชัดเจน ดังสมการที่ (1)

$$\{P\} - \{N\}^T \{F\} = [K_E] + [K_G] \{\Delta\} \quad (1)$$

- เมื่อ
- $\{P\}$ คือ เวกเตอร์น้ำหนักบรรทุกภายนอก
 - $\{N\}^T$ คือ เมทริกซ์ฟังก์ชันพิกัด
 - $\{F\}$ คือ เวกเตอร์แรงภายใน
 - $[K_E]$ คือ เมทริกซ์สติฟเนสเชิงอีลาสติก (Elastic Stiffness metrics)
 - $[K_G]$ คือ เมทริกซ์สติฟเนสเชิงเรขาคณิต (Geometric Stiffness metrics)
 - $\{\Delta\}$ คือ ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งใดๆ

ค่าของเมทริกซ์สติฟเนสเชิงอีลาสติก $[K_E]$ สำหรับโครงข้อหมุนสามมิติ ใช้ระยะและพิกัดของจุดเริ่มต้น จะเป็นค่าที่คงที่ตลอดการคำนวณ ดังสมการที่ (2) และ (3)

$$[K_E] = \frac{EA}{L^0} \begin{bmatrix} I^2 & lm & ln & -I^2 & -lm & -ln \\ & m^2 & mn & -lm & -m^2 & -mn \\ & & n^2 & -ln & -mn & -n^2 \\ & & & I^2 & lm & ln \\ & & & & m^2 & mn \\ & & & & & n^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

เมื่อ

$$\left. \begin{aligned} l &= \cos \theta_x^0 = \frac{x_j^0 - x_i^0}{L_y^0} \\ m &= \cos \theta_y^0 = \frac{y_j^0 - y_i^0}{L_y^0} \\ n &= \cos \theta_z^0 = \frac{z_j^0 - z_i^0}{L_y^0} \\ L_y^0 &= \sqrt{(x_j^0 - x_i^0)^2 + (y_j^0 - y_i^0)^2 + (z_j^0 - z_i^0)^2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

โดยค่าพิกัด x^0, y^0, z^0 ที่จุดใด ๆ เป็นค่า ณ ตำแหน่งเริ่มต้นทั้งหมด

$$[K_G]^A = \frac{F}{L} \begin{bmatrix} 1-(n_x)^2 & -(n_x)(n_y)_x & -(n_x)(n_z)_x & (n_x)^2-1 & (n_x)(n_y)_y & (n_x)(n_z)_z \\ & 1-(n_y)^2 & -(n_y)(n_z)_x & (n_y)(n_x)_x & (n_y)^2-1 & (n_y)(n_z)_z \\ & & 1-(n_z)^2 & (n_z)(n_x)_x & (n_z)(n_y)_y & (n_z)^2-1 \\ & & & 1-(n_x)^2 & -(n_x)(n_y)_y & -(n_x)(n_z)_z \\ & & & & 1-(n_y)^2 & -(n_y)(n_z)_z \\ & & & & & 1-(n_z)^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

sym

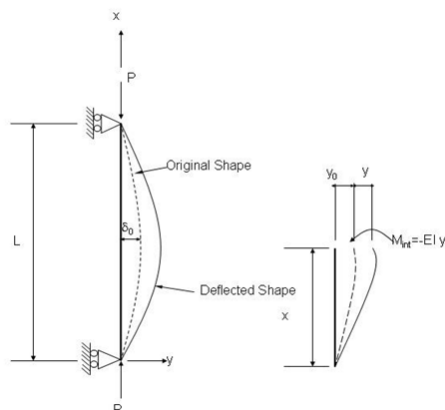
โดย

$$\left. \begin{aligned} (n_x)_x &= \cos \theta_x = \frac{x_j - x_i}{L_y} \\ (n_x)_y &= \cos \theta_y = \frac{y_j - y_i}{L_y} \\ (n_x)_z &= \cos \theta_z = \frac{z_j - z_i}{L_y} \\ L_y &= \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

โดย x, y, z คือค่าพิกัดที่จุดใด ๆ เป็นที่ปรับปรุงจากการเปลี่ยนตำแหน่งแล้ว

2. ความไม่สมบูรณ์ดั้งเดิม

ความไม่สมบูรณ์ชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น (Initial out-of-straightness) มีผลโดยตรงต่อการรับน้ำหนักบรรทุกของโครงสร้าง โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อโครงสร้างมีการรับน้ำหนักบรรทุกที่มาก เกิดการเสียรูปมาก ยิ่งส่งผลต่อเสถียรภาพการรับน้ำหนักบรรทุกโดยตรง AISC Committee 303 (2010) แนะนำขนาดความโค้งตั้งต้นสูงสุดที่ยอมให้สำหรับชิ้นส่วนรับแรงอัดไม่เกิน 1/1000 เท่าของความยาวชิ้นส่วน



ภาพที่ 2 การเสียรูปของชิ้นส่วนรับแรงอัด (Chen & Lui, 1987)



จากภาพที่ 2 แสดงความไม่สมมาตรเชิงเรขาคณิตที่มีความโค้งตั้งต้น สมมุติชิ้นส่วนในรูปแบบครึ่งหนึ่งของความโค้งไซน์ นำเสนอโดย Chen & Lui (1987) เมื่อ $y_{total} = y_0 + y$ คำนวณได้จากสมการที่ (6) และ (7) ตามลำดับ

$$y_0 = \delta_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (6)$$

เมื่อ δ_0 คือขนาดของความโค้งตั้งต้นที่กลางชิ้นส่วน

$$y_{total} = \left(\frac{1}{1 - F/P_e}\right) \delta_0 \sin \frac{\pi x}{L} \quad (7)$$

เมื่อ F คือ แรงภายในที่เกิดขึ้น

P_e คือ น้ำหนักบรรทุกวิกฤตดอยเลอร์

โดยผลเฉลยสมการเมทริกซ์สติฟเนสที่ได้จากการพิจารณาความไม่สมมาตรตั้งต้น แสดงในสมการที่ (8)

$$K = \frac{2EALP_e(1 - F/P_e)^3}{\left\{2L^2P_e(1 - F/P_e)^3 + EA\pi^2\delta_0^2\right\}} \quad (8)$$

3. ระเบียบวิธีการวิเคราะห์แบบควบคุมการเสียดำเนิน

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นจะเลือกใช้วิธีแบบทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสันที่เสนอโดย McGuire, Gallagher & Ziemian (2000) กำหนดสัญลักษณ์ i คือ รอบของเพิ่มค่า (Increment step) j คือ รอบของการทำซ้ำ (Iteration step) k คือ ตำแหน่งดิกรีอิสระ การคำนวณค่าต่างที่ใช้ดังต่อไปนี้

1) น้ำหนักบรรทุกไม่สมดุล (unbalanced load)

$$\{UBF_i^j\} = \{P_{i,sc}^{j-1}\} - \{RF_i^{j-1}\} \quad (9)$$

2) เวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่การทำซ้ำที่จุดต่อ

$$\{d\Delta_i^j\} = [K_i^{j-1}]^{-1} \{dP_{i,sc}^j\} \quad (10)$$

$$\{\overline{d\Delta_i^j}\} = [K_i^{j-1}]^{-1} \{UBF_i^{j-1}\} \quad (11)$$

โดย $\{UBF_i^0\} = 0$

3) การบวกสะสมเวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่การทำซ้ำ

$$\{d\Delta_i^j\} = d\mathcal{N}_i \left\{ \overline{d\Delta_i^j} \right\} + \left\{ \overline{d\Delta_i^j} \right\} \quad (12)$$

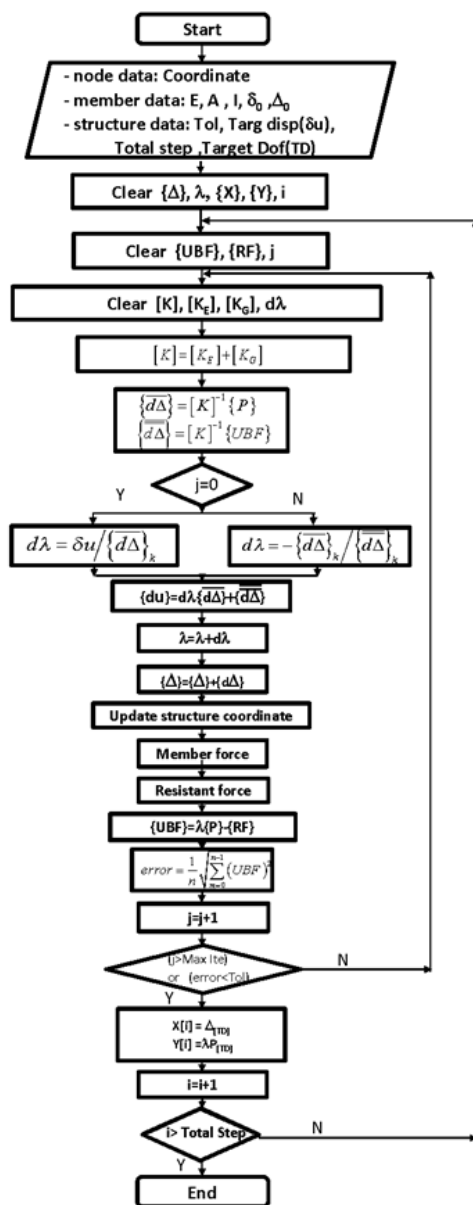
4) การบวกสะสมเวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งทั้งหมด

$$\{\Delta_i\} = \{\Delta_{i-1}\} + \sum_{j=1}^m \{d\Delta_i^j\} \quad (13)$$

5) น้ำหนักบรรทุกแต่ละรอบ

$$\{dP_{i,sc}^j\} = d\mathcal{N}_i \{P_{i,sc}\} \quad (14)$$

ขั้นตอนการวิเคราะห์แบบควบคุมการเสียดำเนิน แสดงดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 วิธีการควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง

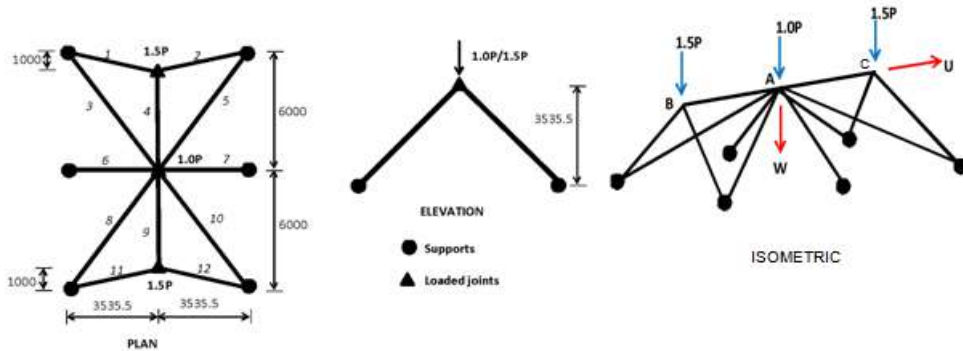
ผลการวิจัย

เพื่อเป็นการทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองและความถูกต้องแม่นยำของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีการพัฒนาขึ้นมา และโครงสร้างสะพานลอยโครงข้อหมุนที่เป็นโครงสร้างที่เคยใช้งานจริง เพื่อสังเกตพฤติกรรมการรับน้ำหนักบรรทุกแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตและทางวัสดุ กำหนดขนาดของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่ความโค้งตั้งต้นไม่เกิน 1/1000 เท่าของความยาวชิ้นส่วน และขนาดของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่ไม่ได้พิกัดตรงจุดต่อไม่เกิน 1/500 เท่าของความยาวชิ้นส่วน มีรายละเอียดดังนี้



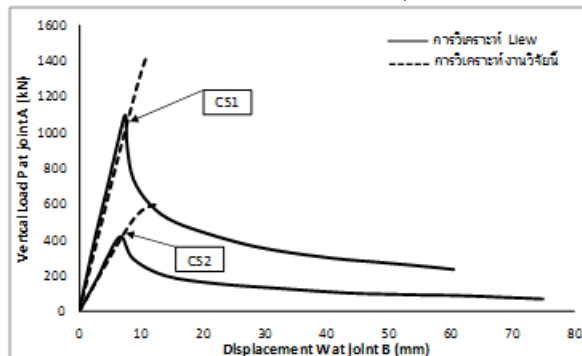
1. โครงข้อหมุนสามมิติ 12 ชั้น

โครงข้อหมุนสามมิติ 12 ชั้น แสดงภาพที่ 4 กำหนดสมบัติเชิงหน้าตัดแบ่งเป็น 2 กรณีดังนี้ CS1 มีพื้นที่หน้าตัด $5,770 \text{ mm}^2$ และโมเมนต์ความเฉื่อย $2,442 \times 10^4 \text{ mm}^4$ และ CS2 มีพื้นที่หน้าตัด $2,570 \text{ mm}^2$ และโมเมนต์ความเฉื่อย $856 \times 10^4 \text{ mm}^4$ ส่วนสมบัติเชิงวัสดุมีค่าเท่ากัน ได้แก่ โมดูลัสยืดหยุ่น 205 N/mm^2 ความเค้นที่จุดคราก 275 N/mm^2 วิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตเท่านั้น ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองโดยการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ของ Liew, Punniyakotty & Shanmugam (1997)



ภาพที่ 4 โครงข้อหมุนสามมิติ 12 ชั้น

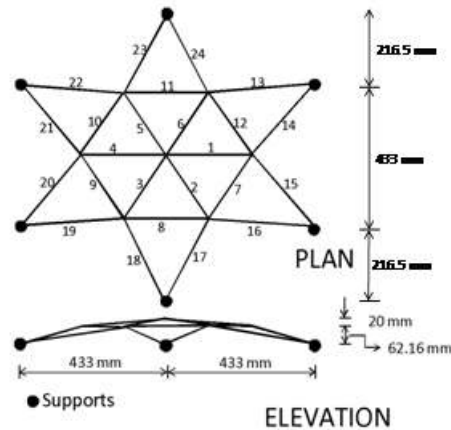
ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับระยะการเคลื่อนตัวแนวดิ่งที่จุด ดังภาพที่ 5 พบว่า พฤติกรรม การต้านทานน้ำหนักบรรทุกแบบไร้เชิงเส้นมีค่าใกล้เคียงกันมากในระยะเริ่มต้นทั้ง 2 กรณี แต่จะมีค่าแตกต่างกันมาเมื่อมีการรับน้ำหนักบรรทุกที่มาก เนื่องจากงานวิจัยนี้เลือกใช้ซีตจำกัดที่น้ำหนักบรรทุกก้อยเลอร์



ภาพที่ 5 ผลการวิเคราะห์การเปลี่ยนตำแหน่งแนวดิ่งที่จุด B

2. สตาร์โดม

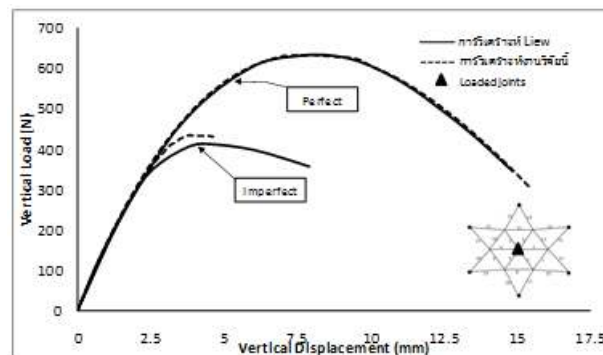
โครงสร้างนี้เป็นตัวอย่างที่ได้รับความนิยมมากในการวิเคราะห์โครงข้อหมุน 3 มิติ โดยตัวอย่างนี้แสดงผลของ กำลังรับน้ำหนักบรรทุกภายนอกเมื่อขึ้นส่วนนั้นมีการรับแรงดึงและแรงอัดผสมผสานกัน ลักษณะของโครงสร้างเป็นรูปดาวที่ประกอบด้วย 24 ชิ้นส่วน รับน้ำหนักบรรทุกในแนวดิ่ง รายละเอียดดังภาพที่ 6 มีขนาดของหน้าตัด 10 mm^2 โมเมนต์ความเฉื่อย 41.7 mm^4 อีลาสติกโมดูลัส $2.03 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ ความเค้นที่จุดคราก 400 N/mm^2 และอินอีลาสติกโมดูลัส $2.03 \times 10^2 \text{ N/mm}^2$ ฐานรองรับทั้งหมดเป็นแบบจุดหมุน อัตราส่วนความขรุขระ 123 และ 155 สำหรับชิ้นส่วนหมายเลข 1-12 และ 13-24



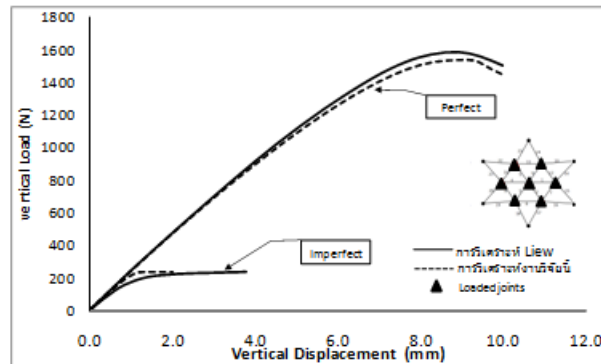
ภาพที่ 6 สตาร์โดม

ผลการวิเคราะห์กรณีน้ำหนักบรรทุกกระทำที่จุดกึ่งกลางของโดมดังภาพที่ 7 และผลการวิเคราะห์กรณีน้ำหนักบรรทุกกระทำที่จุดต่อทั้ง 7 จุด ดังภาพที่ 8 เมื่อเปรียบเทียบกับผลของ Liew et al., (1997) ที่สภาวะสมบูรณ์ผลการวิเคราะห์มีค่าใกล้เคียงมาก มีความคลาดเคลื่อนประมาณ 1.1% และที่สภาวะมีความโค้งตั้งต้นนั้นจะมีความใกล้เคียงกันมาก ก่อนเข้าสู่จุดวิกฤติ

การพิจารณาชั้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นน้ำหนักบรรทุกวิกฤติจะลดลงอย่างมาก นั่นคือจาก 633 N ลดลงไปเหลือ 435 N ในกรณีรับน้ำหนักบรรทุกแนวตั้งเดียว และจาก 1,543 N ลดลงไป 237 N ในกรณีรับน้ำหนักบรรทุกแนวตั้งทั้ง 7 เนื่องด้วยรูปร่างของสตาร์โดมเป็นโครงสร้างที่ค่อนข้างราบแบนมีเสถียรภาพต่ำจึงส่งผลความแตกต่างของน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ ดังนั้นการพิจารณาที่สภาวะความไม่สมบูรณ์ที่มีความโค้งตั้งต้นส่งผลน้ำหนักบรรทุกวิกฤติอย่างมาก



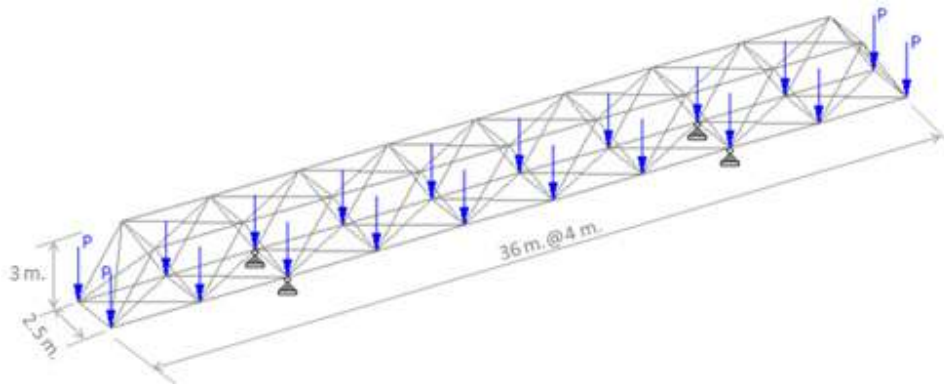
ภาพที่ 7 ผลการวิเคราะห์กรณีน้ำหนักบรรทุกกระทำที่จุดกึ่งกลางของโดม



ภาพที่ 8 ผลการวิเคราะห์กรณีน้ำหนักบรรทุกกระทำที่จุดต่อทั้ง 7 จุด

3. สะพานลอยโครงข้อหมุน

สะพานลอยโครงข้อหมุนนี้มีความสูง 3 m. กว้าง 2.5 m. และมีความยาวทั้งหมด 36 m. น้ำหนักบรรทุกกระทำที่จุดต่อของคอร์ดล่าง มีจุดรองรับเป็นแบบยึดหมุน โครงสร้างนี้ถูกออกแบบเพื่อรับน้ำหนักบรรทุกที่สภาวะใช้งาน 50,000 N รายละเอียดดังภาพที่ 9 กำลังของวัสดุที่จุดคราก 240 MPa อีลาสติกโมดูลัส 205 GPa อีนีลาสติกโมดูลัส 10.25 GPa ขนาดของหน้าตัดแสดงดังตารางที่ 1

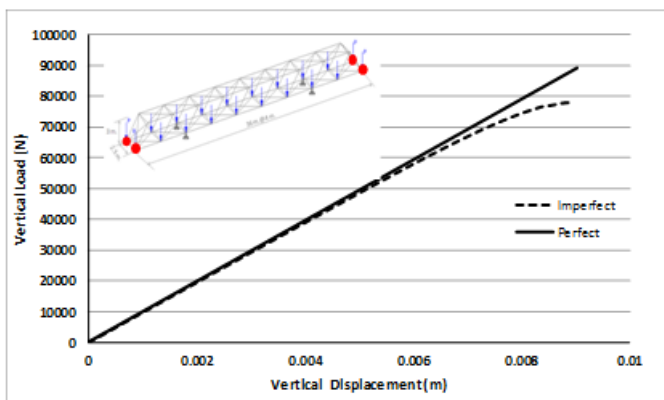


ภาพที่ 9 สะพานลอยโครงข้อหมุน

ตารางที่ 1 ขนาดหน้าตัดแต่ละชิ้นส่วนของสะพานลอยโครงข้อหมุน

Member	Lower chord	Upper chord	Vertical	Cross bracing	Strut bracing
Type of section	2C	2C	H	L	H
Sectional area (m^2)	7.72×10^{-3}	7.72×10^{-3}	3.03×10^{-3}	7.53×10^{-4}	3.03×10^{-3}
Moment of inertia (m^4)	5.65×10^{-6}	5.65×10^{-6}	1.38×10^{-6}	3.5×10^{-7}	1.38×10^{-6}

จากภาพที่ 10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับการเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดปลายของสะพานลอยโครงข้อหมุน เปรียบเทียบที่สภาวะสมบูรณ์กับโครงสร้างมีความโค้งตั้งพบว่า น้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่สภาวะสมบูรณ์ 89,235 N เมื่อพิจารณาเฉพาะความโค้งตั้งต้น 78,349 N มีค่าลดลง 12.20% เมื่อเทียบการวิเคราะห์ที่สภาวะสมบูรณ์



ภาพที่ 10 ผลการวิเคราะห์สะพานลงโครงข้อหมุนที่การเปลี่ยนตำแหน่งจุดปลาย

ผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นทั้งชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นและพิกัดไม่ตรงจุดด้วยขนาดไม่เกิน 1/500 ของความยาวชิ้นตามมาตรฐาน AISC303-10 ด้วยการเปลี่ยนตำแหน่งจุดต่อในสามแกนทั้ง x, y, z ซึ่งน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่ต่ำสุดนั้นมีรูปแบบที่แน่นอนและไม่สามารถกำหนดได้ การสุ่มเป็นวิธีหนึ่งช่วยในการหาน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่ต่ำสุด ด้วยการสุ่มด้วยกระจายแบบสม่ำเสมอ (Uniform distribution) สะพานลอยโครงข้อหมุนจะมีการสุ่มที่อยู่ในช่วง -8 ถึง +8 mm. ผลการวิเคราะห์น้ำหนักบรรทุกวิกฤติเมื่อใช้จำนวนตัวอย่างตั้งแต่ 1,000 2,000 4,000 8,000 10,000 15,000 20,000 ได้ค่าน้ำหนักวิกฤติสูงสุด ค่าต่ำสุด ค่าเฉลี่ย ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าแปรปรวนของแต่ละกลุ่มตัวอย่างแสดงดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ผลวิเคราะห์น้ำหนักบรรทุกวิกฤติจากการสุ่มตัวอย่างความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น (N)

จำนวนครั้งการสุ่ม	1,000	2,000	4,000	8,000	10,000	15,000	20,000
ค่าสูงสุด	78,206	78,246	78,342	78,460	78,460	78,460	78,460
ค่าต่ำสุด	76,319	76,179	76,082	75,939	75,939	75,939	75,939
ค่าเฉลี่ย	77,443	77,439	77,436	77,440	77,438	77,438	77,438
ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน	308.12	302.00	320.70	319.63	317.74	317.74	317.74
ความแปรปรวน	94,937	102,399	102,845	102,161	100,960	100,960	100,960

จากตารางที่ 3 เมื่อนำผลจากการสุ่ม 20,000 ครั้ง เมื่อจัดเรียงข้อมูลเป็นช่วงมีรายละเอียดของข้อมูลความถี่ ความถี่สะสมและความน่าจะเป็น พบว่าโดยส่วนใหญ่มีค่าน้อยกว่าผลการวิเคราะห์ที่พิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นเฉพาะความโค้งตั้งต้นอย่างเดียว 78349 N และช่วงน้ำหนักบรรทุกระหว่าง 77359-77518 N ค่าความถี่ 4148 ครั้ง ค่าความน่าจะเป็นสูงสุดเท่ากับ 0.2092 มีค่าลดลงเมื่อเทียบกับการพิจารณาเฉพาะความโค้งตั้งต้นประมาณ 1.6 %



ตารางที่ 3 ข้อมูลทางของสถิติกำลังรับน้ำหนักบรรทุกทุกวิกฤติที่จำนวนการสุ่ม 20,000 ตัวอย่าง

frequency.	Range	Prop.	Cum. Prop.
6	75939-76088	0.0003	0.0003
10	76088-76247	0.0005	0.0008
22	76247-76406	0.0011	0.0019
138	76406-76564	0.0069	0.0088
276	76564-76723	0.0138	0.0226
650	76723-76882	0.0325	0.0551
1186	76882-77041	0.0593	0.1144
1928	77041-77200	0.0964	0.2108
3118	77200-77359	0.1559	0.3667
4184	77359-77518	0.2092	0.5759
3930	77518-77676	0.1965	0.7724
2580	77676-77835	0.129	0.9014
1562	77835-77994	0.0781	0.9795
340	77994-78153	0.017	0.9965
64	78153-78312	0.0032	0.9997
6	78312-78460	0.0003	1

อภิปรายผล

โครงข้อมุน 12 ชิ้น เป็นตัวอย่างเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองด้วยการเทียบกับงานวิจัยในอดีต ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับระยะการเคลื่อนตัว พบว่า พฤติกรรมการต้านทานน้ำหนักบรรทุกแบบไร้เชิงเส้นมีค่าใกล้เคียงกันมากในระยะเริ่มต้นทั้ง 2 กรณี แต่จะมีค่าแตกต่างกันมากเมื่อมีการรับน้ำหนักบรรทุกที่มาก เนื่องจากงานวิจัยนี้เลือกใช้ขีดจำกัดที่น้ำหนักบรรทุกออยเลอร์

สตาโรโดมเป็นโครงสร้างที่ออกแบบเพื่อให้ไวต่อการสูญเสียเสถียรภาพ วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับระยะการเคลื่อนตัวแนวตั้ง พบว่า เมื่อพิจารณาชิ้นส่วนที่มีความโค้งตั้งต้นนั้นจะส่งผลต่อกำลังรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ เนื่องจากชิ้นส่วนรับแรงอัดจะวิบัติด้วยขีดจำกัดของออยเลอร์

สะพานลอยโครงข้อมุนเป็นโครงสร้างที่ออกแบบและค้ำยันและมีเสถียรภาพสูง วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับระยะการเคลื่อนตัวแนวตั้ง พบว่า การจำลองชิ้นส่วนที่มีความโค้งตั้งต้นส่งผลต่อกำลังรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ และเมื่อพิจารณาด้วยการสุ่มขนาดและตำแหน่งของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อ ส่งผลต่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤติเล็กน้อยด้วยค่าความน่าจะเป็นสูงสุด แม้ว่าขนาดของความไม่สมบูรณ์นั้นอยู่ในเกณฑ์มาตรฐาน

สรุป

ปัจจัยที่ส่งผลต่อพฤติกรรมการรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่ลดลงของโครงข้อหมุนแบบไร้เชิงเส้นนั้นอยู่มากมาย การพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นเป็นอีกหนึ่งปัจจัยที่จะส่งผลอย่างชัดเจน โดยเฉพาะอย่างยิ่งโครงสร้างบางประเภทที่มีความไวต่อเสถียรภาพ จะแสดงความแตกต่างอย่างชัดเจนมาก อาทิเช่น สตารโดม เป็นต้น เนื่องจากความไม่สมบูรณ์ที่ความโค้งตั้งต้นจะส่งผลโดยตรงต่อที่ส่วนรับแรงอัดทำให้เกิดการโก่งเดาะของชิ้นส่วนเร็วขึ้น แต่เมื่อนำมาวิเคราะห์กับโครงสร้างที่มีการค้ำยันมากพอและมีเสถียรภาพที่สูง การพิจารณากำหนดให้ชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นส่งผลต่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤติลดลงไปอีก และเมื่อพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อด้วยการสุมขนาดและตำแหน่งพบว่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติลดลงไปอีกด้วยค่าความน่าจะเป็นสูงสุด

ข้อเสนอแนะ

จากข้อมูลผลการวิเคราะห์สามารถนำไปประยุกต์ใช้สำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างที่ถูกแรงกระทำที่สูงมาก อย่างเช่น การต้านทานจากภัยพิบัติทางธรรมชาติ สามารถประเมินสมรรถนะของโครงสร้างเก่าแก่ และการประยุกต์ใช้สำหรับงานวิจัยในขั้นสูงต่อไป

งานวิจัยนี้เป็นเพียงแนวทางหนึ่งพิจารณา เพื่อให้ได้ผลที่ถูกต้องแม่นยำมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ควรจะพิจารณาส่วนอื่นเพิ่มเติม ได้แก่ การพิจารณาพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของแต่ละชิ้นส่วน การเลือกใช้แบบจำลองที่สามารถอธิบายพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุที่เกี่ยวข้องพฤติกรรมจริงมากขึ้น การพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นอื่นๆ เช่น โมดูลัสยืดหยุ่น ขนาดหน้าตัด เป็นต้น รวมทั้งการพัฒนาโปรแกรมสำหรับการวิเคราะห์โครงข้อแข็งสามมิติ

รายการอ้างอิง (Reference)

- AISC Committee 303. (2010). *Code of Standard Practice for Steel Buildings and Bridges*. American Institute of Steel Construction.
- Chen, W. F., & Lui, E. M. (1987). *Structural Stability: theory and implementation*. New York: Elsevier.
- Liew R. J. Y., Punniyakotty N. M., & Shanmugam N. E. (1997). Advanced analysis and design of Spatial Structures. *Construct Steel Res*, 42, 21-48.
- McGuire, W., Gallagher, R. H., & Ziemian, R. D. (2000). *Matrix Structural Analysis*. (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Schenk C. A., & Schuëller G. sI. (2003). Buckling analysis of cylindrical shells with Random geometric imperfections. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 38, 1119-113.
- Wattanachai S. (2008). JSM as a Toolbox for Structural Analysis and Design Applications. *Proceedings of the 13th national convention on civil engineering*.
- Tomski, L., & Brzdekiewicz I. P. (2010). Global buckling and the interaction of initial imperfections of columns subjected to conservative loading. *Journal of ThinWalled Struct*, 49, 521-528.