วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง ปีที่ 20 ฉบับที่ 2 เดือนกรกฎาคม-ธันวาคม 2554

สัมประสิทธิ์การแปรผันของสองตัวแปรที่สัมพันธ์กัน

Coefficient of Variation of Two Related Variables

จินดา สวัสดิ์ทวี

Jinda Sawattawee

คณะเทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อม มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตภูเก็ต

บทคัดย่อ

บทความนี้วัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาสูตรสัมประสิทธิ์การแปรผันแบบใหม่เพื่อใช้ในกรณีที่ข้อมูลหรือตัวแปรอยู่ในรูปอัตราส่วนของสองตัวแปรที่สัมพันธ์ ซึ่งในการพัฒนาสูตรครั้งนี้จะอาศัยทฤษฎีทางคณิตศาสตร์และสถิติเข้ามาช่วยในการพิสูจน์ไม่ว่าจะเป็นทฤษฎีการกระจายของเทย์เลอร์ ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ ค่าความแปรปรวน และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ สูตรสัมประสิทธิ์การแปรผันใหม่ที่ได้นี้จะใช้ได้ดีเมื่อข้อมูลหรือตัวแปรสองตัวที่อยู่ในรูปอัตราส่วนมีความสัมพันธ์กันสูง

คำสำคัญ : สัมประสิทธิ์การแปรผัน ตัวแปรในรูปอัตราส่วน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ความแปรปรวน ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์

Abstract

The purpose of this article is to develop a new coefficient of variation formula for the ratio of two related data or variables. Mathematics and Statistics theories have been used to develop the formula including: Taylor's Series Theorem, Expected Values, Variance Values, and Coefficient Correlation. The findings suggest that new formula can be used effectively when the ratio of two data or two variables is strongly correlated.

Keywords : coefficient of variation, ratio of correlated variable, coefficient correlation, expected values, variance values Thai font, readability, preferable style, computer display

---

โทรศัพท์ 081-09-600-80 E-mail address : jinda.sa@phuket.psu.ac.th

1. บทนำ

ในงานวิจัยส่วนใหญ่ จะนำสถิติไปใช้ในการอธิบายค่าต่าง ๆ เพื่อให้ผลการวิจัยที่ได้มีความน่าเชื่อถือและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ต่อไปได้ ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน (Coefficient of Variation : CV) เป็นสถิติพื้นฐานตัวหนึ่ง ถูกนำมาใช้ในการวิจัยเพื่อบอกรายละเอียดของลักษณะข้อมูลและใช้ในการเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูล ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน เท่ากับ ค่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานหารด้วยค่าเฉลี่ย ส่วนใหญ่จะคำนวณอยู่ในรูปเปอร์เซ็นต์ ถ้าเป็นค่าสถิติจะเป็น $cv = \frac{s}{\overline{x}} \times 100$ แต่ถ้าเป็นค่าพารามิเตอร์จะเป็น $CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100$ โดยจะใช้ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันในการเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลตั้งแต่ 2 ชุดขึ้นไป [1] ในการวัดการกระจายของข้อมูลที่เป็นอิสระจากค่าเฉลี่ย [2] และใช้เป็นดัชนีวัดการกระจายสำหรับข้อมูล ซึ่งเป็นวิธีการเปรียบเทียบการแปรผันที่แตกต่างกันและพบว่าจะมีความไวสูงต่อความคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ย [3] นอกจากนี้ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันยังเป็นการกำหนดค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่เป็นสัดส่วนกับขนาดของค่าเฉลี่ย ซึ่งโดยปกติจะใช้กับตัวแปรสุ่มที่มีค่าไม่เป็นลบ [4] การนำค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันไปใช้ในงานวิจัยนั้น พบว่า มีนักวิจัยหลายท่านได้นำค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันไปใช้เป็นส่วนหนึ่งของงานวิจัยเพื่อบอกลักษณะของข้อมูล หรือ บางงานวิจัยอาจจะนำไปประยุกต์ใช้ในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือหรือวิธีการในการทดสอบ และบางงานวิจัยก็จะนำไปใช้ในการพยากรณ์หรือเป็นเกณฑ์ในการพยากรณ์สิ่งที่ต้องการศึกษา เช่นงานวิจัยของ Lashak *et al.* [5] ได้ศึกษาเกี่ยวกับการประยุกต์ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันในการพยากรณ์การเกิดแผ่นดินไหว โดยการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเกี่ยวกับช่วงเวลาระหว่างที่เกิดแผ่นดินที่ต่อเนื่องกันในพื้นที่และช่วงเวลาที่กำหนด ซึ่งจะมุ่งไปที่พื้นที่ที่มีค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันที่เข้าใกล้ 1 (ระหว่าง 0.95 และ 1.05) และงานวิจัยของ Majd *et al.* [6] ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความแม่นยำของการวัดใน Micropipettes สามชนิดที่ถูกกำหนดด้วย NCCLS EP5-A2และ ISO 8655-6 โดยใช้สัมประสิทธิ์การแปรผัน ในการประเมินความแม่นยำของการใช้ micropipettes ทั้งสามชนิด นอกจากนี้ก็ยังงานวิจัยทางการแพทย์ [7-8] ซึ่งได้นำค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันไปใช้เป็นส่วนหนึ่งของงานวิจัยควบคู่กับค่าสถิติตัวอื่น ๆ

ในการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน (CV) โดยทั่วไปจะใช้เปรียบเทียบการกระจายของกลุ่มตัวแปรหรือตัวแปร ตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป โดยการนำเอาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมาหารด้วยค่าเฉลี่ย ต่อมาก็มีนักวิจัยหลายท่านได้พัฒนาสูตรสัมประสิทธิ์การแปรผันขึ้นมาใหม่เพื่อนำไปใช้ให้เหมาะสมกับข้อมูลที่จะใช้ในงานวิจัย เช่น Kim *et al.* [9] ได้พัฒนาสูตรสัมประสิทธิ์การแปรผัน

ขึ้นมาเพื่อสำรวจสาเหตุของวัฏจักรการแปรผันในการฉีดเชื้อเพลิงไฮโดรเจนเข้าไปในเครื่องจักร ซึ่งสูตรที่ได้นี้จะใช้ในการวัดพลังงานภายในกระบอกสูบ ต่อมาในปี 2007 Holmes และ Buhr [10] ได้พัฒนาสูตรสัมประสิทธิ์การแปรผันขึ้นมาเพื่อใช้การคำนวณเชิงปริมาณของผลลัพธ์ที่ได้จากห้องปฏิบัติการซึ่งอยู่ในรูปของอัตราส่วน $R = \frac{x}{y}$ โดยที่ x, y เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงแบบปกติ ต่อมา Pang *et al.* [16] ได้พัฒนาสูตรสัมประสิทธิ์การแปรผันขึ้นมาโดยใช้วิธีการจำลองขั้นพื้นฐานเพื่อหาอัตราตอบแทนเงินปันผล โดยการพัฒนาสูตรขึ้นมาใหม่ภายใต้การแจกแจงแบบเบต้า เพื่อนำมาใช้ในการวัดความเสถียรภาพของการให้อัตราผลตอบแทนเงินปันผล และในปีเดียวกันนั้น Euser *et al.* [11] ได้พัฒนาสูตรสัมประสิทธิ์การแปรผันขึ้นมาเพื่อเป็นตัวชี้วัดความสามารถในการทำซ้ำของตัวแปรที่เปลี่ยนรูปเป็นค่า log ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวแปรที่เปลี่ยนรูปเป็นค่า log นี้จะสามารถอธิบายความหมายของความผิดพลาดมาตรฐานที่ได้จากวัดได้โดยตรง ต่อมาในปี 2010 Cox และ Sadiraj [12] ได้พัฒนาสูตรสัมประสิทธิ์การแปรผันขึ้นมาเพื่อใช้เป็นเกณฑ์สำหรับการตัดสินใจภายใต้ความเสี่ยง สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลแบบ meta-analysis ซึ่งเกี่ยวข้องกับทางเลือกที่มีความเสี่ยงของมนุษย์และสัตว์ ในส่วนการวิเคราะห์ทางสถิติของอัตราส่วนของสองตัวแปรที่มีการแจกแจงปกติส่วนใหญ่จะพบในงานวิจัยทางด้านการเกษตรและชีววิทยา [13] ซึ่งในงานวิจัยทางด้านนี้ได้เปรียบเทียบตัวประมาณค่าสองตัวแปรที่เกิดขึ้นร่วมกันซึ่งเกี่ยวข้องกับอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยของตัวแปรที่มีการแจกแจงปกติที่เป็นอิสระต่อกัน [14] และยังพบอีกว่าการเปลี่ยนรูปที่เหมาะสมของอัตราส่วนของสองตัวแปรที่เกิดขึ้นร่วมกันนี้ไปเป็นการประมาณการแจกแจงแบบปกติจะต้องมีเงื่อนไขว่าค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวหารจะต้องน้อยกว่า 0.39 [15] สำหรับในกรณีของสองตัวแปรที่อยู่ในรูปอัตราส่วนที่สัมพันธ์กันก็มีนักวิจัยบางท่านได้กล่าวถึง ดังเช่น Hestkley [16] ได้กล่าวถึงการแจกแจงของอัตราส่วนของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติสองตัวที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการวัดซ้ำของเครื่องมือวัดสองแบบโดยใช้ดัชนีของสองตัวแปรที่สัมพันธ์กัน [17] และในกรณีของเวกเตอร์ของตัวแปรสุ่มสองตัว (x, y) ประเด็นของการแจกแจงอัตราส่วน x/y จะเป็นปัญหาที่น่าสนใจในด้านชีววิทยาและ วิทยาศาสตร์กายภาพ เช่น อัตราส่วนของการสืบทอดทางพันธุกรรมที่เป็นไปตามกฎของเมนเดลในยีน มวลที่นำไปสู่อัตราส่วนของพลังงานนิวเคลียสในฟิสิกส์ เป้าหมายในการควบคุมการตกตะกอนในอุตุนิยมวิทยา และอัตราส่วนของพัสดุคงคลังในด้านเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ซึ่งการแจกแจงเหล่านี้จะพบในกรณีที่ x และ y เป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระต่อกันและมาจากกลุ่มประชากรที่คล้ายกัน อย่างไรก็ตามในส่วนของตัวแปรสุ่ม x , y ที่มีความสัมพันธ์กันก็จะมีงานวิจัยในลักษณะนี้แต่มีค่อนข้างน้อย [18]

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า มีนักวิจัยหลายท่านที่ให้ความสนใจเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนของสองแปร แต่ในส่วนของการหาค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของสองตัวแปรที่สัมพันธ์กัน พบว่ายังไม่มีงานวิจัยหรือบทความที่คิดค้นสูตรหรือวิธีการในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันนี้ขึ้นมา ดังนั้นผู้เขียนจึงได้คิดหาวิธีการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของสองตัวแปรที่สัมพันธ์กัน ซึ่งจะเฉพาะเจาะจงไปในกรณีอยู่ในรูปอัตราส่วน $Z = \frac{X}{Y}$ โดยที่ X, Y เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติที่และมีความสัมพันธ์กันและอยู่ในรูปอัตราส่วน เพื่อให้นักวิจัยมีทางเลือกในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของสองตัวแปรที่สัมพันธ์กันและอยู่ในรูปอัตราส่วน

2. วิธีการวิจัย

ในการพัฒนาสูตรสัมประสิทธิ์การแปรผันของสองตัวแปรที่กล่าวมานั้น จะเป็นตัวแปรในลักษณะที่เป็นอิสระต่อกัน (independence variable) สำหรับการพัฒนาสูตรสัมประสิทธิ์การแปรผันแบบใหม่ครั้งนี้ ได้ใช้ความรู้จากทฤษฎีของค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ ค่าความแปรปรวน ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ รวมไปถึงการกระจายของอนุกรมเทย์เลอร์อันดับสูง มาช่วยในการหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\sigma_Z = \sqrt{Var(Z)}$) และค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ ($\mu_Z = E(Z)$) เพื่อนำไปสู่การหาค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันแบบใหม่ (CV_Z) ดังนี้

กำหนดให้ $Z = \frac{X}{Y}$ เมื่อ X, Y เป็นตัวแปรสุ่มสองตัวที่มีการแจกแจงปกติ และมีความสัมพันธ์กัน และอยู่ในรูปอัตราส่วน (นั้นคือ $\rho \neq 0$)

นั่นคือ ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ : $E[Z] = E[\frac{X}{Y}] = E[X \cdot \frac{1}{Y}]$ [19]

และจากคุณสมบัติค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ จะได้ว่า

$$E[\frac{X}{Y}] = E[X]\cdot E[\frac{1}{Y}] + Cov(X,\frac{1}{Y}) \quad [20] \tag{1}$$

$$= E[X]\cdot E[\frac{1}{Y}] + \rho_{X,\frac{1}{Y}} \sqrt{E[X^2] - E^2[X]} \cdot \sqrt{E[\frac{1}{Y^2}] - E^2[\frac{1}{Y}]} \quad [21] \tag{2}$$

จากคุณสมบัติค่าความแปรปรวน : Var[Z]

$$Var(Z) = Var(\frac{X}{Y})$$

$$= E[Z^2] - E^2[Z] = E[(\frac{X}{Y})^2] - E^2[\frac{X}{Y}] \quad [22]$$

$$\mathrm{Var}(Z) = E(X^2 \cdot \frac{1}{Y^2}) - \left(E(\frac{X}{Y})\right)^2$$

ในการพัฒนาสัมประสิทธิ์การแปรผันของสองตัวแปรที่สัมพันธ์กันครั้งนี้ จะสนใจเฉพาะความสัมพันธ์ของตัวแปรสุ่มสองตัว X, Y ที่มีดีกรีเป็น 1 เท่านั้น ในส่วนกรณีอื่น ๆ จะไม่พิจารณา ดังนั้นจะได้ว่า

$$\mathrm{Var}(Z) = E[X^2]\cdot E[\frac{1}{Y^2}] - \left(E[X]\cdot E[\frac{1}{Y}] + \rho_{X,\frac{1}{Y}}\sqrt{E[X^2]-E^2[X]}\cdot\sqrt{E[\frac{1}{Y^2}]-E^2[\frac{1}{Y}]}\right)^2 \quad (3)$$

ในการหาค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ $E[\frac{X}{Y}]$ และ $\mathrm{Var}(\frac{X}{Y})$ สามารถหาได้โดยการนำฟังก์ชัน $\frac{1}{Y}$ และ $\frac{1}{Y^2}$ ไปกระจายด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ เพื่อหาค่า $E[\frac{1}{Y}]$, $E^2[\frac{1}{Y}]$ และ $E[\frac{1}{Y^2}]$ รอบจุด $Y = \mu_Y$ ด้วยอนุกรมดีกรี 5 [23] นั่นคือจะได้ว่า

$$\frac{1}{Y} = \frac{1}{\mu_Y} - \frac{1}{\mu_Y}(Y-\mu_Y) + \frac{2}{\mu_Y^2}\frac{(Y-\mu_Y)^2}{2!} - \frac{6}{\mu_Y^3}\frac{(Y-\mu_Y)^3}{3!} + \frac{24}{\mu_Y^4}\frac{(Y-\mu_Y)^4}{4!} - \frac{120}{\mu_Y^5}\frac{(Y-\mu_Y)^5}{5!}$$

$$\frac{1}{Y^2} = \frac{1}{\mu_Y^2} - \frac{2}{\mu_Y^3}(Y-\mu_Y) + \frac{6}{\mu_Y^4}\frac{(Y-\mu_Y)^2}{2!} - \frac{24}{\mu_Y^5}\frac{(Y-\mu_Y)^3}{3!} + \frac{120}{\mu_Y^6}\frac{(Y-\mu_Y)^4}{4!} - \frac{720}{\mu_Y^7}\frac{(Y-\mu_Y)^5}{5!}$$

ดังนั้น ค่า $E[\frac{1}{Y}]$, $E^2[\frac{1}{Y}]$ และ $E[\frac{1}{Y^2}]$ คือ

$$E[\frac{1}{Y}] = \frac{1}{\mu_Y}(1 + CV_Y^2 + CV_Y^4) \quad (4)$$

$$E^2[\frac{1}{Y}] = \frac{1}{\mu_Y^2}(1 + 2CV_Y^2 + 3CV_Y^4 + 2CV_Y^6 + CV_Y^8) \quad (5)$$

ดังนั้น

$$E[\frac{1}{Y^2}] = \frac{1}{\mu_Y^2}(1 + 3CV_Y^2 + 5CV_Y^4) \quad (6)$$

แทนค่า $E[\frac{1}{Y}]$, $E^2[\frac{1}{Y}]$ และ $E[\frac{1}{Y^2}]$ ในสมการ (2) และ (3) จะได้ว่า

$$E[\frac{X}{Y}] = \mu_X\left(\frac{1}{\mu_Y}(1 + CV_Y^2 + CV_Y^4)\right) + \rho_{X,\frac{1}{Y}}\sqrt{CV_Y^2 + 2CV_Y^4 - 2CV_Y^6 - CV_Y^8} \quad (7)$$

และ หาค่า Var(Z) เมื่อ

$$E[\frac{1}{Y^2}]-E^2[\frac{1}{Y}] \quad = \quad \frac{1}{\mu_Y^{\ 2}}(CV_Y^{\ 2}+2CV_Y^{\ 4}-2CV_Y^{\ 6}-CV_Y^{\ 8})$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
Var(Z) \ = \ & (\sigma_X^{\ 2}+\mu_X^{\ 2})\frac{1}{\mu_Y^{\ 2}}(1+3CV_Y^{\ 2}+5CV_Y^{\ 4}) \ - \\
& \mu_X^{\ 2}\cdot\frac{1}{\mu_Y^{\ 2}}(1+2CV_Y^{\ 2}+3CV_Y^{\ 4}+2CV_Y^{\ 6}+CV_Y^{\ 8}) \ - \\
& 2\mu_X\left(\frac{1}{\mu_Y}(1+CV_Y^{\ 2}+CV_Y^{\ 4})\right)+\rho_{X,\frac{1}{Y}}\sqrt{\sigma_X^{\ 2}}\sqrt{\frac{1}{\mu_Y^{\ 2}}\left(CV_Y^{\ 2}+2CV_Y^{\ 4}-2CV_Y^{\ 6}-CV_Y^{\ 8}\right)} \ - \\
& \sigma_X^{\ 2}\left(\frac{1}{\mu_Y^{\ 2}}(CV_Y^{\ 2}+2CV_Y^{\ 4}-2CV_Y^{\ 6}-CV_Y^{\ 8})\right) \\
= \ & \frac{\sigma_X^{\ 2}}{\mu_Y^{\ 2}}(1+2CV_Y^{\ 2}+3CV_Y^{\ 4}+2CV_Y^{\ 6}+CV_Y^{\ 8})+\frac{\mu_X^{\ 2}}{\mu_Y^{\ 2}}(CV_Y^{\ 2}+2CV_Y^{\ 4}-2CV_Y^{\ 6}-CV_Y^{\ 8}) \\
& - \ 2\rho_{X,\frac{1}{Y}}\frac{\mu_X}{\mu Y}\cdot\frac{\sigma_X}{\mu_Y}(1+CV_Y^{\ 2}+CV_Y^{\ 4})\sqrt{CV_Y^{\ 2}+2CV_Y^{\ 4}-2CV_Y^{\ 6}-CV_Y^{\ 8}}
\end{aligned}$$

$$Var(Z) = \left(\frac{\sigma_X}{\mu_Y}(1+CV_Y^{\ 2}+CV_Y^{\ 4})-\rho_{X,\frac{1}{Y}}\frac{\mu_X}{\mu_Y}\sqrt{CV_Y^{\ 2}+2CV_Y^{\ 4}-2CV_Y^{\ 6}-CV_Y^{\ 8}}\right)^2 \qquad (8)$$

ดังนั้น

$$\sqrt{Var(Z)} \ = \ \frac{\mu_X}{\mu_Y}\left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}(1+CV_Y^{\ 2}+CV_Y^{\ 4})-\rho_{X,\frac{1}{Y}}\sqrt{CV_Y^{\ 2}+2CV_Y^{\ 4}-2CV_Y^{\ 6}-CV_Y^{\ 8}}\right) \qquad (9)$$

นำสมการ (9) หารด้วยสมการ (7) เราจะได้ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของอัตราส่วน z คือ (CV_Z)

$$\begin{aligned}
CV_Z \ = \ & \frac{\sqrt{Var(Z)}}{E[Z]} \\
= \ & \frac{\frac{\mu_X}{\mu_Y}\left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}(1+CV_Y^{\ 2}+CV_Y^{\ 4})-\rho_{X,\frac{1}{Y}}\sqrt{CV_Y^{\ 2}+2CV_Y^{\ 4}-2CV_Y^{\ 6}-CV_Y^{\ 8}}\right)}{\mu_X\left(\frac{1}{\mu_Y}(1+CV_Y^{\ 2}+CV_Y^{\ 4})\right)+\rho_{X,\frac{1}{Y}}\sqrt{CV_Y^{\ 2}+2CV_Y^{\ 4}-2CV_Y^{\ 6}-CV_Y^{\ 8}}}
\end{aligned}$$

$$= \frac{cv_x^2(1+cv_y^2+cv_y^4)^2 - cv_y^2 - 2cv_y^4 + 2cv_y^6 + cv_y^8}{(cv_x+3cv_x cv_y^2+5cv_x cv_y^4)+(1+cv_y^2+cv_y^4+cv_x^2+cv_x^2 cv_y^2+cv_x^2 cv_y^4)\rho_{x,\frac{1}{y}}\sqrt{cv_y^2+2cv_y^4-2cv_y^6-cv_y^8}} \quad (10)$$

จะพบว่าสูตร CV ใหม่ที่ได้จะมีความยุ่งยาก ดังนั้น ในการหาสูตร CV ใหม่จะพิจารณาอย่างหยาบ ๆ เฉพาะเทอมที่มีผลรวมของเลขชี้กำลังของ CV กำลังสองลงมา เพื่อให้ได้ค่าประมาณที่ง่ายต่อการคำนวณและการนำไปประยุกต์ใช้ ดังนั้น สูตร CV ใหม่ คือ

$$CV_Z = \frac{CV_X^2 - CV_Y^2}{CV_X + \rho_{X,\frac{1}{Y}} CV_Y} = CV_X - \rho_{X,\frac{1}{Y}} CV_Y$$

เมื่อ CV_Z คือ สัมประสิทธิ์การแปรผันของสองตัวแปรที่สัมพันธ์กันในรูปอัตราส่วน โดยที่ $Z = \frac{X}{Y}$

CV_X คือ สัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวแปร X หรือตัวแปรเศษ

CV_Y คือ สัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวแปร Y หรือตัวแปรส่วน

$\rho_{X,\frac{1}{Y}}$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X และ $\frac{1}{Y}$

3. สรุป

ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็นสถิติพื้นฐานที่ถูกนำมาไปใช้เพื่อเป็นส่วนหนึ่งในงานวิจัยหรือเพื่อบอกประสิทธิภาพของสิ่งที่ต้องการทดสอบในงานวิจัย ซึ่งในการพัฒนาสูตรสัมประสิทธิ์การแปรผันแบบใหม่ขึ้นมาในครั้งนี้ เพื่อสามารถนำไปใช้ให้เหมาะสมกับลักษณะของข้อมูลหรือตัวแปรในงานวิจัย และบทความนี้เป็นการพัฒนาสูตรสัมประสิทธิ์การแปรผันแบบใหม่เพื่อนำไปใช้ในกรณีที่ข้อมูลหรือตัวแปรสองตัวแปรที่สัมพันธ์กันและอยู่ในรูปอัตราส่วน โดยที่สูตรสัมประสิทธิ์การแปรผันแบบใหม่ที่พัฒนาขึ้นนี้จะใช้ได้ดีเมื่อข้อมูลหรือตัวแปรสองตัวมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่มีความสัมพันธ์กันสูง (ρ เข้าใกล้ ± 1) และเพื่อให้นักวิชาการหรือผู้ที่สนใจสามารถนำสูตรนี้ไปใช้เป็นอีกทางเลือกหนึ่งในการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันต่อไป

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ Mrs. Juthamars Williams ที่กรุณาช่วยตรวจทานคำศัพท์ภาษาอังกฤษในบทความวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

[1] กัลยา วานิชย์บัญชา, 2539. การวิเคราะห์สถิติ : สถิติเพื่อการตัดสินใจ. พิมพ์ครั้งที่ 2, ภาควิชาสถิติคณะพานิชศาสตร์และการบัญชี, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. [Kanlaya Vanichbuncha, 1997. Statistic Analysis: Statistic for Decision Making. 2nd ed. Statistic, Faculty of Commerce and Accountancy, Chulalongkorn University. (in Thai)]

[2] จรัญ จันทลักขณา และ อนันต์ชัย เขื่อนธรรม, 2540. สถิติเบื้องต้นแบบการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 4, โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช จำกัด. กรุงเทพฯ. [Charan Chantalakana and Ananchai Kueantum, 1997. Apply Basic Statistic. 4th ed. Thaiwattana Publisher. Bangkok. (in Thai)]

[3] Everitt, B.S., 2006. The Cambridge Dictionary of Statistics. Third Edition, Institute of Psychiatry, King's College London.

[4] มานพ วราภักดิ์, 2548. ทฤษฎีความน่าจะเป็น. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพฯ. [Manob Varapak, 2005. Theory of Probability. Chulalongkorn University Publisher. Bangkok. (in Thai)]

[5] Lashak, A.B. *et al.,* 2009. The Application of coefficient of variations in earthquake forecasting. *Journal of JSEE / summer,* 11(2), 55–62.

[6] Majd, H. A. *et al.,* 2010. Comparison of the precision of measurements in three types of micropipettes according to NCCLS EP5-A2 and ISO 8655-6. *Journal of Paramedical Sciences (JPS)*, 1(3), 2-8.

[7] Sitt, T. *et al.,* 2008. Quantitation of leukocyte gene expression in cetaceans. *Journal of Developmental and Comparative Immunology,* 32, 1253–1259.

[8] Knols, R. H. *et al.,* 2009. Reliability of ambulatory walking activity in patients with hematologic malignancies. *Journal of Arch Phys Med Rehabil*, 90, 58–65.

[9] Kim, Y.Y. *et al.,* 2005. An investigation on the causes of cycle variation in direct injection hydrogen fueled engines. *International Journal of Hydrogen Energy,* 30, 69–76.

[10] Holmes, D.T. and Buhr, K.A., 2007. Error propagation in calculated ratios. *Journal Clinical Biochemistry,* 40, 728–734.

[11] Euser, A.M. *et al.,* 2008. A practical approach to Bland-Altman plots and variation coefficients for log transformed variables. *Journal of Clinical Epidemiology,* 61, 978–982.

[12] Cox, J.C. and Sadiraj, V., 2010. On the coefficient of variation as a criterion for decision under risk. *Journal of Mathematical Psychology*, 54, 387-394.

[13] Shanmugalingam, S., 1982. On the analysis of the ratio of two correlated normal variables. *Journal of the Royal Statistical Society. Series D (The Statistician)*, 31(3), 251-258.

[14] Qiao, C.G. *et al.,* 2006. Comparison of two common estimators of the ratio of the means of independent normal variables in agricultural research. *Journal of Applied Mathematics and Decisions Sciences,* 1-14.

[15] Hayya, J. *et al.,* 1975, A note on ratio of two normally distributed variables. *Journal of The Institute of Management Science,* 21(11), 1338-1341.

[16] Hinkley, D.V., 1969. On the ratio of two correlated normal random variables. *Journal of Biometrika,* 56 (3), 635 – 639.

[17] Shoukri, M.M. *et al.,* 2008. Comparison of two dependent within subject coefficients of variation to evaluate the reproducibility of measurement devices. *Journal of BMC Medical Research Methodology*, 8 (24), 1- 11.

[18] Nadarajah, S., 2006. On the ratio *X/Y* for some elliptically symmetric distributions. *Journal of Multivariate Analysis*, 97, 342 – 358.

[19] Kharoufeh, J.P., 1977. Density Estimation for Function of Correlated Random Variables. Master of Science, In Partial Fulfillment of the Requirement for the Degree, Ohio University.

[20] Blumenfeld, D., 2001. Operations research calculations handbook. Boca Raton London New York Washington, D.C.: CRC Press LLC.

[21] Hooks, T. et al, 2008. Analysis of Covariance with Spatially Correlated Secondary Variables. *Journal of Revista Colombiana de Estadstica,* 31(1), 95- 109.

[22] Krishnan, V., 2006. Probability and random processes. Professor Electrical Engineering University of Massachusetts Lowell. A John Wiley & Sons, Inc., publication.

[23] Steven, R.L. 1986. Analysis: an introduction to proof. Department of Mathematics Aurora University, Aurora, Illinois.