

# ประสิทธิภาพของสถิติพาราเมตริกและสถิตินอนพาราเมตริกในการทดสอบตำแหน่งของประชากรหลายกลุ่ม

The efficiency of parametric and non-parametric statistics on location testing with multiple population groups

ประภาส กลับนวล<sup>1\*</sup>

Praphat Klubnual<sup>1\*</sup>

## บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของสถิติพาราเมตริกและสถิตินอนพาราเมตริกในการทดสอบตำแหน่งของประชากรหลายกลุ่ม ตัวสถิติทดสอบประกอบด้วย one-way ANOVA (F test), the Kruskal-Wallis test (K-W test) และ the Van der Waerden normal-scores test for k independent samples (V-W test) จำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล โดยโปรแกรม R กำหนดเงื่อนไข คือ ประชากรมีการแจกแจงปกติ การแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปกติ ( $S_k = -0.75$ ,  $K = 2.80$ ) และการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปกติ ( $S_k = 0.75$ ,  $K = 3.60$ ) ขนาดตัวอย่าง คือ 10 (ขนาดเล็ก), 25 และ 50 (ขนาดกลาง) และ 100 (ขนาดใหญ่) จำนวนประชากร 3, 4 และ 5 กลุ่ม ความแปรปรวนเท่ากันและไม่เท่ากัน ทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ผลการวิจัยพบว่าประชากรมีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบที่มีความแกร่งและอำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก คือ F test และ K-W test ตัวอย่างขนาดกลาง คือ K-W test และตัวอย่างขนาดใหญ่ คือ F test, K-W test และ V-W test เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปกติตัวสถิติทดสอบที่มีความแกร่งและอำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อตัวอย่างขนาดเล็กและขนาดกลาง คือ V-W test และตัวอย่างขนาดใหญ่และความแปรปรวนเท่ากันคือ F test, K-W test และ V-W test สำหรับความแปรปรวนไม่เท่ากัน คือ F test และเมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปกติ ตัวสถิติทดสอบที่มีความแกร่งและอำนาจการทดสอบสูงสุดเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก คือ K-W test และ V-W test และขนาดกลาง คือ V-W test และตัวอย่างขนาดใหญ่และความแปรปรวนเท่ากัน คือ F test, K-W test และ V-W test สำหรับความแปรปรวนไม่เท่ากัน คือ F test

**คำสำคัญ:** ความแกร่ง อำนาจการทดสอบ การทดสอบตำแหน่งของประชากรหลายกลุ่ม

## Abstract

This research aimed to study the efficiency of parametric and non-parametric statistics on location testing with multiple population groups. The statistical techniques applied were one-way ANOVA (F test), the Kruskal-Wallis test (K-W test), and the Van der Waerden normal-scores test for k independent samples (V-W test). The data were

<sup>1</sup> คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์พระนครศรีอยุธยา วาสูกี 13000

<sup>1</sup> Faculty of Science and Technology, Rajamangala University of Technology Suvarnabhumi, Wasuki Phra Nakhon Si Ayutthaya Campus, 13000

\* Corresponding author. E-mail: praphat.k@rmutsb.ac.th

simulated by Monte Carlo techniques with program R. The determined conditions were population with normal distribution, negative skewness and platykurtic distribution ( $S_k = -0.75$ ,  $K = 2.80$ ) and positive skewness and leptokurtic distribution ( $S_k = 0.75$ ,  $K = 3.60$ ). Additionally, the sample sizes were 10 (small), 25, 50 (medium) and 100 (large). The sample were divided into 3, 4, and 5 groups with equal/non-equal variance. The hypotheses were tested at significant levels of 0.05 and 0.01. The results showed that the population was normal distribution, the tested statistics showing robustness and having highest power of the test for small sample were F test and K-W test, for medium sample was K-W test, and for large sample were F test, K-W test, and V-W test. When the population was negative skewness and platykurtic distributions, the tested statistics showing robustness and having highest power of the test for small and medium samples was V-W test. For large sample with equal variance, the tested techniques were F test, K-W test, and V-W test. For non-equal variance, the tested technique was F test. Finally, when population was positive skewness and leptokurtic distribution, the tested statistics showing robustness and highest power of the test for small sample were K-W test and V-W test, for medium sample was V-W test, and for large sample with equal variance were F test, K-W test, and V-W test, and with non-equal variance was F test.

**Keywords:** robustness, power of the test, location testing with multiple population groups

### บทนำ

การดำเนินการวิจัยนั้น นักวิจัยต้องมีความเข้าใจเกี่ยวเนื้อหา (content) และออกแบบการวิจัยอย่างเหมาะสมจึงจะทำให้ได้คำตอบจากงานวิจัยที่มีความตรงภายใน (internal validity) และความตรงภายนอก (external validity) ดังนั้น การออกแบบการวิจัยจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งที่จะทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง รวมถึงสรุปอ้างอิงไปสู่พหุพารามิเตอร์ของประชากรอย่างถูกต้อง ซึ่งการสรุปอ้างอิงไปสู่ประชากรต้องเลือกใช้สถิติอย่างเหมาะสม และเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น (assumption) โดยสถิติทดสอบแต่ละประเภทจะมีข้อตกลง รวมถึงระดับความรุนแรงในการละเมิดข้อตกลงที่แตกต่างกันไป ดังนั้นการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นก่อนดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง ทั้งนี้ นักวิจัยส่วนใหญ่จะนิยมใช้สถิติพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์ข้อมูล และขาดการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้น ดังนั้นการ

นำเสนอตัวสถิติทดสอบที่มีความแกร่ง (robustness) จึงมีความสำคัญอย่างยิ่งในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อสรุปผลการวิจัย ซึ่งการทดสอบสมมติฐานเพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างค่าเฉลี่ยประชากรตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป ที่นิยมใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (one way analysis of variance) หรือแผนแบบการทดลองสุ่มสมบูรณ์ (completely randomized design: CRD) โดยอาศัยการแจกแจงเอฟ (F distribution) หรือบางครั้งนิยมเรียกว่า ตัวสถิติทดสอบเอฟ ซึ่งมีข้อตกลงเบื้องต้น 1) ประชากรแต่ละกลุ่มมีการแจกแจงปกติ 2) ข้อมูลของแต่ละหน่วยของประชากรเป็นอิสระกัน และ 3) ความแปรปรวนแต่ละประชากรเท่ากัน (มนตรี, 2557; สุชาติ และ กุณทิรา, 2560; จิรภา และ อัจฉนา, 2560) ทั้งนี้สภาพความเป็นจริงของข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาอาจไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นทุกประการ ดังนั้น จึงต้องใช้ตัวสถิติ

ทดสอบอื่นๆ หรือตัวสถิติทดสอบที่มีความแกร่งและอำนาจการทดสอบในระดับที่ยอมรับได้

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า สุชาติ และภุณทีรา (2560) ได้ศึกษาความแกร่งของสถิติทดสอบเอฟ เมื่อความแปรปรวนของประชากรเท่ากันและแตกต่างกัน 3 ระดับ คือ น้อย ปานกลาง และมาก โดยเป็นการจำลองประชากรมีการแจกแจงปกติจำนวน 3 กลุ่ม กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากัน คือ 10, 30 และ 80 และขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน พบว่า 1) เมื่อตัวอย่างมีขนาดเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน ตัวสถิติทดสอบเอฟมีความแกร่งในทุกเงื่อนไขที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 สำหรับความแปรปรวนของประชากรแตกต่างกัน ตัวสถิติทดสอบเอฟมีความแกร่งทุกเงื่อนไขที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มีความแกร่งเฉพาะตัวอย่างขนาดใหญ่ 2) เมื่อตัวอย่างมีขนาดไม่เท่ากันและความแปรปรวนเท่ากันและไม่เท่ากันตัวสถิติทดสอบเอฟมีความแกร่งทุกเงื่อนไข ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 นอกจากนี้จากการศึกษาของจิราภา และธัชมา (2560) ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบค่าเฉลี่ย 3 ประชากร กรณีความแปรปรวนไม่เท่ากัน กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน พบว่า เมื่อประชากรมีการแจกแจงแจกแกมมา ตัวสถิติทดสอบเอฟ ตัวสถิติทดสอบเวลช์ และตัวสถิติทดสอบมาราสควิลโล สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ และมีอำนาจการทดสอบสูงสุดเกือบทุกกรณีสำหรับประชากรมีการแจกแจงปกติ พบว่า ตัวสถิติทดสอบเวลช์ และตัวสถิติทดสอบมาราสควิลโล สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ และมีอำนาจการทดสอบ

สูงสุดทุกกรณี จากการศึกษานี้ของ Feir and Toothaker (1974) พบว่า ตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบของคริสคัล-วอลลิส ควบคุมอัตราความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้พอๆ กัน แต่ตัวสถิติทดสอบเอฟจะมีค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบของคริสคัล-วอลลิส เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติและการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล จากการศึกษานี้ของ Guo and Luh (2008) พบว่า เมื่อความแปรปรวนเท่ากันตัวสถิติทดสอบเอฟ จะมีค่าอำนาจการทดสอบมากกว่าตัวสถิติทดสอบเวลช์ และตัวสถิติทดสอบเวลช์จะมีค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟและจากการศึกษาของ Hecke (2012) พบว่า เมื่อประชากรมีการแจกแจงไม่สมมาตรตัวสถิติทดสอบของคริสคัล-วอลลิส มีอำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟ แม้ว่ามีการวิจัยหรือหนังสือกล่าวไว้ว่าตัวสถิติทดสอบเอฟมีความแกร่งเมื่อละเมิดข้อตกลงเบื้องต้นแต่จากผลการศึกษานี้แสดงให้เห็นว่าอำนาจการทดสอบจะลดลงอย่างมีนัยสำคัญ Gleason (2013) ได้ศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟ การทดสอบ approximate randomization ANOVA และตัวสถิติทดสอบของคริสคัล-วอลลิส โดยกำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากัน คือ 10 และ 30 จำนวนกลุ่ม คือ 3 และ 5 กลุ่ม และกำหนดขนาดความแตกต่างแต่ละทรีตเมนต์ด้วยขนาดอิทธิพล (effect size) เท่ากับ 0.1  $\sigma$  ถึง 1.0  $\sigma$  ภายใต้การแจกแจงปกติ การแจกแจงเอกรูป และการแจกแจงโคสเคอร์ ผลการศึกษา พบว่า ตัวสถิติทดสอบเอฟ (one way analysis of variance) และการทดสอบ approximate randomization ANOVA มีอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกันทุกการแจกแจง และ

ขนาดอิทธิพล ทั้งนี้อำนาจการทดสอบของคริสต์-วอลลิสต่ำกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟและการทดสอบ approximate randomization ANOVA เล็กน้อย ภายใต้การแจกแจงปกติและการแจกแจงเอกรูป ทั้งนี้ถ้าประชากรมีการแจกแจงโคสเคอร์วอร์อำนาจการทดสอบจะมีความแตกต่างกันสูง

Luepsen (2017) ได้ศึกษาเปรียบเทียบ ประสิทธิภาพการวิเคราะห์ความแปรปรวนระหว่างตัวสถิติทดสอบเอฟ และสถิติทดสอบนอนพาราเมตริก 7 วิธี ได้แก่ วิธี rank transform (RT) วิธี inverse normal transform (INT) วิธี aligned rank transform (ART) วิธี Puri and Sen's L statistics การทดสอบของแวนเดอแวร์เดนฮอร์มอล-สกอว์ และวิธี ATS โดยจำลองเงื่อนไขทั้งการแจกแจงปกติ และการแจกแจงไม่ปกติ 15 การแจกแจง ทั้งความแปรปรวนเท่ากันและไม่เท่ากัน และขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน ผลการศึกษาพบว่า การทดสอบของแวนเดอแวร์เดนฮอร์มอล-สกอว์ มีประสิทธิภาพดีที่สุดเกือบทุกเงื่อนไข นอกจากนี้จากการศึกษาของมนตรี (2557) ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของ Z test, T test, Mann Whitney U test, Van der Waerden test, Kolmogorov-Smirnov test และ modified U test พบว่า การทดสอบแวนเดอแวร์เดนมีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปกติ และตัวอย่างขนาดกลางและขนาดใหญ่ และประชากรมีการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปกติและตัวอย่างขนาดใหญ่

จากที่กล่าวมาข้างต้น พบว่า ประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบบางตัวทดสอบยังไม่ชัดเจนและแตกต่างกันในบางประเด็นเพื่อให้เกิดความชัดเจน

ในเรื่องดังกล่าว จึงต้องการศึกษาประสิทธิภาพของสถิติพาราเมตริกและสถิตินอนพาราเมตริกในการทดสอบตำแหน่งของประชากรหลายกลุ่มสำหรับสถิติที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ คือ การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (one way analysis of variance) และการทดสอบของคริสต์-วอลลิส (the Kruskal-Wallis test) ซึ่งเป็นสถิติทดสอบที่ได้รับความนิยมในการนำไปใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลและมีคำสั่งอยู่ในโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ และการทดสอบของแวนเดอแวร์เดนฮอร์มอล-สกอว์ (the Van der Waerden normal-scores test for k independent samples) ซึ่งเป็นตัวสถิติทดสอบที่ค่อนข้างมีประสิทธิภาพสูงสำหรับเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบ คือ ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ

**วิธีการทางสถิติ**

สถิติพาราเมตริกและสถิตินอนพาราเมตริกในการทดสอบตำแหน่งของประชากรหลายกลุ่มที่นำมาศึกษาประสิทธิภาพมีรายละเอียด ดังนี้

### 1. การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (one-way ANOVA) เป็นวิธีการที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากรตั้งแต่ 2 กลุ่มขึ้นไป โดยตัวสถิติทดสอบมีการแจกแจงแบบเอฟ มีรายละเอียดการคำนวณ ดังนี้ (มนตรี, 2557)

$$F_{cal} = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} - \frac{T^2}{n}}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}^2 - \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i}} \bigg/ (k-1) \quad (1)$$

จะปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อ  $F_{cal} \geq F_{\alpha, k-1, n-k}$  โดยที่  $F_{\alpha, k-1, n-k}$  คือ ค่าวิกฤตที่เปิดจากตารางการแจกแจงแบบเอฟ

## 2. การทดสอบของครัสคัล-วอลลิส

การทดสอบของครัสคัล-วอลลิส (the Kruskal-Wallis test) เป็นการทดสอบที่ขยายมาจากการทดสอบของแมน-วิตนีย์ กรณีตัวอย่างที่เป็นอิสระกัน โดยเป็นการทดสอบค่ากลางของประชากรตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป โดยประมาณค่าด้วยการแจกแจงไคสแควร์ มีรายละเอียด ดังนี้ (Sheskin, 2000)

สถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^k \left[ \frac{(\sum R_j)^2}{n_j} \right] - 3(N+1) \quad (2)$$

จะปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อ  $H \geq \chi_{\alpha, k-1}^2$  โดยที่  $\chi_{\alpha, k-1}^2$  คือ ค่าวิกฤตที่เปิดจากตารางการแจกแจงไคสแควร์

## 3. การทดสอบของแวน เดอแวร์เดน นอร์มอล-สกอร์

การทดสอบแวนเดอแวร์เดน (the Van der Waerden normal-scores test for k independent samples) ถูกนำเสนอในปี ค.ศ. 1953 โดยใช้ค่า inverse-normal scores ( $Z^{(i)}$ ) แทนค่าที่ได้จากการสังเกต มีรายละเอียด ดังนี้ (Sheskin, 2000)

$$\chi_{vdw}^2 = \frac{\sum_{j=1}^k n_j (\bar{z}_j)^2}{\tilde{s}^2} \quad (3)$$

โดย  $z_{ij}$  คือ คะแนนมาตรฐานหน่วยที่  $i$  กลุ่มที่  $j$

$\tilde{s}^2$  คือ ค่าประมาณความแปรปรวนประชากรของคะแนนมาตรฐาน

จะปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อ  $\chi_{vdw}^2 \geq \chi_{\alpha, k-1}^2$  โดยที่  $\chi_{\alpha, k-1}^2$  คือ ค่าวิกฤตที่เปิดจากตารางการแจกแจงไคสแควร์

## วิธีการศึกษา

การศึกษาประสิทธิภาพของสถิติพาราเมตริกและสถิตินอนพาราเมตริกในการทดสอบตำแหน่งของประชากรหลายกลุ่มได้ดำเนินการวิจัยโดยใช้การจำลองแบบปัญหาด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo technique) ด้วยโปรแกรม R version 3.4.1 มีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

1. สร้างประชากรให้มีการแจกแจงปกติ การแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปกติ ( $S_k = -0.75$ ,  $K = 2.80$ ) และการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปกติ ( $S_k = 0.75$ ,  $K = 3.60$ ) โดยประชากรที่ศึกษา ประกอบด้วย 3, 4 และ 5 กลุ่ม ทั้งนี้สร้างตัวแปรสุ่มโดยใช้ฟังก์ชันของ Ramberg et al. (1979) โดยตัวแปรสุ่มกำหนดจาก 4 พารามิเตอร์ ดังนี้

$$x = \lambda_1 + \frac{[R\lambda_3 - (1-R)\lambda_4]}{\lambda_2} \quad (4)$$

เมื่อ  $R$  เป็นตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอกรูปในช่วง (0, 1)

$\lambda_1$  เป็นพารามิเตอร์กำหนดตำแหน่ง (location parameter)

$\lambda_2$  เป็นพารามิเตอร์กำหนดสเกล (scale parameter)

$\lambda_3, \lambda_4$  เป็นพารามิเตอร์กำหนดรูปร่าง (shape parameter)

สำหรับค่า  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  และ  $\lambda_4$  อ่านจาก ตารางการแจกแจงของ Ramberg *et al.* (1979) ตามค่าความเบ้และค่าความโด่งที่กำหนด โดยที่ค่า  $\lambda_1, \lambda_2$  ที่ได้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวน เท่ากับ 1 แต่ถ้าค่าเฉลี่ยเท่ากับ  $\mu$  และความแปรปรวน เท่ากับ  $\sigma^2$  จะต้องแปลงค่า  $\lambda_1, \lambda_2$  จากสูตรดังนี้

$$\begin{aligned}\lambda_1(\mu, \sigma^2) &= \lambda_1(0, 1) \sigma + \mu \\ \lambda_2(\mu, \sigma^2) &= \lambda_2(0, 1) / \sigma\end{aligned}\quad (5)$$

ทั้งนี้ประชากรกลุ่มที่ 1 กำหนดให้มีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 10 และความแปรปรวนเท่ากับ 100 สำหรับ ประชากรกลุ่มอื่น ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขการจำลองแบบ ปัญหา  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

2. กำหนดขนาดตัวอย่างจำนวน 4 ขนาด กำหนดให้เท่ากันทุกกลุ่ม ประกอบด้วย 10 (ขนาดเล็ก), 25 และ 50 (ขนาดกลาง) และ 100 (ขนาดใหญ่)

3. กำหนดอัตราส่วนของค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนมีรายละเอียด ดังนี้ (Table 1)

**Table 1** Ratio of means and variances.

| number of groups | ratio of means    | ratio of variances |
|------------------|-------------------|--------------------|
| 3 groups         | 1:1:1             | 1:1:1              |
|                  |                   | 1:1.3:1.6          |
|                  | 1:1.5:2           | 1:1:1              |
| 4 groups         | 1:1.5:1.5:2       | 1:1.3:1.6          |
|                  |                   | 1:1:1:1            |
|                  | 1:1.3:1.3:1.6     | 1:1.3:1.3:1.6      |
| 5 groups         | 1:1.5:1.5:1.5:2   | 1:1:1:1            |
|                  |                   | 1:1.3:1.3:1.3:1.6  |
|                  | 1:1.3:1.3:1.3:1.6 | 1:1:1:1:1          |
|                  |                   | 1:1.3:1.3:1.3:1.6  |

สำหรับการกำหนดเงื่อนไขความแปรปรวน คือ ความแปรปรวนเท่ากัน และความแปรปรวนไม่ เท่ากัน โดยให้มีความแตกต่างกันระดับปานกลาง ( $\phi=2.4495$ ) ทั้งนี้ใช้ค่า noncentrality parameter ( $\phi$  (noncentrality parameter) เป็นเกณฑ์ที่ใช้วัด

ความแตกต่างของความแปรปรวน มีรายละเอียด ดังนี้ (Game *et al.*, 1972)

$$\phi = \left[ \left( \sum_{i=1}^k (\sigma_i^2 - \bar{\sigma}^2)^2 / k \right) / \sigma_1^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

เมื่อ  $\sigma_1^2$  คือ ความแปรปรวนของประชากรที่มีค่าต่ำสุด

$\sigma_i^2$  คือ ความแปรปรวนของประชากรที่  $i$  โดยที่  $i = 1, 2, \dots, k$

$\sigma^2$  คือ ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของประชากรทั้ง  $k$  กลุ่ม

4. สถิติที่ใช้ในการทดสอบความแตกต่างของการทดสอบตำแหน่งของประชากรหลายกลุ่มที่นำมาศึกษาเปรียบเทียบประกอบด้วย one-way ANOVA, the Kruskal-Wallis test และ the Van der Waerden normal-scores test for  $k$  independent samples

5. จำลองข้อมูลแต่ละสถานการณ์ จำนวน 10,000 ครั้ง

6. การคำนวณความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ พิจารณาจากจำนวนการปฏิเสธ  $H_0$  ของการจำลองชุดข้อมูลจำนวน 10,000 ชุด ในแต่ละสถานการณ์ มีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$\text{ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1} = \frac{\text{จำนวนครั้งของการปฏิเสธ } H_0 \text{ เมื่อ } H_0 \text{ เป็นจริง}}{10,000} \quad (7)$$

$$\text{อำนาจการทดสอบ} = \frac{\text{จำนวนครั้งของการปฏิเสธ } H_0 \text{ เมื่อ } H_1 \text{ เป็นจริง}}{10,000} \quad (8)$$

สำหรับการพิจารณาความแรงใช้เกณฑ์ของ Bradley (1978) คือ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ถ้าค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 อยู่ระหว่าง 0.025-0.075 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 อยู่ระหว่าง 0.0050-0.0150 ถือว่าสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้หรือตัวสถิติทดสอบมีความแรง

### ผลการศึกษา

1. ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติผลการวิจัยแสดงใน (Table 2 and 3)

จาก (Table 2) ประชากรมีการแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกขนาดตัวอย่าง คือ F-test, K-W test และ V-W test

จาก (Table 3) ประชากรมีการแจกแจงปกติตัวสถิติทดสอบที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด และสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวอย่างขนาดเล็ก คือ K-W test สำหรับระดับนัยสำคัญ 0.01 คือ F test ตัวอย่างขนาดกลาง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 คือ K-W test และตัวอย่างขนาดใหญ่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 คือ F test, K-W test และ V-W test

2. ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่า

ปรกติ ( $S_k = -0.75$ ,  $K = 2.80$ ) ผลการวิจัยแสดงใน (Table 4 and 5)

**Table 2** Probability of type I error of tested statistics on location when population has normal distribution classified by sample size, variance and number of groups.

| $n_i$ | variances | tested statistics | 3 groups |         | 4 groups |         | 5 groups |         |
|-------|-----------|-------------------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|
|       |           |                   | 0.05     | 0.01    | 0.05     | 0.01    | 0.05     | 0.01    |
| 10    | equal     | F                 | 0.0477*  | 0.0074* | 0.0482*  | 0.0074* | 0.0476*  | 0.0091* |
|       |           | K-W               | 0.0440*  | 0.0066* | 0.0453*  | 0.0058* | 0.0404*  | 0.0075* |
|       |           | V-W               | 0.0423*  | 0.0057* | 0.0506*  | 0.0093* | 0.0399*  | 0.0062* |
|       | non-equal | F                 | 0.0517*  | 0.0105* | 0.0468*  | 0.0072* | 0.0516*  | 0.0090* |
|       |           | K-W               | 0.0464*  | 0.0084* | 0.0448*  | 0.0062* | 0.0463*  | 0.0069* |
|       |           | V-W               | 0.0468*  | 0.0073* | 0.0506*  | 0.0093* | 0.0457*  | 0.0058* |
| 25    | equal     | F                 | 0.0479*  | 0.0097* | 0.0471*  | 0.0086* | 0.0496*  | 0.0096* |
|       |           | K-W               | 0.0474*  | 0.0107* | 0.0486*  | 0.0071* | 0.0489*  | 0.0093* |
|       |           | V-W               | 0.0473*  | 0.0096* | 0.0455*  | 0.0074* | 0.0480*  | 0.0087* |
|       | non-equal | F                 | 0.0480*  | 0.0095* | 0.0558*  | 0.0122* | 0.0511*  | 0.0105* |
|       |           | K-W               | 0.0486*  | 0.0097* | 0.0526*  | 0.0113* | 0.0485*  | 0.0103* |
|       |           | V-W               | 0.0458*  | 0.0089* | 0.0517*  | 0.0109* | 0.0476*  | 0.0092* |
| 50    | equal     | F                 | 0.0469*  | 0.0109* | 0.0477*  | 0.0101* | 0.0525*  | 0.0113* |
|       |           | K-W               | 0.0480*  | 0.0106* | 0.0478*  | 0.0081* | 0.0489*  | 0.0108* |
|       |           | V-W               | 0.0458*  | 0.0095* | 0.0475*  | 0.0095* | 0.0503*  | 0.0112* |
|       | non-equal | F                 | 0.0453*  | 0.0078* | 0.0515*  | 0.0096* | 0.0468*  | 0.0099* |
|       |           | K-W               | 0.0457*  | 0.0090* | 0.0487*  | 0.0098* | 0.0483*  | 0.0092* |
|       |           | V-W               | 0.0443*  | 0.0079* | 0.0493*  | 0.0095* | 0.0465*  | 0.0093* |
| 100   | equal     | F                 | 0.0490*  | 0.0101* | 0.0463*  | 0.0094* | 0.0463*  | 0.0086* |
|       |           | K-W               | 0.0499*  | 0.0096* | 0.0432*  | 0.0083* | 0.0469*  | 0.0078* |
|       |           | V-W               | 0.0496*  | 0.0094* | 0.0427*  | 0.0086* | 0.0473*  | 0.0082* |
|       | non-equal | F                 | 0.0526*  | 0.0102* | 0.0556*  | 0.0102* | 0.0488*  | 0.0098* |
|       |           | K-W               | 0.0506*  | 0.0102* | 0.0540*  | 0.0096* | 0.0486*  | 0.0087* |
|       |           | V-W               | 0.0502*  | 0.0095* | 0.0538*  | 0.0082* | 0.0497*  | 0.0084* |

\* To control the probability of type I error.



**Table 3** Power of the test of tested statistics on location when population has normal distribution classified by sample size, variance and number of groups.

| $n_i$ | variances | tested statistics | 3 groups |          | 4 groups |          | 5 groups |          |
|-------|-----------|-------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|       |           |                   | 0.05     | 0.01     | 0.05     | 0.01     | 0.05     | 0.01     |
| 10    | equal     | F                 | 0.7095   | 0.4492** | 0.6439   | 0.3937** | 0.6013   | 0.3476** |
|       |           | K-W               | 0.7210** | 0.4276   | 0.6603** | 0.3782   | 0.6208** | 0.3310   |
|       |           | V-W               | 0.7001   | 0.3917   | 0.6376   | 0.3466   | 0.5964   | 0.3054   |
|       | non-equal | F                 | 0.5821   | 0.3241** | 0.5365   | 0.2827** | 0.4881   | 0.2481** |
|       |           | K-W               | 0.6043** | 0.3142   | 0.5582** | 0.2703   | 0.5067** | 0.2305   |
|       |           | V-W               | 0.5739   | 0.2814   | 0.5275   | 0.2419   | 0.4842   | 0.2083   |
| 25    | equal     | F                 | 0.9883   | 0.9474   | 0.9757   | 0.9223   | 0.9722   | 0.9002   |
|       |           | K-W               | 0.9917** | 0.9595** | 0.9840** | 0.9391** | 0.9826** | 0.9259** |
|       |           | V-W               | 0.9884   | 0.9455   | 0.9793   | 0.9229   | 0.9766   | 0.9052   |
|       | non-equal | F                 | 0.9556   | 0.8533   | 0.9409   | 0.8175   | 0.9100   | 0.7667   |
|       |           | K-W               | 0.9706** | 0.8878** | 0.9590** | 0.8609** | 0.9387** | 0.8153   |
|       |           | V-W               | 0.9600   | 0.8566   | 0.9469   | 0.8207   | 0.9233   | 0.8865** |
| 50    | equal     | F                 | 1.0000** | 0.9996   | 0.9999   | 0.9996   | 0.9997   | 0.9995   |
|       |           | K-W               | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 0.9997** | 0.9999** | 0.9997** |
|       |           | V-W               | 1.0000** | 0.9997   | 1.0000** | 0.9996   | 0.9998   | 0.9996   |
|       | non-equal | F                 | 0.9996   | 0.9959   | 0.9989   | 0.9957   | 0.9981   | 0.9914   |
|       |           | K-W               | 0.9998** | 0.9987** | 0.9998** | 0.9980** | 0.9996** | 0.9962** |
|       |           | V-W               | 0.9997   | 0.9971   | 0.9994   | 0.9964   | 0.9989   | 0.9939   |
| 100   | equal     | F                 | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** |
|       |           | K-W               | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** |
|       |           | V-W               | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** |
|       | non-equal | F                 | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** |
|       |           | K-W               | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** |
|       |           | V-W               | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** |

\*\*The highest power of the test and to control the probability of type I error.

**Table 4** Probability of type I error of tested statistics on location when population has negative skewness and platykurtic distributions ( $S_k = -0.75$ ,  $K = 2.80$ ) classified by sample size, variance and number of groups.

| $n_i$ | variances | tested statistics | 3 groups |         | 4 groups |         | 5 groups |         |
|-------|-----------|-------------------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|
|       |           |                   | 0.05     | 0.01    | 0.05     | 0.01    | 0.05     | 0.01    |
| 10    | equal     | F                 | 0.0484*  | 0.0107* | 0.0486*  | 0.0115* | 0.0501*  | 0.0112* |
|       |           | K-W               | 0.0463*  | 0.0064* | 0.0440*  | 0.0084* | 0.0449*  | 0.0069* |
|       |           | V-W               | 0.0458*  | 0.0052* | 0.0425*  | 0.0080* | 0.0440*  | 0.0066* |
|       | non-equal | F                 | 0.0499*  | 0.0097* | 0.0483*  | 0.0113* | 0.0497*  | 0.0114* |
|       |           | K-W               | 0.0463*  | 0.0070* | 0.0450*  | 0.0067* | 0.0494*  | 0.0070* |
|       |           | V-W               | 0.0473*  | 0.0069* | 0.0456*  | 0.0067* | 0.0473*  | 0.0080* |
| 25    | equal     | F                 | 0.0499*  | 0.0101* | 0.0518*  | 0.0102* | 0.0533*  | 0.0098* |
|       |           | K-W               | 0.0487*  | 0.0093* | 0.0485*  | 0.0078* | 0.0517*  | 0.0084* |
|       |           | V-W               | 0.0469*  | 0.0079* | 0.0479*  | 0.0084* | 0.0496*  | 0.0082* |
|       | non-equal | F                 | 0.0520*  | 0.0108* | 0.0486*  | 0.0100* | 0.0477*  | 0.0121* |
|       |           | K-W               | 0.0551*  | 0.0113* | 0.0553*  | 0.0109* | 0.0523*  | 0.0111* |
|       |           | V-W               | 0.0572*  | 0.0118* | 0.0588*  | 0.0114* | 0.0579*  | 0.0127* |
| 50    | equal     | F                 | 0.0488*  | 0.0104* | 0.0499*  | 0.0096* | 0.0529*  | 0.0092* |
|       |           | K-W               | 0.0507*  | 0.0099* | 0.0490*  | 0.0098* | 0.0487*  | 0.0083* |
|       |           | V-W               | 0.0478*  | 0.0097* | 0.0479*  | 0.0088* | 0.0512*  | 0.0080* |
|       | non-equal | F                 | 0.0501*  | 0.0103* | 0.0470*  | 0.0084* | 0.0494*  | 0.0097* |
|       |           | K-W               | 0.0646*  | 0.0154  | 0.0609*  | 0.0121* | 0.0594*  | 0.0109* |
|       |           | V-W               | 0.0717*  | 0.0188  | 0.0715*  | 0.0162  | 0.0711*  | 0.0158  |
| 100   | equal     | F                 | 0.0528*  | 0.0114* | 0.0502*  | 0.0110* | 0.0517*  | 0.0100* |
|       |           | K-W               | 0.0570*  | 0.0116* | 0.0500*  | 0.0092* | 0.0490*  | 0.0092* |
|       |           | V-W               | 0.0559*  | 0.0105* | 0.0495*  | 0.0092* | 0.0501*  | 0.0086* |
|       | non-equal | F                 | 0.0486*  | 0.0104* | 0.0525*  | 0.0113* | 0.0490*  | 0.0107* |
|       |           | K-W               | 0.0834   | 0.0201  | 0.0762   | 0.0190  | 0.0736*  | 0.0170  |
|       |           | V-W               | 0.1091   | 0.0310  | 0.1016   | 0.0301  | 0.1088   | 0.0298  |

\* To control the probability of type I error.

จาก (Table 4) ประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้าย และความแปรปรวนเท่ากันคือ F test, K-W test และความโด่งต่ำกว่าปกติ ( $S_k = -0.75$ ,  $K = 2.80$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีที่สุดคือ F test เมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่

**Table 5** Power of the test of tested statistics on location when population has negative skewness and platykurtic distributions ( $S_k = -0.75$ ,  $K = 2.80$ ) classified by sample size, variance and number of groups.

| $n_i$ | variances | tested statistics | 3 groups |          | 4 groups |          | 5 groups |          |
|-------|-----------|-------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|       |           |                   | 0.05     | 0.01     | 0.05     | 0.01     | 0.05     | 0.01     |
| 10    | equal     | F                 | 0.4598   | 0.2240** | 0.3973   | 0.1818   | 0.3475   | 0.1498   |
|       |           | K-W               | 0.4605   | 0.1991   | 0.4019   | 0.1613   | 0.3473   | 0.1290   |
|       |           | V-W               | 0.4900** | 0.3349** | 0.4433** | 0.1828** | 0.3986** | 0.1597** |
|       | non-equal | F                 | 0.3748   | 0.1677** | 0.3207   | 0.1316** | 0.2849   | 0.1103   |
|       |           | K-W               | 0.3885   | 0.1553   | 0.3448   | 0.1181   | 0.3054   | 0.0991   |
|       |           | V-W               | 0.4023** | 0.1539   | 0.3629** | 0.1280   | 0.3347** | 0.1197** |
| 25    | equal     | F                 | 0.8754   | 0.6980   | 0.8283   | 0.624    | 0.8138   | 0.6032   |
|       |           | K-W               | 0.8884   | 0.7136   | 0.8541   | 0.6473   | 0.8399   | 0.6323   |
|       |           | V-W               | 0.9250** | 0.7758** | 0.9063** | 0.7414** | 0.9065** | 0.7430** |
|       | non-equal | F                 | 0.7686   | 0.5441   | 0.7121   | 0.4771   | 0.6730   | 0.4390   |
|       |           | K-W               | 0.8207   | 0.6059   | 0.7889   | 0.5519   | 0.7580   | 0.5126   |
|       |           | V-W               | 0.8458** | 0.6347** | 0.8286** | 0.6054** | 0.8085** | 0.5882** |
| 50    | equal     | F                 | 0.9962   | 0.9782   | 0.9915   | 0.9602   | 0.9873   | 0.9476   |
|       |           | K-W               | 0.9974   | 0.9814   | 0.9943   | 0.9718   | 0.9934   | 0.9614   |
|       |           | V-W               | 0.9991** | 0.9939** | 0.9988** | 0.9912** | 0.9988** | 0.9889** |
|       | non-equal | F                 | 0.9781   | 0.9169   | 0.9670   | 0.8852   | 0.9531   | 0.8522   |
|       |           | K-W               | 0.9911   | 0.9541   | 0.9877   | 0.9383   | 0.9813   | 0.9268** |
|       |           | V-W               | 0.9952** | 0.9708** | 0.9929** | 0.9661** | 0.9921** | 0.9594   |
| 100   | equal     | F                 | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 0.9998   | 1.0000** | 0.9998   |
|       |           | K-W               | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** |
|       |           | V-W               | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** |
|       | non-equal | F                 | 0.9999** | 0.9995** | 0.9999** | 0.9989** | 0.9998   | 0.9974** |
|       |           | K-W               | 1.0000   | 0.9998   | 1.0000   | 0.9999   | 1.0000** | 0.9996   |
|       |           | V-W               | 1.0000   | 1.0000   | 1.0000   | 1.0000   | 1.0000   | 0.9999   |

\*\* The highest power of the test and to control the probability of type I error.

จาก (Table 5) ประชากรมีการแจกแจงแบบเบ้ซ้าย และความโด่งต่ำกว่าปกติ ( $S_k = -0.75$ ,  $K = 2.80$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ตัวสถิติทดสอบที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด และสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้เมื่อตัวอย่างขนาดเล็กและขนาดกลางคือ V-W test สำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่ และความแปรปรวน

เท่ากัน คือ F test, K-W test และ V-W test สำหรับความแปรปรวนไม่เท่ากัน คือ F test

3. ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปกติ ( $S_k = -0.75$ ,  $K = 2.80$ ) ผลการวิจัยแสดงใน (Table 6 and 7)

**Table 6** Probability of type I error of tested statistics on location when population has positive skewness and leptokurtic distribution ( $S_k = 0.75$ ,  $K = 3.60$ ) classified by sample size, variance and number of groups.

| $n_i$ | variances | tested statistics | 3 groups |         | 4 groups |         | 5 groups |         |
|-------|-----------|-------------------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|
|       |           |                   | 0.05     | 0.01    | 0.05     | 0.01    | 0.05     | 0.01    |
| 10    | equal     | F                 | 0.0433*  | 0.0078* | 0.0486*  | 0.0076* | 0.0469*  | 0.0077* |
|       |           | K-W               | 0.0432*  | 0.0055* | 0.0453*  | 0.0061* | 0.0420*  | 0.0064* |
|       |           | V-W               | 0.0417*  | 0.0052* | 0.0434*  | 0.0055* | 0.0402*  | 0.0060* |
|       | non-equal | F                 | 0.0462*  | 0.0099* | 0.0498*  | 0.0102* | 0.0507*  | 0.0092* |
|       |           | K-W               | 0.0462*  | 0.0083* | 0.0453*  | 0.0075* | 0.0490*  | 0.0071* |
|       |           | V-W               | 0.0464*  | 0.0070* | 0.0450*  | 0.0067* | 0.0477*  | 0.0066* |
| 25    | equal     | F                 | 0.0453*  | 0.0092* | 0.0497*  | 0.0102* | 0.0483*  | 0.0097* |
|       |           | K-W               | 0.0454*  | 0.0082* | 0.0488*  | 0.0088* | 0.0476*  | 0.0075* |
|       |           | V-W               | 0.0473*  | 0.0080* | 0.0486*  | 0.0083* | 0.0452*  | 0.0078* |
|       | non-equal | F                 | 0.0471*  | 0.0111* | 0.0531*  | 0.0100* | 0.0515*  | 0.0115* |
|       |           | K-W               | 0.0523*  | 0.0128* | 0.0571*  | 0.0108* | 0.0539*  | 0.0117* |
|       |           | V-W               | 0.0517*  | 0.0117* | 0.0548*  | 0.0105* | 0.0543*  | 0.0112* |
| 50    | equal     | F                 | 0.0497*  | 0.0097* | 0.0511*  | 0.0112* | 0.0476*  | 0.0099* |
|       |           | K-W               | 0.0485*  | 0.0094* | 0.0527*  | 0.0096* | 0.0473*  | 0.0086* |
|       |           | V-W               | 0.0502*  | 0.0090* | 0.0523*  | 0.0101* | 0.0466*  | 0.0095* |
|       | non-equal | F                 | 0.0501*  | 0.0099* | 0.0516*  | 0.0110* | 0.0534*  | 0.0112* |
|       |           | K-W               | 0.0638*  | 0.0136* | 0.0613*  | 0.0110* | 0.0624*  | 0.0124* |
|       |           | V-W               | 0.0637*  | 0.0144* | 0.0601*  | 0.0117* | 0.0619*  | 0.0125* |

**Table 6** Probability of type I error of tested statistics on location when population has positive skewness and leptokurtic distribution ( $S_k = -0.75$ ,  $K = 2.80$ ) classified by sample size, variance and number of groups (continue).

| $n_i$ | variances | tested statistics | 3 groups |         | 4 groups |         | 5 groups |         |
|-------|-----------|-------------------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|
|       |           |                   | 0.05     | 0.01    | 0.05     | 0.01    | 0.05     | 0.01    |
| 100   | equal     | F                 | 0.0495*  | 0.0095* | 0.0477*  | 0.0101* | 0.0507*  | 0.0109* |
|       |           | K-W               | 0.0483*  | 0.0094* | 0.0505*  | 0.0088* | 0.0517*  | 0.0109* |
|       |           | V-W               | 0.0476*  | 0.0094* | 0.0502*  | 0.0099* | 0.0505*  | 0.0108* |
|       | non-equal | F                 | 0.0484*  | 0.0092* | 0.0479*  | 0.0106* | 0.0529*  | 0.0113* |
|       |           | K-W               | 0.0772   | 0.0181  | 0.0778   | 0.01700 | 0.0773   | 0.0179  |
|       |           | V-W               | 0.0786   | 0.0193  | 0.0754   | 0.0175  | 0.0785   | 0.0202  |

\* To control the probability of type I error.

จาก (Table 6) ประชากรมีการแจกแจงแบบเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปกติ ( $S_k = 0.75$ ,  $K = 3.60$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้

เมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ และความแปรปรวนเท่ากัน คือ F test, K-W test และ V-W test และตัวอย่างขนาดใหญ่ และความแปรปรวนไม่เท่ากัน คือ F test

**Table 7** Power of the test of tested statistics on location when population has positive skewness and leptokurtic distribution ( $S_k = 0.75$ ,  $K = 3.60$ ) classified by sample size, variance and number of groups.

| $n_i$ | variances | tested statistics | 3 groups |          | 4 groups |          | 5 groups |          |
|-------|-----------|-------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|       |           |                   | 0.05     | 0.01     | 0.05     | 0.01     | 0.05     | 0.01     |
| 10    | equal     | F                 | 0.6130   | 0.3556   | 0.5493   | 0.3019   | 0.5117   | 0.2533   |
|       |           | K-W               | 0.6728** | 0.3722** | 0.6088   | 0.3217   | 0.5717** | 0.2785   |
|       |           | V-W               | 0.6691   | 0.3563   | 0.6148** | 0.3228** | 0.5839   | 0.2876** |
|       | non-equal | F                 | 0.4918   | 0.2326   | 0.4293   | 0.1915   | 0.3843   | 0.1612   |
|       |           | K-W               | 0.5315   | 0.2476** | 0.4845   | 0.2142** | 0.4263   | 0.1701   |
|       |           | V-W               | 0.5374** | 0.2423   | 0.4882** | 0.2100   | 0.4377** | 0.1777** |

**Table 7** Power of the test of tested statistics on location when population has positive skewness and leptokurtic distribution ( $S_k = 0.75$ ,  $K = 3.60$ ) classified by sample size, variance and number of groups (continue).

| $n_i$ | variances | tested statistics | 3 groups |          | 4 groups |          | 5 groups |          |
|-------|-----------|-------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|       |           |                   | 0.05     | 0.01     | 0.05     | 0.01     | 0.05     | 0.01     |
| 25    | equal     | F                 | 0.9631   | 0.8757   | 0.9378   | 0.8236   | 0.9243   | 0.7908   |
|       |           | K-W               | 0.9855   | 0.9355** | 0.9756   | 0.9030   | 0.9681   | 0.8861   |
|       |           | V-W               | 0.9869** | 0.9353   | 0.9790** | 0.9086** | 0.9729** | 0.8982** |
|       | non-equal | F                 | 0.9117   | 0.7551   | 0.8807   | 0.6947   | 0.8450   | 0.6499   |
|       |           | K-W               | 0.9458   | 0.8196   | 0.9246   | 0.7784   | 0.8999   | 0.7267   |
|       |           | V-W               | 0.9512** | 0.9081** | 0.9309** | 0.7918** | 0.9139** | 0.7553** |
| 50    | equal     | F                 | 0.9997   | 0.9971   | 0.9995   | 0.9949   | 0.9987** | 0.9947** |
|       |           | K-W               | 0.9999   | 0.9998** | 1.0000** | 0.9995   | 1.0000** | 0.9994   |
|       |           | V-W               | 1.0000** | 0.9998** | 1.0000** | 0.9999** | 1.0000** | 0.9997** |
|       | non-equal | F                 | 0.9983   | 0.9897   | 0.9954   | 0.9812   | 0.9943   | 0.9686   |
|       |           | K-W               | 0.9988   | 0.9959   | 0.9982   | 0.9898   | 0.9982   | 0.9892   |
|       |           | V-W               | 0.9992** | 0.9963** | 0.9992** | 0.9932** | 0.9987** | 0.9922** |
| 100   | equal     | F                 | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** |
|       |           | K-W               | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** |
|       |           | V-W               | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** |
|       | non-equal | F                 | 1.0000** | 1.0000** | 1.0000** | 0.9999** | 1.0000** | 0.9999** |
|       |           | K-W               | 1.0000   | 1.0000   | 1.0000   | 1.0000   | 1.0000   | 1.0000   |
|       |           | V-W               | 1.0000   | 1.0000   | 1.0000   | 1.0000   | 1.0000   | 1.0000   |

\*\*The highest power of the test and to control the probability of type I error.

จาก (Table 7) ประชากรมีการแจกแจงเบ้ขวา และความโด่งสูงกว่าปกติ ( $S_k = 0.75$ ,  $K = 3.60$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ตัวสถิติทดสอบที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดและสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้เมื่อตัวอย่างขนาดเล็กคือ K-W test และ V-W test ตัวอย่างขนาดกลางคือ V-W test และตัวอย่างขนาดใหญ่และความแปรปรวน

เท่ากันคือ F test, K-W test และ V-W test สำหรับความแปรปรวนไม่เท่ากัน คือ F test

### อภิปรายผล

จากผลการศึกษา พบว่า ตัวสถิติทดสอบเอฟ ตัวสถิติทดสอบของคริสตัล-วอลลิส และการทดสอบของแวนเดอแวร์เดนฮอร์มอล-สกอว์ เป็นตัวสถิติ

ทดสอบที่มีความแกร่ง เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ การแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปกติ และการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปกติ สอดคล้องบางส่วนกับงานวิจัยของสุชาดา และกฤษณา (2560) ได้ศึกษาความแกร่งของสถิติทดสอบเอฟพบว่า เมื่อตัวอย่างมีขนาดเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากันตัวสถิติทดสอบเอฟมีความแกร่งในทุกเงื่อนไขที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 สำหรับความแปรปรวนของประชากรแตกต่างกัน ตัวสถิติทดสอบเอฟมีความแกร่งทุกเงื่อนไขที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มีความแกร่งเฉพาะตัวอย่างขนาดใหญ่ นอกจากนี้สอดคล้องกับการศึกษาของจิรภา และอัชฌา (2560) ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบค่าเฉลี่ย 3 ประชากรพบว่า เมื่อประชากรมีการแจกแจงแจกแกมมา ตัวสถิติทดสอบเอฟสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ นอกจากนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Feir and Toothaker (1974) พบว่า ตัวสถิติทดสอบเอฟและตัวสถิติทดสอบของครัสคัล-วอลลิส ควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้พอๆ กัน

เมื่อพิจารณาประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบพบว่า ประชากรมีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบเอฟมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกับตัวสถิติทดสอบของครัสคัล-วอลลิส โดยมีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก สอดคล้องบางส่วนกับงานวิจัยของ Gleason (2013) ศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเอฟ การทดสอบ approximate randomization ANOVA และตัวสถิติทดสอบของครัสคัล-วอลลิส พบว่า ตัวสถิติทดสอบเอฟ (one way analysis of variance) และการทดสอบ

approximate randomization ANOVA มีอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกันทุกการแจกแจง ทั้งนี้อำนาจการทดสอบของครัสคัล-วอลลิสต่ำกว่าตัวสถิติทดสอบเอฟและการทดสอบ approximate randomization ANOVA เล็กน้อย ภายใต้การแจกแจงปกติ และเมื่อประชากรมีการแจกแจงการแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปกติและการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปกติ พบว่า การทดสอบของแวนเดอแวร์-เดนนอร์มอล-สกอว์ มีประสิทธิภาพสูงสุด สอดคล้องกับงานวิจัยของ Luepsen (2017) ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพการวิเคราะห์ความแปรปรวนระหว่างสถิติทดสอบเอฟ และสถิติทดสอบนอนพาราเมตริก 7 วิธี โดยจำลองเงื่อนไขทั้งการแจกแจงปกติ และการแจกแจงไม่ปกติ 15 การแจกแจง พบว่า การทดสอบของแวนเดอแวร์-เดนนอร์มอล-สกอว์มีประสิทธิภาพดีที่สุดเกือบทุกเงื่อนไข นอกจากนี้สอดคล้องบางส่วนกับมนตรี (2557) ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของ 6 ตัวสถิติทดสอบ พบว่า การทดสอบแวนเดอแวร์-เดนนอร์มอล-สกอว์มีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายและความโด่งต่ำกว่าปกติ และตัวอย่างขนาดกลางและขนาดใหญ่ และประชากรมีการแจกแจงเบ้ขวาและความโด่งสูงกว่าปกติและตัวอย่างขนาดใหญ่ ทั้งนี้เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ตัวสถิติทดสอบดังกล่าวมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน และตัวสถิติทดสอบเอฟมีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อความแปรปรวนต่างกัน

## สรุป

การศึกษาประสิทธิภาพของสถิติพาราเมตริก และสถิตินอนพาราเมตริกในการทดสอบตำแหน่งของ

ประชากรหลายกลุ่มพบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ส่งผลให้อำนาจการทดสอบสูงขึ้น สำหรับจำนวนกลุ่ม ไม่ส่งผลต่อความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 แต่ส่งผลต่ออำนาจการ

ทดสอบ โดยเมื่อจำนวนกลุ่มเพิ่มขึ้นส่งผลให้อำนาจการทดสอบลดลงเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กและขนาดกลาง โดยสามารถสรุปสถิติที่เหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลในสถานการณ์ต่างๆ ดัง (Table 8)

**Table 8** The tested statistics is suitable for data analysis in each situations.

| distribution                                   | sample sizes | variances  | tested statistics |
|------------------------------------------------|--------------|------------|-------------------|
| normal distribution                            | small        | equal      | F, K-W            |
|                                                |              | non- equal | F, K-W            |
|                                                | medium       | equal      | K-W               |
|                                                |              | non- equal | K-W               |
|                                                | large        | equal      | F, K-W, V-W       |
|                                                |              | non- equal | F, K-W, V-W       |
| negative skewness and platykurtic distribution | small        | equal      | V-W               |
|                                                |              | non- equal | V-W               |
|                                                | medium       | equal      | V-W               |
|                                                |              | non- equal | V-W               |
|                                                | large        | equal      | F, K-W, V-W       |
|                                                |              | non- equal | F                 |
| positive skewness and leptokurtic distribution | small        | equal      | K-W, V-W          |
|                                                |              | non- equal | K-W, V-W          |
|                                                | medium       | equal      | V-W               |
|                                                |              | non- equal | V-W               |
|                                                | large        | equal      | F, K-W, V-W       |
|                                                |              | non- equal | F                 |

### เอกสารอ้างอิง

จิรภา โคมเดื่อน และอัชฌา อระวีพร. 2560. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติที่ใช้ทดสอบค่าเฉลี่ยของ 3 ประชากร ในกรณีที่ความแปรปรวนไม่เท่ากัน. วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ 25(6): 918-928.

มนตรี สังข์ทอง. 2557. หลักสถิติ. ซีเอ็ดดูเคชั่น. กรุงเทพฯ.

มนตรี สังข์ทอง. 2557. ความแกร่งและอำนาจการทดสอบของสถิติอิงพารามิเตอร์และสถิติไม่อิงพารามิเตอร์ในการทดสอบความแตกต่างของค่ากลางระหว่างประชากรสองกลุ่ม สำหรับข้อมูลแบบลิเคิร์ท 5 ระดับ. วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ 22(5): 605-619



- สุชาติดา บวรกิตติวงศ์ และ กุณทิรา อารีกุล. 2560. ความแกร่งของสถิติทดสอบเอฟ เมื่อความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน. *วารสารวิจัย มสค สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์* 13(1): 1-16.
- Bradley, J.V. 1978. Robustness ?. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 31: 144-152.
- Feir, B.J. and L.E. Toothaker. 1974. The ANOVA F-test versus the Kruskal-Wallis test: A robustness study. In: The Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago.
- Game, P.A., H.B. Winkler and D.A. Probert. 1972. Robust tests for homogeneity of variance. *Educational and Psychological Measurement* 32: 877-909.
- Gleason, J.H. 2013. Comparative power of the anova. Approximate randomization anova, and Kruskal-Wallis test. Ph.D Evaluation and Research. Wayne State University. Detroit, Michigan.
- Guo, J.H. and W.M. Luh. 2008. Approximate sample size formulas for testing group mean difference when variance are unequal in one-way ANOVA. *Education and psychological measurement* 68: 959-971.
- Hecke, T.V. 2012. Power study of anova versus Kruskal-Wallis test. *J. Stat. Manage. Syst.* 15(2-3): 241-247.
- Luepsen, H. 2017. Comparison of nonparametric analysis of variance methods - A vote for van der Waerden. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*. DOI: 10.1080/03610918.2017.1353613.
- Ramberg, J.S., E.J. Dudewicz, P.R. Tadikamalla and E.F. Mykytka. 1979. A probability distribution and its uses in fitting data. *Technometrics* 21: 201-214.
- Sheskin, D.J. 2000. Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures. 2<sup>nd</sup> ed. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, FL.