

การสร้างช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนแบบประชากรเดียว ด้วยวิธีโบนีตบูตสเตรปทีสำหรับข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงปกติ

Confidence interval of one population variance

by Bonett bootstrap-t method for non-normal distributions

อนุรักษ์ ทองขาว^{1*}

Anurak Tongkaw^{1*}

บทคัดย่อ

การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นโดยใช้หลักการบูตสเตรปทีเข้ามาปรับร่วมกับช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนสำหรับข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงปกติที่เสนอโดย Bonett ในปี ค.ศ. 2006 จากนั้นจะทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวน 3 วิธี คือช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวน (σ^2) ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนด้วยวิธีของโบนีต และช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนด้วยวิธีโบนีตบูตสเตรปที ผลการศึกษพบว่า กรณีประชากรมีการแจกแจงเบ้ขวาช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนด้วยวิธีโบนีตบูตสเตรปที มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่นๆ ยกเว้นกรณีประชากรมีการแจกแจง gamma (6,1) ซึ่งแตกต่างจากช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวน (σ^2) ที่มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ แต่ไม่มีประสิทธิภาพในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงเบ้ขวา

คำสำคัญ: ความแปรปรวน บูตสเตรป บูตสเตรปที ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม ค่าความยาวเฉลี่ย

Abstract

The purposes of this study were to develop methods to estimate the variance confidence interval by modifying bootstrap-t method with the confidence interval of variance for non-normal distributions by Bonett's in 2006 method and compare performances of the proposed method with other methods. The three methods were the confidence interval of variance, the confidence interval of variance by Bonett's and the confidence interval of variance by Bonett's with bootstrap-t. The results indicated that for all studied distributions the confidence interval of variance by Bonett's with bootstrap-t performed better when the positive skewness distributions except gamma (6,1) that differs from confidence interval of variance (σ^2) which more effective when population is normally distributed and don't performed when the positive skewness distributions.

Keywords: variance, bootstrap, bootstrap-t, coverage probability, average length

¹ ภาควิชาศึกษาทั่วไป คณะอุตสาหกรรมบริการ วิทยาลัยดุสิตธานี พัทยา 20150

¹ Department of General Education, Faculty of Hospitality Industry, Dusit Thani Pattaya College, Pattaya 20150, Thailand

* Corresponding author. E-mail: anurak.to@dtc.ac.th

บทนำ

ศิริชัย (2558) กล่าวว่า การหาค่าการกระจายของข้อมูลเป็นวิธีที่จะดำเนินการหาค่าซึ่งใช้บรรยายถึงความแตกต่างของข้อมูลในชุดหนึ่งๆ เนื่องจากค่าแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางอาจไม่พอเพียงที่จะบรรยายลักษณะของข้อมูลได้ดี เพราะเพียงแต่ได้ตัวแทนของข้อมูลชุดนั้นๆ แต่ไม่ทราบว่าคุณสมบัติของข้อมูลชุดนั้นๆ มีลักษณะแตกต่างกันอย่างไร จากที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้นการวิเคราะห์ข้อมูลในทุกๆ สาขาวิชา เช่น เศรษฐศาสตร์ ศึกษาศาสตร์ วิทยาศาสตร์ การแพทย์ สังคม ธุรกิจ นั้นจำเป็นจะต้องพิจารณาถึงการกระจายของข้อมูลเพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีประสิทธิภาพสูงสุดเพื่อก่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดเช่นเดียวกัน โดยในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้สนใจศึกษา ค่าความแปรปรวน (variance) ซึ่งเป็นค่าที่ใช้ในการวัดการกระจายของข้อมูลชนิดหนึ่ง ถ้าค่าความแปรปรวนมีค่ามากแสดงว่าความแตกต่างระหว่างค่าของข้อมูลจะมากและถ้าค่าความแปรปรวนมีค่าน้อยแสดงว่าความแตกต่าง

ระหว่างค่าของข้อมูลจะน้อยโดยค่าความแปรปรวนนั้นจะเป็นการวัดการกระจายสัมบูรณ์ (absolute variation) ซึ่งเป็นการวัดการกระจายของข้อมูลในชุดเดียวว่าข้อมูลในชุดนั้นมีค่าแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด และในการประมาณค่าความแปรปรวนนั้นสามารถประมาณค่าได้ 2 แบบ คือการประมาณค่าแบบจุด (point estimation) และการประมาณค่าแบบช่วง (interval estimation) กัลยา (2553) กล่าวว่า การประมาณค่าแบบช่วงมีความนิยมมากกว่าการประมาณค่าแบบจุด เนื่องจากการประมาณค่าแบบช่วงจะให้ค่าประมาณมีโอกาสคลาดเคลื่อนไปจากค่าพารามิเตอร์น้อยกว่าค่าประมาณแบบจุดในการศึกษานี้จึงสนใจศึกษาการประมาณค่าความแปรปรวนแบบช่วง ซึ่งช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนกรณีข้อมูลมีการแจกแจงปกติ เป็นดังนี้

กำหนดให้ $x_1, x_2, \dots, x_n$ คือตัวอย่างสุ่มขนาด n โดย $x_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ ช่วงความเชื่อมั่นที่ $(1-\alpha)100\%$ ของความแปรปรวน (σ^2) คือ

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}} \quad (1)$$

เมื่อ $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}$ และ $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ คือ ค่าควอนไทล์ที่ $1-\frac{\alpha}{2}$ และ $\frac{\alpha}{2}$ ของการแจกแจงไคสแควร์ ที่องศาอิสระคือ $n-1$

ซึ่ง Abu-Shawiesh *et al.* (2011) พบว่าช่วงความเชื่อมั่นดังกล่าวจะมีประสิทธิภาพที่ดีกรณีข้อมูลมีการแจกแจงปกติแต่ในกรณีที่ข้อมูลไม่มีการแจกแจงปกติช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนนี้ไม่มีประสิทธิภาพ และ Bonett (2006) ได้เสนอช่วงความเชื่อมั่นของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสำหรับข้อมูลที่ไม่

มีการแจกแจงปกติ โดยการถอดรากที่สองช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนสำหรับข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงปกติและช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนสำหรับข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงปกติที่เสนอในกรณีขนาดตัวอย่างคือ 10 ถึง 100 เป็นดังนี้

กำหนดให้ $x_1, x_2, \dots, x_n$ คือตัวอย่างสุ่มขนาด n ช่วงความเชื่อมั่นที่ $(1-\alpha)100\%$ ของความแปรปรวนวิธีของโบเนต คือ

$$\exp\{\ln(cS^2) \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}}se\} \quad (2)$$

เมื่อ $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ คือ ค่าควอนไทล์ที่ $1-\frac{\alpha}{2}$ ของการแจกแจงปกติ และ $c = n / (n - \frac{z_{\alpha}^2}{2})$

$$se = c[\{\hat{\gamma}_4(n-3)/n\} / (n-1)]^{\frac{1}{2}}, \quad \hat{\gamma} = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^4}{(\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2)^2}$$

ดังนั้นในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ต้องการจะพัฒนาช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีของโบเนตให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นซึ่ง Efron and Tibshirani (1994) ได้เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้เทคนิคการสุ่มซ้ำ (resampling technique) ที่เรียกว่าวิธีบูตสเตรป (bootstrap) ซึ่งในกรณีที่ไม่ทราบการแจกแจงของข้อมูลหรือข้อมูลไม่มีการแจกแจงปกติ การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีบูตสเตรปจะเป็นวิธีการที่มีความเหมาะสม และ Efron and Tibshirani (1994) ยังได้เสนอวิธีบูตสเตรปที (bootstrap-t) ซึ่งเป็นการประมาณการแจกแจงของตัวประมาณค่าแบบจุด เมื่อไม่ทราบการแจกแจงของตัวประมาณค่า และเนื่องจากว่า วิธีบูตสเตรปและวิธีบูตสเตรปทีนั้นเป็นวิธีการหาตัวประมาณค่าด้วยวิธีสถิติศาสตร์ไม่อิงพารามิเตอร์ (nonparametric statistics) จึงไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของประชากร Rajic et al. (2012) ได้เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีบูตสเตรปทีมาใช้ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวน ซึ่งวิธีดังกล่าวมีประสิทธิภาพที่ดีกว่าวิธีที่ไม่ได้ใช้บูตสเตรปที ดังนั้น

ในการศึกษานี้จึงมีแนวคิดว่าเมื่อข้อมูลไม่มีการแจกแจงปกติ จะใช้หลักการประมาณการแจกแจงของตัวประมาณค่าความแปรปรวนด้วยวิธีบูตสเตรปทีมาปรับใช้ร่วมกับวิธีของโบเนต เพื่อพัฒนาช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

วิธีการศึกษา

ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีโบเนตบูตสเตรปที (the Bonett bootstrap-t method)

กำหนดให้ $x_1, x_2, \dots, x_n$ คือตัวอย่างสุ่มขนาด n และ $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ คือ ตัวอย่างสุ่มด้วยวิธีบูตสเตรปขนาด n และช่วงความเชื่อมั่นที่ $(1-\alpha)100\%$ ของความแปรปรวนวิธีโบเนตบูตสเตรปที คือ

$$\exp\{\ln(c_B S^2) \pm t_{1-\alpha/2}^* se_B\} \quad (3)$$

$$t_i^* = \frac{S_i^{2*} - S_B^2}{\sqrt{\text{var}(S^{2*})}} \text{ โดย } i=1,2,3,\dots, B \quad (4)$$

กำหนดให้ B คือจำนวนรอบของวิธีดับเบิล บุตสเตรปและ $t_{1-\alpha/2}^*$ คือ ค่าควอนไทล์ที่ $1-\frac{\alpha}{2}$ จาก วิธีบูตสเตรปที่

S_B^2 คือ ค่าประมาณของความแปรปรวนด้วย วิธีบูตสเตรป $c_B = n/(n-t_{1-\alpha/2}^*)$

$$se_B = c_B [\{\hat{\gamma}_4(n-3)/n\}/(n-1)]^{\frac{1}{2}}, \hat{\gamma} = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^4}{(\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2)^2}$$

c_B คือ ค่าคงที่คำนวณโดยใช้ค่าควอนไทล์ที่ $1-\frac{\alpha}{2}$ จากวิธีบูตสเตรปที่ ซึ่งแตกต่างจาก c ซึ่งเป็น ค่าคงที่คำนวณโดยใช้ค่าควอนไทล์ที่ $1-\frac{\alpha}{2}$ ของการ แจกแจงปกติ

se_B และ se นั้นต่างกันตรงที่ se_B ใช้ค่า c_B ในการคำนวณแต่ se ใช้ค่า c ในการคำนวณ

เกณฑ์ในการพิจารณาประสิทธิภาพของช่วง ความเชื่อมั่น

1. ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (coverage probability: CP)

ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมคำนวณจาก ผลบวกสะสมของจำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นจะ ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หารด้วยจำนวนครั้งในการ ทดลอง ซึ่งในการศึกษานี้ได้ทำการทดลองซ้ำ 5000 ครั้ง ดังนั้น การหาค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม คำนวณได้จาก

$$\text{Coverage Probability} = \frac{\sum_{i=1}^{5000} \text{Coverage}_i}{5000}$$

เมื่อกำหนดให้ Coverage_i มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อ ช่วงความเชื่อมั่นจะครอบคลุมพารามิเตอร์ และ

เท่ากับ 0 เมื่อ ช่วงความเชื่อมั่นไม่ครอบคลุม ค่าพารามิเตอร์

2. ค่าความยาวเฉลี่ย (average length: AL)

ค่าความยาวเฉลยคำนวณได้โดยนำขีดจำกัด ความเชื่อมั่นด้านบนลบกับขีดจำกัดความเชื่อมั่น ด้านล่าง จากนั้นนำผลต่างในแต่ละครั้งของการ ทดลองซ้ำมาบวกสะสม และนำผลบวกที่ได้มาหาร กับจำนวนครั้งในการทดลองซ้ำ ซึ่งในการศึกษานี้ได้ ทำการทดลองซ้ำ 5000 ครั้ง ดังนั้นการหาค่าความ ยาวเฉลี่ยได้จาก

$$\text{Average Length} = \frac{\sum_{i=1}^{5000} (U_i - L_i)}{5000}$$

U_i คือ ขีดจำกัดความเชื่อมั่นด้านบนในการ ทดลองซ้ำครั้งที่ i

L_i คือ ขีดจำกัดความเชื่อมั่นด้านล่างในการ ทดลองซ้ำครั้งที่ i

กัลยา (2553) กล่าวว่า โดยทั่วๆ ไปมักจะ ให้สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (confidence level) เท่ากับ 0.9, 0.95 และ 0.99 รวมทั้ง Abu-Shawiesh *et al.* (2011) และ Bonett (2006) ได้ศึกษาช่วงความ เชื่อมั่นสำหรับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานโดยใช้

สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ 0.95 ดังนั้นเพื่อให้เห็นข้อเปรียบเทียบโดยรวมในการศึกษานี้สนใจศึกษาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ 0.95

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นจะพิจารณาจากค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเป็นอันดับแรก ถ้าช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีใดให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้เคียงกับ 0.95 มากที่สุด ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีนั้นจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด แต่ถ้าช่วงความเชื่อมั่นที่เปรียบเทียบมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้เคียงกันจะพิจารณาจากค่าความยาวเฉลี่ย ถ้าช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีใดมีค่าความยาวเฉลี่ยน้อยที่สุดช่วงความเชื่อมั่นวิธีนั้นจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

การจำลองข้อมูล

จำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ทำซ้ำ 5,000 ครั้ง จำลองข้อมูลจากประชากรที่มีการแจกแจง normal (4, 1) gamma (6, 1) gamma (1.5, 1) และ chi-square (df=1) โดย Mood *et al.* (1974) ได้กล่าวว่าตัวอย่างของข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมา เช่น ขนาดของช่วงเวลาระหว่างการมาถึงยังบริเวณจุดจ่ายเงิน และศิริชัย (2555) กล่าวว่า การแจกแจงไคสแควร์สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการทดสอบสถิติดังเช่น ทดสอบความแตกต่างของความถี่ ทดสอบความเป็นอิสระ ทดสอบค่ามัธยฐาน เป็นต้น จะเห็นได้ว่าข้อมูลมีมีลักษณะเบ้ขวาสามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้กับหลากหลายสาขาวิชา โดยขนาดตัวอย่างที่ศึกษาคือ 10, 25, 50 และ 100 ซึ่งกำหนดตาม Bonett (2006) เนื่องจากว่าถ้าสุ่มขนาดตัวอย่าง

ที่มีขนาดใหญ่มากกว่านี้จะมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมผลกระทบจากความโด่ง รวมทั้งยังมีความวิจัยที่ศึกษาช่วงความเชื่อมั่นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานโดยนำวิธีของโบเนตต์ไปเปรียบเทียบประสิทธิภาพ เช่น Abu-Shawiesh *et al.* (2011) กำหนดขนาดตัวอย่างคือ 5 ถึง 100 และ Banik *et al.* (2014) กำหนดขนาดตัวอย่างคือ 15 ถึง 100 เป็นต้น

กรณีในช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนใช้วิธีบูตสเตรป จำนวนรอบของการสุ่มด้วยวิธีบูตสเตรป คือ 2,000 ครั้ง โปรแกรมที่ใช้ในการจำลองข้อมูลคือโปรแกรม R

ผลการศึกษา

ผลการจำลองข้อมูลจาก (Table 1) พบว่ากรณีประชากรมีการแจกแจง normal (4, 1) ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวน (1) นั้นให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้เคียงกับ 0.95 มากที่สุด และให้ค่าความยาวเฉลี่ยน้อยที่สุดทุกๆ ขนาดตัวอย่าง ผลการจำลองข้อมูลจาก (Table 2) พบว่า กรณีประชากรมีการแจกแจง gamma (6, 1) ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีของโบเนตต์ (2) ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้เคียงกับ 0.95 มากที่สุด ผลการจำลองข้อมูลจาก (Table 3-4) พบว่ากรณีประชากรมีการแจกแจง gamma (1.5, 1) และ chi-square (df=1) ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีโบเนตต์บูตสเตรปที่ (3) ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้เคียงกับ 0.95 มากที่สุดทุกๆ ขนาดตัวอย่าง ยกเว้นกรณีการแจกแจง chi-square (df=1) ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีโบเนตต์บูตสเตรปที่ (3) และวิธีของ

โบเน็ต (2) ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมพอๆ กัน แต่ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธี โบเน็ตบูตสเตรปที่ (3) ให้ค่าความยาวเฉลี่ยน้อยกว่า

อภิปรายผล

จากผลการศึกษาจะเห็นได้ว่าเมื่อข้อมูลไม่ได้มีการแจกแจงปกติหรือมีลักษณะการแจกแจงที่เบ้มากๆ ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนที่ใช้หลักการบูตสเตรปที่ จะให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมที่ดีกว่าวิธีอื่นๆ ซึ่งเป็นไปตาม วัตถุประสงค์ที่ต้องการพัฒนาช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อข้อมูลไม่มีการแจกแจงปกติ และเป็นไปตามแนวคิด Efron and Tibshirani (1994) เกี่ยวกับหลักการของบูตสเตรปที่ ซึ่งมีความเหมาะสมในการประมาณการแจกแจงของตัวประมาณค่าเมื่อไม่ทราบการแจกแจงของตัวประมาณค่านั้น และในกรณีข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวน (1) นั้นให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้เคียงกับ Abu-Shawiesh *et al.* (2011) ที่ศึกษาช่วงความเชื่อมั่นของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และในการศึกษานี้ได้มีความมุ่งหวังอีกรูปแบบของการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนที่ได้จะไม่มีคามยุ่งยากมากนักและมีประสิทธิภาพมากที่สุด เพื่อให้ง่ายต่อการใช้ประโยชน์ ซึ่งจากผลการศึกษานี้ได้เป็นไปตามที่มุ่งหวัง

ตัวอย่าง ในการศึกษาข้อมูลทางการแพทย์เกี่ยวกับความดันของผู้สูงอายุที่เป็นโรคเบาหวานในอำเภอหนึ่งของประเทศไทยโดยสุ่มมาจำนวน 25 คน เป็นดังนี้ (หน่วย :/90 มิลลิเมตรปรอท) (Figure 1)

149 144 140 145 153 160 147 149 150 155 144 139 144
145 146 161 140 160 145 144 145 143 154 145 143 146

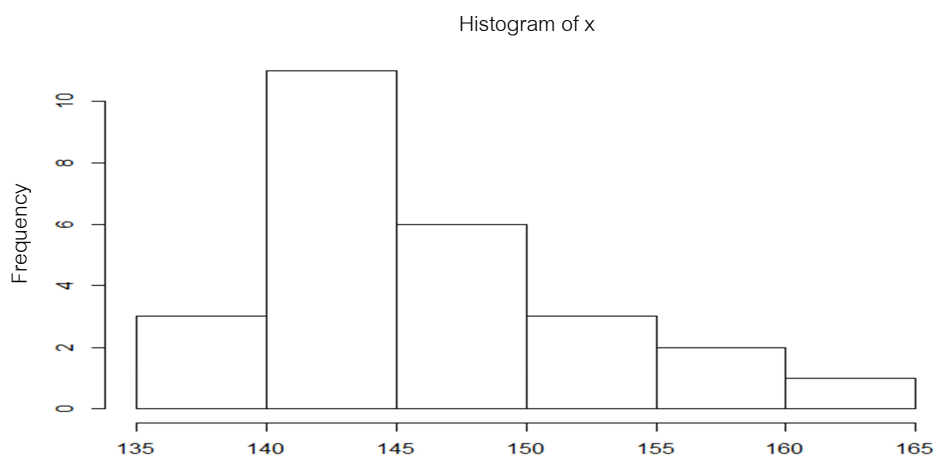


Figure 1 Bar chart showing blood pressure of elder diabetes patients at a province in Thailand.

จะเห็นได้ว่าข้อมูลมีการแจกแจงเบ้ขวาและค่าประมาณของความแปรปรวนความดันผู้สูงอายุที่เป็นโรคเบาหวานแบบช่วงที่ระดับความเชื่อมั่น 95 เปอร์เซนต์ทั้ง 3 วิธี เป็นดังนี้ ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวน ค่าประมาณที่ได้คือ (23.03, 73.11) ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีโบเนตต์ ค่าประมาณที่ได้คือ (20.03, 81.05) และช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีโบเนตต์บูตสเตรปที่ ค่าประมาณที่ได้คือ (20.97, 79.85)

สรุป

ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีโบเนตต์บูตสเตรปที่ (3) มีประสิทธิภาพที่ดีที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีอื่นๆ กรณีที่ประชากรมีการแจกแจงที่เบ้มากพอสมควร ทุกๆ ขนาดตัวอย่าง ส่วนช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีของโบเนตต์ (2) มีประสิทธิภาพที่ดีที่สุดกรณีที่ประชากรมีการแจกแจง

ที่เบ้ไม่มากนัก และกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงปกติ ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวน (1) จะมีประสิทธิภาพที่ดีที่สุดทุกๆ ขนาด ซึ่งประสิทธิภาพของความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีของโบเนตต์ (2) และ ช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวน (1) เป็นไปในลักษณะเดียวกันกับ Abu-Shawiesh *et al.* (2011) และ Banik *et al.* (2014) ที่ศึกษาช่วงความเชื่อมั่นของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร อย่างไรก็ตามกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงที่เบ้มากพอสมควรช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีโบเนตต์บูตสเตรปที่ (3) มีประสิทธิภาพที่ดีกว่าเมื่อเทียบกับ 2 วิธีดังกล่าว

การศึกษานี้ได้ศึกษาเพียงแต่ข้อมูลที่มีการแจกแจงเบ้ขวา ข้อเสนอแนะในการศึกษาเพิ่มเติมจากการศึกษานี้คือการศึกษาร่วมเปรียบเทียบประสิทธิภาพช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนวิธีโบเนตต์บูตสเตรปที่กับวิธีอื่นๆ กรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงเบ้ซ้ายหรือกรณีข้อมูลมีขนาดตัวอย่างที่ใหญ่มากๆ

Table 1 The estimated coverage probability and average length of a 95% confidence intervals for normal (4, 1) with skewness 0.

method		<i>n</i>			
		10	25	50	100
confidence interval	CP	0.9490	0.9508	0.9484	0.9518
of variance (σ^2)	AL	2.8419	1.3326	0.8554	0.5795
the Bonett method	CP	0.956	0.9706	0.9772	0.9818
	AL	3.2058	1.5954	1.0337	0.7053
the Bonett bootstrap-t method	CP	0.96	0.9772	0.9808	0.9852
	AL	3.4505	1.7461	1.114	0.7472

Table 2 The estimated coverage probability and average length of a 95% confidence intervals for gamma (6, 1) with skewness 0.82.

method		<i>n</i>			
		10	25	50	100
confidence interval	CP	0.9174	0.9046	0.9034	0.9010
of variance (σ^2)	AL	17.1075	7.9315	5.1024	3.4687
the Bonett method	CP	0.9418	0.9582	0.961	0.9712
	AL	20.4407	10.5205	6.9066	4.7677
the Bonett bootstrap-t method	CP	0.9416	0.9678	0.9698	0.9786
	AL	21.5659	11.5235	7.5084	5.1290

Table 3 The estimated coverage probability and average length of a 95% confidence intervals for gamma (1.5, 1) with skewness 1.63.

method		<i>n</i>			
		10	25	50	100
confidence interval	CP	0.8270	0.7850	0.7654	0.7498
of variance (σ^2)	AL	4.1969	1.9984	1.2875	0.8677
the Bonett method	CP	0.8794	0.9072	0.9232	0.9366
	AL	5.8501	3.279	2.2325	1.5289
the Bonett bootstrap-t method	CP	0.8832	0.9212	0.9354	0.9490
	AL	5.9617	3.5915	2.4706	1.6790

Table 4 The estimated coverage probability and average length of a 95% confidence intervals for chi-square (df=1) with skewness 2.83.

method		<i>n</i>			
		10	25	50	100
confidence interval	CP	0.6454	0.6040	0.5624	0.5626
of variance (σ^2)	AL	5.7106	2.6393	1.7089	1.1548
the Bonett method	CP	0.7484	0.8292	0.8570	0.8850
	AL	9.8351	5.9066	4.1070	2.8808
the Bonett bootstrap-t method	CP	0.7366	0.8376	0.8802	0.9064
	AL	9.7739	6.4209	4.6200	3.2440

เอกสารอ้างอิง

- กัลยา วาณิชย์บัญชา. 2553. หลักสถิติ. สำนักพิมพ์แห่ง
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- ศิริชัย กาญจนวาสี. 2555. สถิติประยุกต์สำหรับการวิจัย.
สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- ศิริชัย พงษ์วิชัย. 2558. การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติด้วย
คอมพิวเตอร์: เน้นสำหรับงานวิจัย. สำนักพิมพ์แห่ง
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- Abu-Shawiesh, M.O.A, S. Bank and B.M. Golam Kibria.
2011. A simulation study on some confidence
intervals for the population standard deviation.
Stat Oper Trans. 35(2): 83-102.
- Banik, S., A.N. Albatineh, M.O.A.A. Shawiesh and
B.M. Golam Kibria. 2014. Estimating the
population standard deviation with confidence
interval: A simulation study under skewed
and symmetric conditions. *J. Biomet. Biostat.*
5(2): 1-9.
- Bonett, D.G. 2006. Approximate confidence interval for
standard deviation of nonnormal distributions.
Computational Statistic & data Analysis. 50:
775-782.
- Efron, B. and R.J. Tibchirani. 1994. An introduction to
the bootstrap. Chapman & Hall, New York.
- Mood, A.M., F.A. Graybill and D.C. Boes. 1974.
Introduction to the theory of statistics. 3rd ed.
McGraw-Hill, New York.
- Rajic, V.C., J. kocovic, D. Loncar and T. Rakonjac.
2012. Testing population variance in case of
one sample and the difference of variances in
case of two samples: Example of wage and
pension data sets in Serbia. *Economic
Modelling* 29(3): 610-613.