

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการถดถอยแบบฟัซซีและการถดถอยแบบ แกร่งเมื่อข้อมูลมีค่านอกเกณฑ์ Efficiency Comparison of Fuzzy Regression and Robust Regression when Dealing with Data Containing Outliers

ปรีชา เครือโส¹ อนามัย นาอุดม^{1*} และ จรัสศรี รุ่งรัตนอุบล²

Preecha Kkrueasom¹ Anamai Na-udom¹ and Jaratsri Rungrattanaubol²

¹ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

²ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

¹Department of Mathematics, Faculty of Science, Naresuan University

²Department of Computer Science and Information Technology, Faculty of Science, Naresuan University

วันที่ส่งบทความ : 2 พฤศจิกายน 2564 วันที่แก้ไขบทความ : 19 พฤษภาคม 2565 วันที่ตอบรับบทความ : 4 พฤศจิกายน 2565

Received: 2 November 2021, Revised: 19 May 2022, Accepted: 4 November 2022

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์หลักในการพัฒนาตัวแบบการถดถอยแบบฟัซซีเพื่อเปรียบเทียบกับวิธีการถดถอยแบบแกร่งในกรณีที่ข้อมูลมีค่านอกเกณฑ์ โดยพิจารณาค่าคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Error: ME) ค่าร้อยละความเอนเอียงของการประมาณ (Percent Bias: PBIAS) เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ ซึ่งการเปรียบเทียบกระทำภายใต้เงื่อนไขของข้อมูลมีค่านอกเกณฑ์ไม่เกินร้อยละ 10 ในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม สำหรับข้อมูลที่ใช้ คือ ข้อมูลอุณหภูมิมหาวิทยาลัยที่มีการรวบรวมตั้งแต่ ปี พ.ศ. 2553-2562 โดยที่ตัวแปรตามคือ ปริมาณน้ำฝน และตัวแปรอิสระ คือ ความกดอากาศ อุณหภูมิ และความชื้นสัมพัทธ์ ตามลำดับ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ ผลการวิจัยพบว่าตัวแบบการถดถอยแบบฟัซซีที่พัฒนาขึ้นมีค่า ค่าคลาดเคลื่อนเฉลี่ย และค่าร้อยละความเอนเอียงของการประมาณ ต่ำที่สุด เมื่อนำตัวแบบที่ได้ไปพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนในปี พ.ศ. 2563 พบว่าตัวแบบการถดถอยแบบฟัซซี มีความผิดพลาดในการทำนายต่ำที่สุด นอกจากนี้วิธีการถดถอยแบบแกร่งต้องประมาณค่าพารามิเตอร์เป็นจำนวน 20 รอบ ซึ่งใช้เวลาในการประมาณค่ามากกว่า ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่าตัวแบบการถดถอยแบบฟัซซี มีความเหมาะสมในการพยากรณ์มากกว่าการถดถอยแบบแกร่งเมื่อข้อมูลมีค่านอกเกณฑ์ในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม นอกจากนี้ยังพบว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบการถดถอยแบบฟัซซีสามารถทำได้ง่ายกว่าเมื่อเทียบกับการถดถอยแบบแกร่ง

คำสำคัญ : การถดถอยแบบฟัซซี การถดถอยแบบแกร่ง ค่านอกเกณฑ์

*ที่อยู่ติดต่อ E-mail address: anamain@nu.ac.th

Abstract

The main aim of this research is to develop a fuzzy regression model to compare with robust regression model in a case of data containing outliers by considering the Mean Error (ME) values and the Percent Bias of the Estimate (PBIAS) values as the criteria for comparison and consider the data set with outliers in both of independent variables and dependent variable with the ratio of outliers not more than 10 percent. The data used were meteorological data collected from 2010-2019, where the output response is rainfall quantity and the independent variables are air pressure, temperature, and relative humidity, respectively. The data are analyzed using computer-aided calculation programs. The results show that the developed fuzzy regression model provides the lowest ME and PBIAS values. Further, when we use the constructed model to predict the rainfall quantity in 2020, it reveals that the prediction accuracy obtained from fuzzy regression method is lower than that of robust regression while robust regression methods require about 20 repetitions in order to estimate all related parameters which is time burden. Therefore, it can be concluded that the fuzzy regression model is more suitable for predicting than robust regression when data set containing outliers in independent and dependent variables. It was also found that estimation of parameters in fuzzy regression model is simpler than robust regression model.

Keywords: Fuzzy regression, Robust regression, Outliers

1. บทนำ

การวิเคราะห์การถดถอย (Regression Analysis) เป็นวิธีการทางสถิติอย่างหนึ่งที่ถูกนำมาใช้ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปรหรือมากกว่า 2 ตัวแปร โดยในการวิเคราะห์ห้มุ่งที่จะพยากรณ์ตัวแปรหนึ่งซึ่งเรียกว่าตัวแปรตาม (Dependent Variable) จากตัวแปรอีกตัวหนึ่งหรือมากกว่าที่มีอิทธิพลกับตัวแปรตามซึ่งเรียกว่าตัวแปรอิสระ (Independent Variables) วิธีการดังกล่าวเป็นที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางในหลากหลายสาขาวิชา เช่น ด้านธุรกิจ เกษตรศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีและวิทยาศาสตร์ [1] และในกรณีถ้ามีตัวแปรอิสระมากกว่า 1 ตัวขึ้นไป การวิเคราะห์การถดถอยจะถูกเรียกว่าการวิเคราะห์การถดถอยแบบพหุคูณ (Multiple Regression Analysis) โดยมีข้อตกลงเบื้องต้น (Assumption) ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Squares Estimation: OLS) มีข้อตกลงเบื้องต้น [2] ดังนี้

$$1) E(\varepsilon_t) = 0$$

$$2) V(\varepsilon_t) = 0$$

$$3) COV(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+1}) = E(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+1}) = 0$$

4) ε_t มีการแจกแจงแบบปกติ

วิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ที่ให้ค่าประมาณเป็นค่าไม่เอนเอียงและดีที่สุด แต่อย่างไรก็ตามเมื่อเกิดปัญหาจากการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดที่ใช้ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นแบบพหุคูณ ในกรณีที่มีการละเมิดหรือกระบวนการวิเคราะห์ที่ไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นที่กำหนด หรือมีแต่ไม่ครบถ้วน โดยทั่วไปแล้วมักเลือกใช้การถดถอยแบบแกร่ง (Robust Regression) เป็นทางเลือกใช้เมื่อเกิดปัญหาจากการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

การถดถอยแบบแกร่ง เป็นเทคนิคการทำซ้ำที่ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเพื่อลดอิทธิพลของกระบวนการวิเคราะห์ที่ไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นที่กำหนด เช่น ข้อมูลมีค่านอกเกณฑ์ ข้อมูลมีสหสัมพันธ์กันระหว่างตัวแปร ข้อมูลไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ อีกทั้งมีขั้นตอนและกระบวนการประมาณค่าที่ยากและการคำนวณที่ซับซ้อน มีต้นทุนในการดำเนินงานสูง และวิธีการดังกล่าวก็ยังคงมีข้อตกลงเบื้องต้นของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดอยู่ ซึ่งวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นตัวตั้งต้นการประมาณค่าการถดถอยแบบแกร่ง งานวิจัยที่เกี่ยวข้องมุ่งเน้นไปทางการลดอิทธิพลค่านอกเกณฑ์ พร้อมทั้งทำการเปรียบเทียบตัวแบบหาประสิทธิภาพที่เหมาะสม เช่น อรพรรณ ต้นตระกูล และคณะ [1] ได้เปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในแบบการถดถอยเชิงเส้นแบบพหุคูณ โดยใช้ตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร และทำการศึกษาวิธีการประมาณ 3 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีตัวประมาณ (Least Trimmed Squares Estimator Method: LTS) และวิธีตัวประมาณ (Generalized M-estimator Method: GM) ทั้งนี้เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Squared Error: MSE) ซึ่งการเปรียบเทียบดังกล่าว กระทำภายใต้เงื่อนไขของข้อมูลที่มีค่านอกเกณฑ์ระดับไม่รุนแรงปะปนอยู่ในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ โดยทั่วไปวิธีตัวประมาณ GM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด งานวิจัยของกฤตพร ธิตะจारी และคณะ [3] ได้เปรียบเทียบความแกร่งของวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยสำหรับตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ เมื่อข้อมูลมีค่านอกเกณฑ์ระดับไม่รุนแรงในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม โดยศึกษาวิธีการประมาณ 4 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธี LTS วิธี M-Andrews และวิธี GM-Huber ทั้งนี้เกณฑ์ในการเปรียบเทียบความแกร่ง คือ ค่าประมาณความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Estimated Mean Square Error: EMSE) กรณีไม่เกิดค่านอกเกณฑ์ในตัวแปรอิสระและตัวแปรตามพบว่า วิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีประสิทธิภาพดีที่สุดในทุกสถานการณ์ กรณีเกิดค่านอกเกณฑ์ในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธี LTS มีความแกร่งดีที่สุด ทุกร้อยละการเกิดค่านอกเกณฑ์ นอกจากนี้ กัลยา บุญหล้า และเมทินี ชมพูสว่าง [4] ได้เปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยในแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณเมื่อมีค่านอกเกณฑ์ ในตัวแปรตามด้วยวิธีการประมาณค่า 3 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (OLS) วิธี M-Andrews และวิธี GM-Huber เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ผลการวิจัยพบว่า กรณีไม่มีค่านอกเกณฑ์ พบว่าวิธี OLS และวิธี M – Andrews ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีมีค่านอกเกณฑ์ทุกสถานการณ์วิธี GM - Huber ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

ในหลายปีที่ผ่านมา มีงานวิจัยที่มีแนวคิดประยุกต์ใช้และนำระบบฟัซซีเข้ามาใช้เพื่อช่วยพัฒนาหรือปรับปรุงการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเพื่อลดอิทธิพลของกระบวนการวิเคราะห์ที่ไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นตามกำหนดอย่างหลากหลายรูปแบบ เช่น Şentürk [5] ได้สร้างแผนภูมิการควบคุมการถดถอยแบบฟัซซีด้วยฟังก์ชันความเป็นสมาชิกรูปสามเหลี่ยม และสี่เหลี่ยมคางหมู Rattanalertnusorn [6] ได้นำเสนอวิธีการจัดทำแบบจำลองการถดถอยเชิงเส้นแบบฟัซซีโดยใช้วิธีการแบบตัดอัลฟา (α - CUT) และการประมาณค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลองการถดถอยเชิงเส้นแบบฟัซซี Kula และคณะ [7] เสนอวิธีการถดถอยฟัซซีแบบแกร่ง (Fuzzy Robust Regression Method: FRR) เพื่อสร้างแบบจำลองที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรอิสระในการประกันภัย และสามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรอิสระในการประกันภัยได้ดีกว่า วิธีกำลังสองน้อยที่สุดและการถดถอยแบบแกร่ง Yimnak and Piampholphan [8] ได้นำเสนอเปรียบเทียบ วิธีการถดถอยฟัซซีแบบแกร่ง (FRR Method) กับการถดถอยแบบแกร่งด้วยวิธี MM-estimation กรณีข้อมูลมีค่านอกเกณฑ์ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ค่าประมาณความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (EMSE) และ ค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (MAE) ผลการวิจัยพบว่า วิธีการถดถอย ฟัซซีแบบแกร่ง (FRR method) มี EMSE และ MAE ที่ต่ำกว่าเมื่อมีค่านอกเกณฑ์ทั้งในตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยมีแนวคิดที่จะลดข้อจำกัดของวิธีการถดถอยดังกล่าวด้วยระบบฟัซซี (Fuzzy) [9] เนื่องจากระบบฟัซซีมีความแกร่งเนื่องจากความไม่แน่นอนของข้อมูล ที่มีอยู่ในทั้งตัวแปรอิสระและตัวแปรตามของระบบ จะถูกนำมาใช้ในการกำหนดโครงสร้างทั้งระบบ ซึ่งแตกต่างจากการวิเคราะห์ระบบทั่วไป ตามสมมุติฐานที่ว่าตามธรรมชาติของข้อมูลมักมีความไม่แน่นอน (Uncertain) คลุมเครือ (Fuzzy) หรือไม่ชัดเจน ระบบฟัซซีจึงน่าสนใจที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ในกรณีที่มีการละเมิดหรือกระบวนการวิเคราะห์ที่ไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นที่กำหนด หรือมีแต่ไม่ครบถ้วน เนื่องจากระบบฟัซซีไม่ขึ้นอยู่กับข้อตกลงเบื้องต้นทางสถิติ ซึ่งแตกต่างจากระบบทั่วไปที่กำหนดแบบจำลองโดยยึดตามสมมุติฐานหรือข้อตกลงเบื้องต้นทางสถิติในการกำหนดรูปแบบเพื่อสร้างแบบจำลอง อีกทั้งมีขั้นตอนและกระบวนการประมาณค่าที่ไม่ยุ่งยาก การคำนวณไม่ซับซ้อนเกินไป ดังนั้นผู้วิจัยมีความสนใจที่จะประยุกต์ใช้ตัวแบบการถดถอยฟัซซีเพื่อพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนและศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าการถดถอยแบบแกร่ง เพื่อทดสอบหาแม่นยำของการพยากรณ์ด้วยวิธีการค่าคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Error: ME) และค่าร้อยละความเอนเอียงของการประมาณ (Percent Bias: PBIAS) ตัวแบบที่มีค่าต่ำที่สุดจะเป็นตัวแบบที่มีความเหมาะสม และประสิทธิภาพในการพยากรณ์มากที่สุด หลังจากนั้นทำการพยากรณ์ข้อมูลในระยะปานกลาง ตั้งแต่ ปี พ.ศ. 2563-2565 เพื่อหาประสิทธิภาพการทำนายของตัวแบบเมื่อเทียบกับข้อมูลจริงที่ออกรายงานโดยสถานีอุตุนิยมวิทยาภาคเหนือ สถานีอุตุนิยมวิทยาพิษณุโลก (กรณีศึกษา : ข้อมูลอุตุนิยมวิทยา ตัวแปรตาม คือ ปริมาณน้ำฝน และตัวแปรอิสระ คือ ความกดอากาศ อุณหภูมิ ความชื้นสัมพัทธ์)

2. วิธีการทดลอง

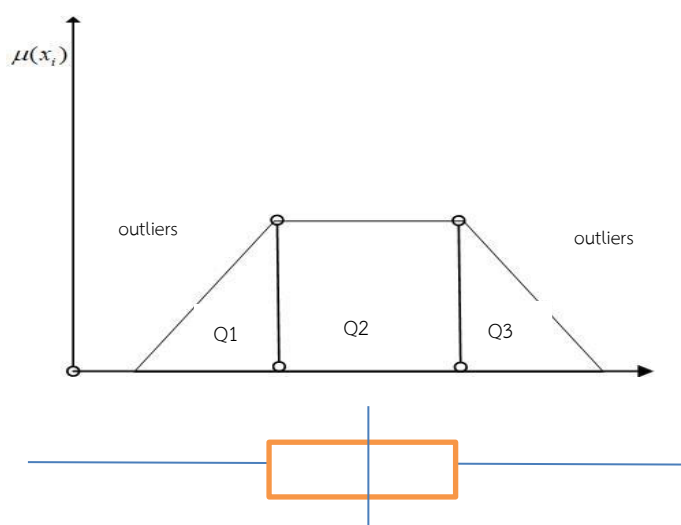
การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพตัวแบบการถดถอยแบบฟัซซีและตัวแบบการถดถอยแบบแกร่งในกรณีที่ข้อมูลมีค่านอกเกณฑ์ ดำเนินการจัดเตรียมข้อมูลจากแหล่งข้อมูลทุติยภูมิ ด้านอุตุนิยมวิทยาของสถานีอุตุนิยมวิทยาภาคเหนือ สถานีอุตุนิยมวิทยาพิษณุโลก การวิจัยครั้งนี้ใช้

โปรแกรม Microsoft Excel ช่วยในการประมวลผลและวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งมีขั้นตอนวิธีการทดลองในการดำเนินการวิจัยดังนี้

2.1 การถดถอยแบบฟัซซี (Fuzzy Regression)

งานวิจัยนี้ผู้วิจัยสร้างการสร้างความจำลองการถดถอยโดยประยุกต์ระบบฟัซซีเป็นแนวคิดเบื้องต้นในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ อีกทั้งระบบฟัซซีมีความแข็งแกร่ง เนื่องจากความไม่แน่นอนของข้อมูลที่มีอยู่ในทั้งตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม ของระบบถูกนำมาใช้ในการกำหนดโครงสร้างทั้งระบบ ทั้งนี้มีสมมติฐานว่าตามธรรมชาติของข้อมูลมักมีความไม่แน่นอน (Uncertain) และคลุมเครือ (Fuzzy) หรือไม่ชัดเจน ระบบฟัซซีจึงน่าสนใจที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาของข้อมูลที่มีค่านอกเกณฑ์ และไม่ขึ้นอยู่กับข้อตกลงเบื้องต้นทางสถิติ ซึ่งแตกต่างจากระบบทั่วไปที่กำหนดแบบจำลองโดยยึดตามสมมติฐาน หรือข้อตกลงเบื้องต้นทางสถิติในการกำหนดรูปแบบเพื่อสร้างแบบจำลอง ขั้นตอนการดำเนินงานผู้วิจัยได้เสนอแนวคิดและการประยุกต์ระบบฟัซซี (Fuzzy Systems) เพื่อหาสมการถดถอย ดังนี้

1) ใช้ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $\mu(x_i)$ แสดงในรูปที่ 1 ประเภทของข้อมูลที่กำหนดโดย ควอไทล์ ในกรณีข้อมูลมีความคลุมเครือหรือมีค่านอกเกณฑ์ แต่ละตัวอย่างหรือกลุ่มจะแสดงด้วยตัวเลขคลุมเครือภายในพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู (Q1, Q2, Q3)



รูปที่ 1. ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

2) กำหนดรูปแบบความเป็นสมาชิกของระบบฟัซซี เมื่อข้อมูลแสดงความคลุมเครือหรือมีค่านอกเกณฑ์ที่สอดคล้องกับชุดข้อมูล กำหนดให้

2.1) $\tilde{X}_{A1}$, $\tilde{X}_{A2}$ และ $\tilde{X}_{A3}$ แทนค่าของชุดข้อมูลตัวแปรอิสระที่ 1 ในระบบฟัซซี

2.2) $\tilde{X}_{B1}$, $\tilde{X}_{B2}$ และ $\tilde{X}_{B3}$ แทนค่าของชุดข้อมูลตัวแปรอิสระที่ 2 ในระบบฟัซซี

2.3) $\tilde{X}_{C1}$, $\tilde{X}_{C2}$ และ $\tilde{X}_{C3}$ แทนค่าของชุดข้อมูลตัวแปรอิสระที่ 3 ในระบบฟuzzy

2.4) $\tilde{Y}_1$, $\tilde{Y}_2$ และ $\tilde{Y}_3$ แทนค่าของชุดข้อมูลตัวแปรตาม ในระบบฟuzzy

2.5) แบ่งข้อมูลตามค่าของข้อมูลตัวแปรอิสระ และค่าของข้อมูลตัวแปรอิสระตามช่วงควอไทล์ (Quartile)

2.6) กำหนดรูปแบบความเป็นฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของระบบฟuzzy เมื่อข้อมูลแสดงความคลุมเครือหรือมีค่านอกเกณฑ์ จากหัวข้อที่ 2.1) ถึง 2.4) การกำหนดรูปแบบความเป็นสมาชิกของระบบฟuzzy ในแต่ละตัวแปรดังนี้

2.6.1) ผลรวมของระบบฟuzzy ในแต่ละตัว [5],[10]

ผลรวมของชุดข้อมูลตัวแปรอิสระ $\sum \tilde{X}_A$, $\sum \tilde{X}_B$, $\sum \tilde{X}_C$ และชุดข้อมูลตัวแปรตาม $\sum \tilde{Y}$ ในระบบฟuzzy

เมื่อ

$$\begin{aligned}\sum \tilde{X}_A &= \sum \tilde{X}_{A1} + \sum \tilde{X}_{A2} + \sum \tilde{X}_{A3} \\ \sum \tilde{X}_B &= \sum \tilde{X}_{B1} + \sum \tilde{X}_{B2} + \sum \tilde{X}_{B3} \\ \sum \tilde{X}_C &= \sum \tilde{X}_{C1} + \sum \tilde{X}_{C2} + \sum \tilde{X}_{C3} \\ \sum \tilde{Y} &= \sum \tilde{Y}_1 + \sum \tilde{Y}_2 + \sum \tilde{Y}_3\end{aligned}$$

2.6.2) ผลรวมกำลังสองของระบบฟuzzy

ผลรวมกำลังสองของชุดข้อมูลตัวแปรอิสระ $\sum \tilde{X}_A^2$, $\sum \tilde{X}_B^2$ และ $\sum \tilde{X}_C^2$ ในระบบฟuzzy

เมื่อ

$$\begin{aligned}\sum \tilde{X}_A^2 &= \sum \tilde{X}_{A1}^2 + \sum \tilde{X}_{A2}^2 + \sum \tilde{X}_{A3}^2 \\ \sum \tilde{X}_B^2 &= \sum \tilde{X}_{B1}^2 + \sum \tilde{X}_{B2}^2 + \sum \tilde{X}_{B3}^2 \\ \sum \tilde{X}_C^2 &= \sum \tilde{X}_{C1}^2 + \sum \tilde{X}_{C2}^2 + \sum \tilde{X}_{C3}^2\end{aligned}$$

2.6.3) ผลรวมการคูณของระบบฟuzzy

ผลรวมการคูณของชุดข้อมูลตัวแปรอิสระ $\sum \tilde{X}_A \tilde{X}_B$, $\sum \tilde{X}_A \tilde{X}_C$ และ $\sum \tilde{X}_B \tilde{X}_C$ ในระบบฟuzzy

เมื่อ

$$\begin{aligned}\sum \tilde{X}_A \tilde{X}_B &= \sum \tilde{X}_{A1} \tilde{X}_{B1} + \sum \tilde{X}_{A2} \tilde{X}_{B2} + \sum \tilde{X}_{A3} \tilde{X}_{B3} \\ \sum \tilde{X}_A \tilde{X}_C &= \sum \tilde{X}_{A1} \tilde{X}_{C1} + \sum \tilde{X}_{A2} \tilde{X}_{C2} + \sum \tilde{X}_{A3} \tilde{X}_{C3} \\ \sum \tilde{X}_B \tilde{X}_C &= \sum \tilde{X}_{B1} \tilde{X}_{C1} + \sum \tilde{X}_{B2} \tilde{X}_{C2} + \sum \tilde{X}_{B3} \tilde{X}_{C3}\end{aligned}$$

และผลรวมการคูณระหว่างชุดข้อมูลตัวแปรอิสระและชุดข้อมูลตัวแปรตาม $\sum \tilde{X}_A \tilde{Y}$, $\sum \tilde{X}_B \tilde{Y}$ และ $\sum \tilde{X}_C \tilde{Y}$

เมื่อ

$$\begin{aligned}\sum \tilde{X}_A \tilde{Y} &= \sum \tilde{X}_{A1} \tilde{Y}_1 + \sum \tilde{X}_{A2} \tilde{Y}_2 + \sum \tilde{X}_{A3} \tilde{Y}_3 \\ \sum \tilde{X}_B \tilde{Y} &= \sum \tilde{X}_{B1} \tilde{Y}_1 + \sum \tilde{X}_{B2} \tilde{Y}_2 + \sum \tilde{X}_{B3} \tilde{Y}_3 \\ \sum \tilde{X}_C \tilde{Y} &= \sum \tilde{X}_{C1} \tilde{Y}_1 + \sum \tilde{X}_{C2} \tilde{Y}_2 + \sum \tilde{X}_{C3} \tilde{Y}_3\end{aligned}$$

3) การประยุกต์สมการ Algebraic Version of Normal Equations [11] ช่วยในการคำนวณตามแนวคิดของระบบฟuzzy ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ β ดังนี้

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (1)$$

เมื่อ

$$X'X = \begin{pmatrix} n & \sum \tilde{X}_A & \sum \tilde{X}_B & \sum \tilde{X}_C \\ \sum \tilde{X}_A & \sum \tilde{X}_A^2 & \sum \tilde{X}_A \tilde{X}_B & \sum \tilde{X}_A \tilde{X}_C \\ \sum \tilde{X}_B & \sum \tilde{X}_A \tilde{X}_B & \sum \tilde{X}_B^2 & \sum \tilde{X}_B \tilde{X}_C \\ \sum \tilde{X}_C & \sum \tilde{X}_A \tilde{X}_C & \sum \tilde{X}_B \tilde{X}_C & \sum \tilde{X}_C^2 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} \sum \tilde{Y} \\ \sum \tilde{X}_A \tilde{Y} \\ \sum \tilde{X}_B \tilde{Y} \\ \sum \tilde{X}_C \tilde{Y} \end{pmatrix}$$

จะได้ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ ดังนี้ $\hat{\beta} = [\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3]'$

2.2 การถดถอยแบบแกร่ง (Robust Regression)

การวิเคราะห์แบบจำลองการถดถอยแบบแกร่ง (IRLS Robust Regression) เมื่อ IRLS (Iteratively Reweighted Least Square) เป็นวิธีที่ใช้แก้ไขความแปรปรวน ของวิธีการถดถอยแบบ OLS (Ordinary Least Squares Estimation) เป็นเทคนิคการทำซ้ำที่ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเพื่อลดอิทธิพลของค่าผิดปกติ ขั้นตอนตาม Kutner et al. [11] ดังนี้

- 1) วิธีกำลังสองน้อยที่สุด ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ β ดังนี้

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (2)$$

เมื่อ

Y คือ เวกเตอร์ของตัวแปรตาม ขนาด $n \times 1$

X คือ เวกเตอร์ของตัวแปรอิสระ ขนาด $n \times (t+1)$

โดยที่

$$Y_{(n \times 1)} = \begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_t \end{pmatrix}, \quad X_{(n \times p)} = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & \dots & X_{1t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & \dots & X_{nt} \end{pmatrix}, \quad \beta_{(p \times 1)} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_t \end{pmatrix}$$

- 2) ประมาณค่า u เมื่อ $u = e_t / \text{MAD}$ เมื่อส่วนเหลือ $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ และใช้ตัวประมาณแบบมีฐานของค่าสัมบูรณ์ของความเบี่ยงเบน (Median Absolute Deviation: MAD) ค่า MAD ดังนี้

$$\text{MAD} = \frac{1}{0.6745} \text{median} \{|e_t - \text{median}(e_t)|\}$$

- 3) ตัวถ่วงน้ำหนักใช้เกณฑ์ความแกร่งของ Huber (อ้างอิงใน Kutner et al. [11])

$$w = \begin{cases} 1, & |u| \leq 1.345 \\ \frac{1.345}{|u|}, & |u| > 1.345 \end{cases}$$

ขั้นตอนนี้จากน้ำหนักของแต่ละค่าสังเกตที่ได้ นำมาคำนวณค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยของ β ในรอบที่ 1 ดังนี้ จะได้ตัวประมาณค่า $\hat{\beta}^{(1)} = (X' W^{(1)} X)^{-1} X' W^{(1)} Y$ รอบที่ 1

และ W คือ เมตริกซ์ทแยงมุมของน้ำหนักในรอบที่ 1 ขนาด $n \times n$

$$W^{(1)} = \begin{pmatrix} w_1^{(1)} & & \\ & \ddots & \\ & & w_n^{(1)} \end{pmatrix}$$

4) ถ้าค่าสัมบูรณ์ทุกค่ามากกว่า 0.001 หรือ $|\hat{\beta}^{(r+1)} - \hat{\beta}^{(r)}| \geq 0.001$ ให้ทำซ้ำ ถ้าค่า $|\hat{\beta}^{(r+1)} - \hat{\beta}^{(r)}| < 0.001$ ให้หยุดและคำนวณค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยในการทำซ้ำรอบที่ r [8]

$$\hat{\beta}^{(r)} = (X' W^{(r)} X)^{-1} X' W^{(r)} Y \quad (3)$$

2.3 ตัวประมาณค่าพยากรณ์เทคนิคเฉลี่ยเคลื่อนที่ซ้ำสองครั้ง

เมื่อได้ตัวแบบการพยากรณ์ด้วยวิธีการถดถอยแบบพหุคูณและการถดถอยแบบเกรงแล้ว จากนั้นใช้เทคนิคค่าเฉลี่ยสองครั้ง (Double Moving Average Technique: DMA) มาประมาณค่าข้อมูลตัวแปรอิสระ ความกดอากาศ (Pressure) อุณหภูมิ (Temperature) ความชื้นสัมพัทธ์ (Relative Humidity) ถ้าข้อมูลมีแนวโน้มสูงขึ้น หรือลดลงเมื่อเวลาเปลี่ยนไป เทคนิคการพยากรณ์ที่ใช้ได้กับข้อมูลที่มีแนวโน้ม (Trend) หรือมีความชันนี้เป็นเทคนิคค่าเฉลี่ยสองครั้ง โดยมีตัวแบบอนุกรมเวลา [2] ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ซ้ำสองครั้ง (DMA) การพยากรณ์โดยวิธีนี้จะเริ่มต้นด้วยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบธรรมดา หลังจากนั้นจึงคำนวณหาค่าเฉลี่ยจากค่าเฉลี่ยครั้งแรก ค่าพยากรณ์จากวิธีค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ซ้ำสองครั้งจะให้ค่าความเรียบมากกว่าค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบธรรมดา เมื่อเปรียบเทียบกับค่าสังเกตที่มีความแปรปรวนเชิงสุ่ม นอกจากนี้ยังสามารถติดตามแนวทิศทางของค่าสังเกตอย่างเห็นได้ชัด

ขั้นตอนการประมาณค่าใช้เทคนิคค่าเฉลี่ยสองครั้ง โดยใช้จำนวนเทอมเคลื่อนที่ 3 เทอม หรือเมื่อ $p=3$ เสนอโดย วิชัย สุรเชิดเกียรติ [2] ดังนี้

- 1) $S'_t = \sum_{t=1}^t \frac{Z_t}{t}$ และ $S''_t = \sum_{t=1}^t \frac{S'_t}{t}$
- 2) $\hat{\beta}_{0t} = 2S'_t - S''_t$
- 3) $\hat{\beta}_{1t} = \frac{2}{p-1}(S'_t - S''_t)$
- 4) $\hat{Z}_t = \hat{\beta}_{0t} + \hat{\beta}_{1t}$

ตารางที่ 1. ตัวอย่างการประมาณค่าความขึ้นสัมพันธ์

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Z_t	66.50	74.00	69.00	65.80	67.80	66.00	58.80	67.50	70.30	66.00	72.09	73.10	72.66
S'_t	N/A	N/A	69.83	69.60	67.53	66.53	64.20	64.10	65.53	67.93	69.46	70.40	72.62
S''_t	N/A	N/A	N/A	N/A	68.99	67.89	66.09	64.94	64.61	65.86	67.64	69.26	70.83
$\hat{\beta}_{0t}$	N/A	N/A	N/A	N/A	66.08	65.18	62.31	63.26	66.46	70.01	71.28	71.53	74.41
$\hat{\beta}_{1t}$	N/A	N/A	N/A	N/A	-1.46	-1.36	-1.89	-0.84	0.92	2.08	1.82	1.13	1.79
$\hat{Z}_t$	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	64.6	63.8	60.4	62.4	67.4	72.1*	73.1*	72.7*

หมายเหตุ ตารางที่ 1 ค่า (*) ค่าประมาณของความขึ้นสัมพันธ์ ที่นำไปใช้ในตัวแบบการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝน ในช่วงคาบเวลา t ที่ 11-13 หรือ ปี พ.ศ. 2563-2565 กรณีตัวแปรอิสระอื่น ๆ ทำเช่นเดียวกัน และ N/A คือ จำนวนทอมที่ไม่มีข้อมูล โดยไม่ใช้ในการคำนวณ

2.4 การตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบ

เมื่อได้ตัวแบบของแต่ละวิธีแล้วจะนำมาตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบ งานวิจัยนี้การตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบ โดยการวัดความคลาดเคลื่อนของค่าจริงและค่าที่พยากรณ์ได้โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ หรือจำนวนข้อมูลต่าง ๆ จะพิจารณาจากการที่ค่าจริงใกล้เคียงค่าพยากรณ์ที่สุด หรือทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดย่อมเป็นค่าที่เหมาะสมกับการใช้พยากรณ์ให้ได้ผลลัพธ์ที่แม่นยำ การตรวจสอบความแม่นยำของแบบจำลองพยากรณ์ โดยพิจารณาค่าจริงของข้อมูล Y_t เปรียบเทียบกับค่าพยากรณ์ของข้อมูล $\hat{Y}_t$

ให้ Y_t แทนข้อมูลจริง ชุดที่ $t = 1, 2, 3, \dots, n$
 $\hat{Y}_t$ แทนค่าที่พยากรณ์ของข้อมูล ชุดที่ $t = 1, 2, 3, \dots, n$
 e_t แทนส่วนเหลือ (Residual) ชุดที่ $t = 1, 2, 3, \dots, n$
 $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$

การตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบ 2 วิธี ดังนี้

1) ค่าคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Error: ME) เสนอโดย วิชัย สุระเชิดเกียรติ [2]

$$ME = \sum_{t=1}^n \frac{e_t}{n} \quad (4)$$

2) ร้อยละความเอนเอียงของการประมาณ (Percent Bias: PBIAS)

เป็นดัชนีชี้วัดแนวโน้มค่าเฉลี่ยของค่าที่ได้จากแบบจำลองว่า มีค่าสูงหรือต่ำกว่าค่าการตรวจวัด โดยค่าที่ดีนั้นควรมีค่าใกล้ 0 โดยหากค่าเป็นบวกบ่งบอกถึงการจำลองที่ให้ผลต่ำกว่าค่าที่เกิดขึ้นจริง และหากค่าเป็นลบ บ่งบอกถึงการจำลองที่ให้ค่าสูงกว่าค่าที่เกิดขึ้นจริง เสนอโดย Chakravarty et al. [12]

$$PBIAS = 100 \frac{\sum_{t=1}^n (\hat{Y}_t - Y_t)}{\sum_{t=1}^n Y_t} \quad (5)$$

2.5 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา คือ ข้อมูลอุตุนิยมวิทยาของสถานีอุตุนิยมวิทยาภาคเหนือ สถานีอุตุนิยมวิทยาพิษณุโลก [13] ประกอบด้วย ความกดอากาศ (hPa) อุณหภูมิ (Celsius) ความชื้นสัมพัทธ์ (Percentage) ปริมาณน้ำฝนต่อปี (mm/Year) ซึ่งเป็นข้อมูลระหว่าง ปี พ.ศ. 2553-2562 ในตารางที่ 2

ตารางที่ 2. ข้อมูลอุตุนิยมวิทยาของสถานีอุตุนิยมวิทยาพิษณุโลก รายปี (พ.ศ. 2553-2562) [13]

ปี	ความกดอากาศ (hPa)	อุณหภูมิ (Celsius)	ความชื้นสัมพัทธ์ (Percentage)	ปริมาณน้ำฝนต่อปี (mm/Year)
2553	1,008.9	28.6	74	1,368.6
2554	1,008.9	27.2	77	1,853.6
2555	1,008.1	28.3	75.9	1,203.7
2556	1,008.8	27.9	74.7	1,470.8
2557	1,009.3	27.9	74.4	1,327.1
2558	1,009.9	28.6	72	891.3
2559	1,009.1	28.5	71.4	1,380.8
2560	1,009.3	28.1	74.9	1,621.1
2561	1,009.1	28	75.3	1,140.2
2562	1,009.3	28.6	72	867.6

เนื่องจากข้อมูลที่สัมพันธ์กันของปริมาณน้ำฝนต่อปี ไม่แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มและอิทธิพลของฤดูกาลที่ชัดเจน จึงทำการตรวจสอบข้อมูลโดยทำการแบ่งข้อมูลเป็น 3 ส่วน ให้สอดคล้องกับฤดูกาลตามข้อกำหนดของกรมอุตุนิยมวิทยา [14] คือ 1) ฤดูร้อน เริ่มต้นประมาณเดือนกุมภาพันธ์ ถึงเดือนพฤษภาคม 2) ฤดูฝน เริ่มต้นประมาณเดือนมิถุนายนถึงกลางเดือนกันยายน 3) ฤดูหนาว เริ่มต้นประมาณเดือนตุลาคมถึงกลางเดือนมกราคม เพื่อแสดงให้เห็นถึงความไม่แน่นอนของข้อมูล ค่านอกเกณฑ์ที่ปรากฏ แสดงดังตารางที่ 3

2.6 การตรวจสอบค่านอกเกณฑ์

ในหลายกรณีดูเหมือนว่าข้อมูลที่ได้มานั้นจะถูกต้องสำหรับข้อมูลส่วนใหญ่ แต่ในบางครั้งมีข้อมูลบางค่า หรือหลายค่าที่ค่าสังเกตเบี่ยงเบนไปจากค่าสังเกตอื่นมาก จนทำให้น่าพิจารณาว่าค่าสังเกตที่ได้มานั้น หากผลลัพธ์มีความคลาดเคลื่อนมากจะส่งผลต่อข้อสรุปข้อมูลในงานวิจัย ค่านอกเกณฑ์ดังกล่าวอาจเกิดจากข้อผิดพลาดในการบันทึกหรือมาจากการแจกแจงแบบอื่น หรือเป็นเพียงค่าสังเกตที่ผิดปกติจากการแจกแจงที่สันนิษฐานไว้ ประเภทของค่านอกเกณฑ์ที่ใช้ในการศึกษา (Types of Outliers) เป็นแบบ (Global or Point Outliers) หรือค่านอกเกณฑ์แบบจุดในชุดข้อมูลที่ทำการศึกษา ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงกำหนดเกณฑ์การตรวจสอบแบบ Inter-Quartile Range [15] ดังนี้ 1) ขอบเขตล่าง $Q1 - 1.5 \text{ IQR}$ 2) ขอบเขตบน $Q3 + 1.5 \text{ IQR}$ 3) กำหนด $\text{IQR} = Q3 - Q1$

เมื่อค่าของข้อมูลน้อยกว่าขอบเขตล่าง หรือมากกว่าขอบเขตบน ถือว่าเป็นค่านอกเกณฑ์ผลการตรวจพบว่าข้อมูลตัวแปรอิสระ ตัวแปรตาม ในระบบฟัซซี่เมื่อ $\tilde{X}$ (ความกดอากาศ อุณหภูมิ และความชื้นสัมพัทธ์) และ $\tilde{Y}$ (ปริมาณน้ำฝน) มีค่านอกเกณฑ์ไม่เกินร้อยละ 10 ตามตารางที่ 3

ตารางที่ 3. ข้อมูลอุตุนิยมวิทยาของสถานีอุตุนิยมวิทยาพิษณุโลก รายฤดูกาล (พ.ศ. 2553-2562) [13]

ปี	ฤดูร้อน				ฤดูฝน				ฤดูหนาว			
	ความกดอากาศ (hPa)	อุณหภูมิ (Celsius)	ความชื้นสัมพัทธ์ (Percentage)	ปริมาณน้ำฝนต่อปี (mm/Year)	ความกดอากาศ (hPa)	อุณหภูมิ (Celsius)	ความชื้นสัมพัทธ์ (Percentage)	ปริมาณน้ำฝนต่อปี (mm/Year)	ความกดอากาศ (hPa)	อุณหภูมิ (Celsius)	ความชื้นสัมพัทธ์ (Percentage)	ปริมาณน้ำฝนต่อปี (mm/Year)
2553	1,008.9	30.3	66.5	186.3	1,006.8	29.1	78.8	785.6	1,011	26.3	77	<u>396.7**</u>
2554	1,009.2	<u>27.8**</u>	<u>74**</u>	433.6	1,005.8	28.1	82.8	1,259.7	1,011.80	25.8	74	160.3
2555	<u>1,007.6**</u>	29.4	69	553.5	1,005.9	28.1	81.8	412.7	1,010.80	27.4	77	337
2556	1,008.5	29.8	65.8	127.7	1,005.7	28.2	82.3	1,166.1	1,012.20	25.6	76	177
2557	1,008.9	29.4	67.8	255.8	1,006	28.7	80	776.9	1,012.90	25.7	75.3	294.4
2558	1,009.8	29.4	66	150.9	<u>1,007.8**</u>	<u>29.8**</u>	<u>75.5**</u>	549	1,013	26.5	74.5	191.4
2559	1,009.4	30.3	58.8	247.6	1,006.4	28.6	81.3	845.2	1,011.50	26.7	74.5	288
2560	1,009.5	29.1	67.5	380.1	1,006.6	28.6	82	1,057.6	1,011.70	26.7	75.3	183.4
2561	1,009.8	28.7	70.3	376.7	1,005.8	28.3	81.8	689.6	1,011.90	27	74	<u>73.9**</u>
2562	1,008.7	30.1	66	185.9	1,006.6	28.9	79.3	631.8	1,012.60	26.7	<u>71.3**</u>	<u>49.9**</u>

** ค่านอกเกณฑ์

2.7 วิธีการคำนวณตัวแบบการถดถอยแบบพีชชีจากข้อมูลตัวอย่าง

ผู้วิจัยได้กำหนดรูปแบบฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของระบบพีชชี เมื่อข้อมูลแสดงความคลุมเครือหรือมีค่านอกเกณฑ์ ที่สอดคล้องกับชุดข้อมูล ในตารางที่ 3 มาประยุกต์ใช้ในการคำนวณค่าประมาณของตัวแบบการถดถอยแบบพีชชี ดังนี้

1) แบ่งข้อมูลตามช่วงควอไทล์ (Quartile) ของข้อมูลความกดอากาศ ข้อมูลอุณหภูมิ ความชื้นสัมพัทธ์และปริมาณน้ำฝน ในช่วงฤดูร้อน ฤดูฝน และฤดูหนาว ในตารางที่ 4

2) ให้ $\bar{X}_{A1}$, $\bar{X}_{A2}$ และ $\bar{X}_{A3}$ แทนค่าของข้อมูลความกดอากาศ (Pressure) ในช่วงฤดูร้อน ฤดูฝน ฤดูหนาว ตามลำดับ

3) ให้ $\bar{X}_{B1}$, $\bar{X}_{B2}$ และ $\bar{X}_{B3}$ แทนค่าของข้อมูลอุณหภูมิ (Temperature) ในช่วงฤดูร้อน ฤดูฝน ฤดูหนาว ตามลำดับ

4) ให้ $\bar{X}_{C1}$, $\bar{X}_{C2}$ และ $\bar{X}_{C3}$ แทนค่าของข้อมูลความชื้นสัมพัทธ์ (Relative Humidity) ในช่วงฤดูร้อน ฤดูฝน ฤดูหนาว ตามลำดับ

5) ให้ $\bar{Y}$ แทนค่าของข้อมูลปริมาณน้ำฝน (Rainfall) เมื่อ $\bar{Y}_1$ =ปริมาณน้ำฝนฤดูร้อน $\bar{Y}_2$ =ปริมาณน้ำฝนฤดูฝน และ $\bar{Y}_3$ =ปริมาณน้ำฝนฤดูหนาว ตามลำดับ

6) การประมาณค่าตัวแบบการถดถอยแบบพีชชี จากข้อมูลตัวอย่าง ในตารางที่ 4 ดำเนินการตามขั้นตอนตามสมการ (1)-(5)

ตารางที่ 4. ข้อมูลอุตุนิยมวิทยาของสถานีอุตุนิยมวิทยาพิษณุโลก แบ่งข้อมูลตามช่วงควอไทล์

ฤดูร้อน											
$\bar{X}_{A1}$			$\bar{X}_{B1}$			$\bar{X}_{C1}$			$\bar{Y}_1$		
Q1	Q2	Q3	Q1	Q2	Q3	Q1	Q2	Q3	Q1	Q2	Q3
1,007.6***	1,008.9	1,009.2	27.8***	29.4	30.1	58.8	66.5	67.5	127.7	255.8	380.1
1,008.5	1,008.9	1,009.4	28.7	29.4	30.3	65.8	N/A	67.8	150.9	376.7	433.6
1,008.7	N/A	1,009.5	29.1	29.4	30.3	66	N/A	69	185.9	N/A	553.5
N/A	N/A	1,009.8	N/A	29.8	N/A	66	N/A	70.3	186.3	N/A	N/A
N/A	N/A	1,009.8	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	74***	247.6	N/A	N/A
ฤดูฝน											
$\bar{X}_{A2}$			$\bar{X}_{B2}$			$\bar{X}_{C2}$			$\bar{Y}_2$		
Q1	Q2	Q3	Q1	Q2	Q3	Q1	Q2	Q3	Q1	Q2	Q3
1,005.7	1005.9	1006.6	28.1	28.3	28.7	75.5***	80	81.8	412.7	689.6	785.6
1,005.8	1006	1006.6	28.1	28.6	28.9	78.8	81.3	81.8	549.0	776.9	845.2
1,005.8	1006.4	1006.8	28.2	28.6	29.1	79.3	N/A	82.0	631.8	N/A	1,057.6
N/A	N/A	1007.8***	N/A	N/A	29.8***	N/A	N/A	82.3	N/A	N/A	1,166.1
N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	82.8	N/A	N/A	1,259.7

*** ค่านอกเกณฑ์ และ N/A คือ ตำแหน่งควอไทล์ที่ไม่มีข้อมูล

ตารางที่ 4. (ต่อ) ข้อมูลอุตุณิยมหาวิทยาลัยของสถานีนุตุณิยมหาวิทยาลัยพิษณุโลก แบ่งข้อมูลตามช่วงควอไทล์

ฤดูหนาว											
$\tilde{X}_{A3}$			$\tilde{X}_{B3}$			$\tilde{X}_{C3}$			$\tilde{Y}_3$		
Q1	Q2	Q3	Q1	Q2	Q3	Q1	Q2	Q3	Q1	Q2	Q3
1,010.8	1,011.7	1,012.2	25.6	26.3	26.7	71.3***	74.5	75.3	49.9***	177	191.4
1,011	1,011.8	1,012.6	25.7	26.5	26.7	74	74.5	75.3	73.9***	183.4	288
1,011.5	1,011.9	1,012.9	25.8	N/A	26.7	74	N/A	76	160.3	N/A	294.4
N/A	N/A	1,013	N/A	N/A	27	N/A	N/A	77	N/A	N/A	337
N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	27.4	N/A	N/A	77	N/A	N/A	396.7***

*** ค่านอกเกณฑ์ และ N/A คือ ตำแหน่งควอไทล์ที่ไม่มีข้อมูล

3. ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ในการพัฒนาตัวแบบการถดถอยแบบฟัซซี เปรียบเทียบกับการถดถอยแบบแกร่ง สำหรับใช้ในกรณีข้อมูลมีค่านอกเกณฑ์ ซึ่งทั้ง 2 วิธี มีลักษณะคล้ายคลึงกันในการพยายามลดอิทธิพลของข้อมูลที่มีค่านอกเกณฑ์ ผลการวิจัยและการวัดประสิทธิภาพความแม่นยำของตัวแบบการพยากรณ์สามารถสรุปได้ดังนี้

3.1 วิธีการถดถอยแบบฟัซซี

ตัวแบบการพยากรณ์ด้วยวิธีการถดถอยแบบฟัซซี พบว่าสมการที่เหมาะสมกับข้อมูลเมื่อทำการแยกข้อมูลเป็นช่วงฤดูกาล พบว่าข้อมูลตัวแปรอิสระ ตัวแปรตาม ในระบบฟัซซีเมื่อ $\tilde{X}$ (ความกดอากาศ อุณหภูมิ และความชื้นสัมพัทธ์) และ $\tilde{Y}$ (ปริมาณน้ำฝน) มีค่านอกเกณฑ์ไม่เกินร้อยละ 10 สมการแนวโน้มที่เหมาะสมของการถดถอยแบบฟัซซี คือ

$$\hat{Y}_1 = 60.4482 - 0.3065 \tilde{X}_{A1} + 3.1461 \tilde{X}_{B1} + 8.0997 \tilde{X}_{C1}$$

$$\hat{Y}_2 = 60.4482 - 0.3065 \tilde{X}_{A2} + 3.1461 \tilde{X}_{B2} + 8.0997 \tilde{X}_{C2}$$

$$\hat{Y}_3 = 60.4482 - 0.3065 \tilde{X}_{A3} + 3.1461 \tilde{X}_{B3} + 8.0997 \tilde{X}_{C3}$$

และค่าประมาณการพยากรณ์ด้วยวิธีการถดถอยแบบฟัซซี รายปี

$$\hat{Y} = \hat{Y}_1 + \hat{Y}_2 + \hat{Y}_3 \quad (6)$$

การพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนวิธีการถดถอยแบบฟัซซี

วิธีการถดถอยแบบฟัซซี ให้ค่าการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนล่วงหน้าต่อปี (mm/Year) ในปี พ.ศ. 2563-2565 ตามลำดับดังนี้ 1) 1,346.4 2) 1,330.8 และ 3) 1,311.6 (mm/Year) เป็นการพยากรณ์ในระยะปานกลางที่เหมาะสมกับการวิเคราะห์หอนุกรมเวลา [16] จะเห็นได้ว่าตัวแบบที่ใช้ในการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนลดลงทั้งนี้อาจเป็นเพราะคุณสมบัติของตัวแบบการพยากรณ์อาจมีข้อจำกัด เช่น ข้อมูลที่ใช้ในการพัฒนาตัวแบบมีค่านอกเกณฑ์ ข้อมูลหอนุกรมเวลาเป็นข้อมูลที่มีการเคลื่อนไหวเปลี่ยนแปลงตามเวลาดังนั้นข้อมูลจะต้องทันสมัยและมีจำนวนมาก อีกทั้งไม่มีการพยากรณ์ใดที่ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ [2],[16]

ผลการวิจัยการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนล่วงหน้า พบว่าการพยากรณ์ ปี พ.ศ. 2563 เทียบกับรายงานปริมาณน้ำฝนต่อปี (mm/Year) ของสถานีอุตุนิยมวิทยาภาคเหนือ สถานีอุตุนิยมวิทยาพิษณุโลก จำนวน 1,148.6 (mm/Year) ดังนี้

$$\begin{aligned} & (\text{ค่าการพยากรณ์วิธีการถดถอยแบบพีชชี} \times 100) / (\text{รายงานผลของสถานีอุตุนิยมวิทยาภาคเหนือ}) \\ & = (1,346.4 \times 100) / (1,148.6) = 117.22 \end{aligned}$$

สรุปได้ว่าการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนล่วงหน้าด้วยวิธีการถดถอยแบบพีชชี ให้ค่าพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนล่วงหน้า มากกว่าปริมาณน้ำฝนจริงในปี พ.ศ. 2563 ร้อยละ 17.22

3.2 วิธีการถดถอยแบบเกร็ง

ตัวแบบการพยากรณ์ด้วยวิธีการถดถอยแบบเกร็ง พบว่าสมการแนวโน้มที่เหมาะสมกับข้อมูลเมื่อทำการแยกข้อมูลเป็นช่วงฤดูกาล พบว่าข้อมูลตัวแปรอิสระ ตัวแปรตาม ในระบบพีชชีเมื่อ X (ความกดอากาศ อุณหภูมิ และความชื้นสัมพัทธ์) และ Y (ปริมาณน้ำฝน) มีค่านอกเกณฑ์ไม่เกินร้อยละ 10 สมการแนวโน้มที่เหมาะสมของการถดถอยแบบเกร็งในรอบที่ 20 คือ

$$\hat{Y}_1^{(20)} = 100,350.0396 - 99.5277 X_{A1} - 30.0537 X_{B1} + 18.4974 X_{C1}$$

$$\hat{Y}_2^{(20)} = 100,350.0396 - 99.5277 X_{A2} - 30.0537 X_{B2} + 18.4974 X_{C2}$$

$$\hat{Y}_3^{(20)} = 100,350.0396 - 99.5277 X_{A3} - 30.0537 X_{B3} + 18.4974 X_{C3}$$

และค่าประมาณการพยากรณ์ด้วยวิธีการถดถอยแบบเกร็งรายปี

$$\hat{Y} = \hat{Y}_1^{(20)} + \hat{Y}_2^{(20)} + \hat{Y}_3^{(20)} \quad (7)$$

การพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนวิธีการถดถอยแบบเกร็ง

วิธีการถดถอยแบบเกร็ง ให้ค่าการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนล่วงหน้าต่อปี (mm/Year) ในปี พ.ศ. 2563-2565 ตามลำดับดังนี้ 1) 1,387.0 2) 1,321.9 และ 3) 1,258.8 (mm/Year) เป็นการพยากรณ์ในระยะปานกลางที่เหมาะสมกับการวิเคราะห์อนุกรมเวลา [16] จะเห็นได้ชัดว่าตัวแบบที่ใช้ในการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนลดลงทั้งนี้อาจเป็นเพราะคุณสมบัติของตัวแบบการพยากรณ์อาจมีข้อจำกัด เช่น ข้อมูลที่ใช้ในการพัฒนาตัวแบบมีค่านอกเกณฑ์ ข้อมูลอนุกรมเวลาเป็นข้อมูลที่มีการเคลื่อนไหวเปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้นข้อมูลจะต้องทันสมัยและมีจำนวนมาก อีกทั้งไม่มีการพยากรณ์ใดที่ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ [2, 16] ผลการวิจัยการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝน พบว่าการพยากรณ์ ปี พ.ศ. 2563 เทียบกับรายงานปริมาณน้ำฝนต่อปี (mm/Year) ของสถานีอุตุนิยมวิทยาภาคเหนือ สถานีอุตุนิยมวิทยาพิษณุโลก จำนวน 1,148.6 (mm/Year) ดังนี้

$$\begin{aligned} & (\text{ค่าการพยากรณ์วิธีการถดถอยแบบเกร็ง} \times 100) / (\text{รายงานผลของสถานีอุตุนิยมวิทยาภาคเหนือ}) \\ & = (1,387 \times 100) / (1,148.6) = 120.76 \end{aligned}$$

สรุปได้ว่าการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนล่วงหน้าด้วยวิธีการถดถอยแบบเกร็ง ให้ค่าพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนล่วงหน้า มากกว่าปริมาณน้ำฝนจริงในปี พ.ศ. 2563 ร้อยละ 20.76

3.3 การวัดประสิทธิภาพความแม่นยำของตัวแบบการพยากรณ์

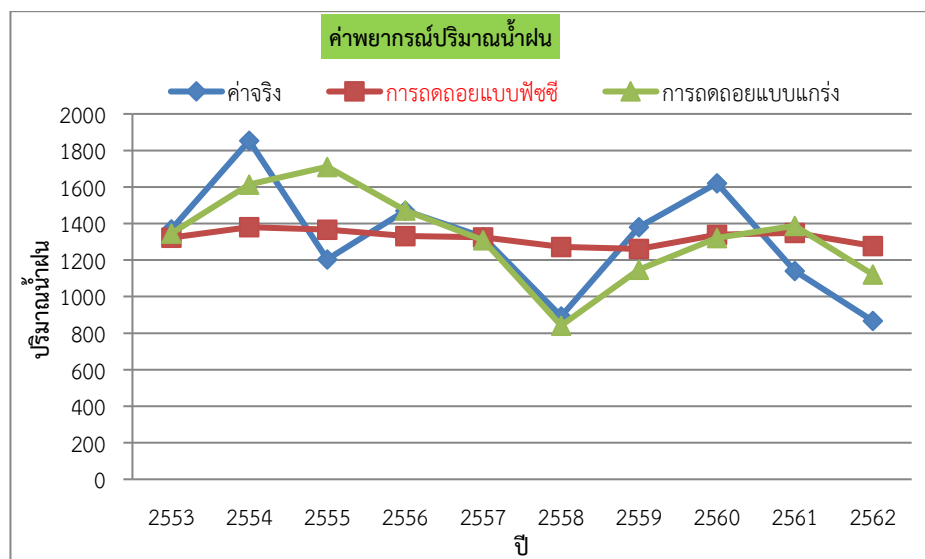
การตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบการพยากรณ์ของตัวแบบวิธีการถดถอยแบบพีชชี และตัวแบบวิธีการถดถอยแบบเกร็ง ตัวแบบที่มีความเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ จะพิจารณาจาก ค่าคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (ME) และค่าร้อยละความเอนเอียงของการประมาณ (PBIAS) การพยากรณ์ที่ให้ค่าความผิดพลาดน้อยที่สุดจะมีความแม่นยำของตัวแบบมากที่สุด และเมื่อได้ตัวแบบที่เหมาะสมของแต่ละวิธี ผู้วิจัยได้นำตัวแบบที่ได้มาพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนต่อปี ซึ่งเป็นข้อมูลระหว่างปี พ.ศ. 2553-2562 และมีค่านอกเกณฑ์ไม่เกินร้อยละ 10 ทั้งของตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม พบว่าปริมาณน้ำฝนต่อปีเทียบกับค่าพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนต่อปี ดังตารางที่ 5 ดังนี้

ตารางที่ 5. ค่าปริมาณน้ำฝนต่อปีและค่าพยากรณ์ของตัวแบบ ช่วงปี พ.ศ. 2553-2562

ปี	ปริมาณน้ำฝนต่อปี	ค่าพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนต่อปี	
		การถดถอยแบบพีชชี	การถดถอยแบบเกร็ง
2553	1,368.6	1,323.7689<	1,346.1330<
2554	1,853.6	1,380.0014<	1,613.6227<
2555	1,203.7	1,366.5360>	1,710.7778>
2556	1,470.8	1,331.8336	1,472.3994
2557	1,327.1	1,323.9340<	1,308.5526<
2558	891.3	1,271.5454	841.44179
2559	1,380.8	1,260.9027<	1,146.9921<
2560	1,621.1	1,339.5911<	1,321.9658<
2561	1,140.2	1,348.9542>	1,387.8922>
2562	867.6	1,277.2328>	1,121.2649>

< ค่าพยากรณ์มีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับข้อมูลค่าจริง, > ค่าพยากรณ์มีค่ามากกว่าเมื่อเทียบกับข้อมูลค่าจริง

จากตารางที่ 5 พบว่าข้อมูลค่าจริงปริมาณน้ำฝนต่อปี (Actual data) และค่าพยากรณ์ (Forecasted Value) ซึ่งเป็นข้อมูลระหว่างปี พ.ศ. 2553-2562 ตัวแบบจากทั้ง 2 วิธี ให้ค่าพยากรณ์สอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน กล่าวคือ 1) ค่าพยากรณ์ทั้ง 2 วิธี มีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับข้อมูลค่าจริง พ.ศ. 2553, 2554, 2557, 2559 และ 2560 2) ค่าพยากรณ์ทั้ง 2 วิธี มีค่ามากกว่าเมื่อเทียบกับข้อมูลค่าจริง พ.ศ. 2555, 2561 และ 2562 3) ค่าพยากรณ์ของวิธีการถดถอยแบบเกร็ง มีค่าใกล้เคียงข้อมูลค่าจริงมากกว่าการถดถอยแบบพีชชี พ.ศ. 2556 และ 2558



รูปที่ 2. แนวโน้มค่าปริมาณน้ำฝนต่อปีและค่าพยากรณ์ของตัวแบบทั้ง 2 วิธี ช่วงปี พ.ศ. 2553-2562

รูปที่ 2 เป็นการพล็อตกราฟเปรียบเทียบเพื่อดูแนวโน้มค่าปริมาณน้ำฝนต่อปีและค่าพยากรณ์ของตัวแบบทั้ง 2 วิธี ช่วงปี พ.ศ. 2553-2562 พบว่าการถดถอยแบบแกรังค่าของข้อมูลที่ได้จากการพยากรณ์มีลักษณะของอนุกรมเวลา เช่น ข้อมูลมีแนวโน้มสูงขึ้น หรือลดลงเมื่อเวลาเปลี่ยนไป ซึ่งจะสอดคล้องกับแนวโน้มของข้อมูลค่าจริงปริมาณน้ำฝนต่อปี แต่การถดถอยแบบพีชชีสามารถปรับค่าของข้อมูลที่มีลักษณะของอนุกรมเวลาให้เข้าสู่แนวโน้มเชิงเส้น กรณีตัวแบบทั้ง 2 วิธี มีค่านอกเกณฑ์ไม่เกินร้อยละ 10

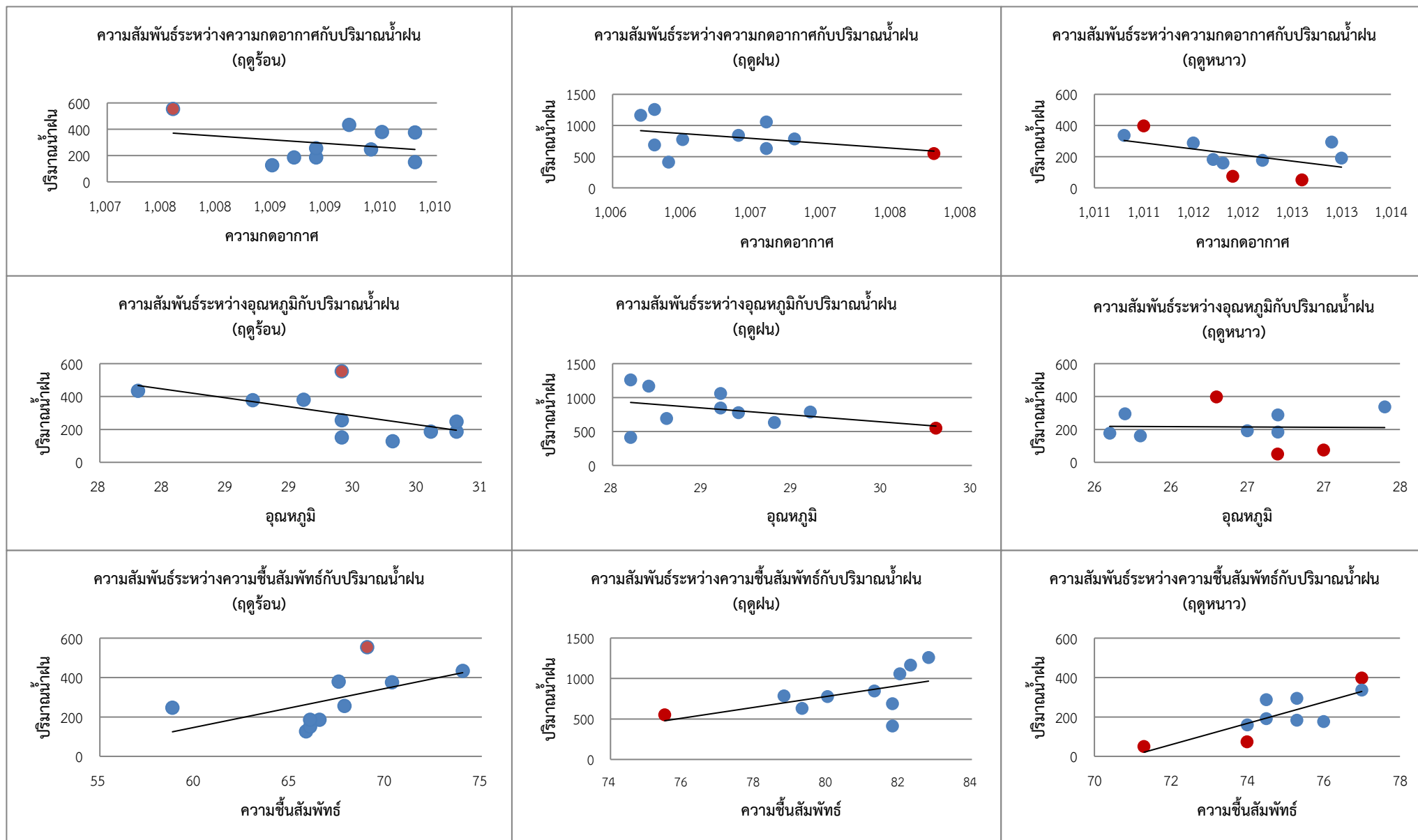
อย่างไรก็ตามตารางที่ 6 เมื่อมองในภาพรวมของการทดสอบความแม่นยำ หรือประสิทธิภาพของตัวแบบแล้ว พบว่าวิธีการถดถอยแบบพีชชี มีค่าคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (ME) และค่าร้อยละความเอนเอียงของการประมาณ (PBIAS) ต่ำสุดที่ -9.95 และ 0.76 ตามลำดับ ในขณะที่วิธีการถดถอยแบบแกรังมีค่าที่มากกว่าที่ -14.62 และ 1.11 ตามลำดับ ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่าในงานวิจัยนี้วิธีการถดถอยแบบพีชชี ที่พัฒนาขึ้นเป็นตัวแบบที่มีความเหมาะสมในการพยากรณ์ มีความแม่นยำและมีประสิทธิภาพมากที่สุด ในกรณีที่ค่านอกเกณฑ์ไม่เกินร้อยละ 10

ตารางที่ 6. การเปรียบเทียบความแม่นยำของตัวแบบทั้ง 2 วิธี

สถิติทดสอบ	การถดถอยแบบพีชชี	การถดถอยแบบแกรัง
ME	-9.95	-14.62
PBIAS	0.76	1.11

3.4 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตามแสดงลักษณะของค่านอกเกณฑ์ (Outliers)

ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตามแสดงลักษณะของค่านอกเกณฑ์ (Outliers) ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3. ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (ความกดอากาศ อุณหภูมิ ความชื้นสัมพัทธ์) กับตัวแปรตาม (ปริมาณน้ำฝน) ช่วงปี พ.ศ. 2553-2562 (เมื่อ ● คือค่าผิดปกติ)

จากรูปที่ 3 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (ความกดอากาศ อุณหภูมิ ความชื้นสัมพัทธ์) กับตัวแปรตาม (ปริมาณน้ำฝน) ช่วงปี พ.ศ. 2553-2562 รายฤดูที่แสดงถึงลักษณะของค่านอกเกณฑ์ (Outliers) โดยใช้เกณฑ์ IQR (Inner-Quartile Range) มาพิจารณาว่าข้อมูลใดเป็นค่านอกเกณฑ์ ผลการทดลองพบว่าค่านอกเกณฑ์ดังกล่าวมีลักษณะเป็นแบบ (Global or Point Outliers) หรือค่านอกเกณฑ์แบบจุด และมีค่านอกเกณฑ์ของตัวแปรอิสระในทุกฤดู ส่วนฤดูหนาวมีค่านอกเกณฑ์ของตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม อีกทั้งมีจำนวนค่านอกเกณฑ์มากที่สุด ลักษณะของข้อมูลมีแนวโน้มเชิงเส้น ซึ่งจะสอดคล้องกับการถดถอยแบบพีชชีที่สามารถปรับค่าของข้อมูลที่มีลักษณะของอนุกรมเวลาให้เข้าสู่แนวโน้มเชิงเส้นได้เมื่อมีค่านอกเกณฑ์

4. สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ได้ทำการพัฒนาตัวแบบการถดถอยแบบพีชชี เพื่อประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่มีค่านอกเกณฑ์ จากนั้นนำตัวแบบที่พัฒนาได้มาเปรียบเทียบกับตัวแบบการถดถอยแบบแกร่ง โดยการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนล่วงหน้า ในปี พ.ศ. 2563 เพื่อทดสอบประสิทธิภาพการใช้งานจริงของตัวแบบทั้ง 2 วิธี เทียบกับข้อมูลปริมาณน้ำฝนต่อปี พ.ศ. 2563 (ข้อมูลจริง) ในปีล่าสุดที่ออกรายงานโดยสถานีอุตุนิยมวิทยาพิษณุโลก พบว่าตัวแบบการถดถอยแบบพีชชี มีความผิดพลาดในการทำนายน้อยกว่า และการเปรียบเทียบความแม่นยำของตัวแบบ พบว่าวิธีการถดถอยแบบพีชชี มีค่าคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (ME) และค่าร้อยละความเอนเอียงของการประมาณ (PBIAS) ต่ำสุด นั่นคือ ตัวแบบการถดถอยแบบพีชชี เมื่อใช้กับกรณีที่มีค่านอกเกณฑ์ไม่เกินร้อยละ 10 จะเป็นตัวแบบที่มีความเหมาะสม มีความแม่นยำและมีประสิทธิภาพในการพยากรณ์มากที่สุด นอกจากนี้ด้วยวิธีการถดถอยแบบพีชชี เทียบกับวิธีการถดถอยแบบแกร่ง จะเห็นได้ว่าวิธีการถดถอยแบบแกร่งมีวิธีการในการดำเนินงานที่ซับซ้อนอีกทั้งต้องดำเนินการประมาณค่าพารามิเตอร์เป็นจำนวน 20 รอบ ใช้เวลาในการดำเนินการที่ยาวนานและค่าที่ได้ไม่แตกต่างมากกับแบบพีชชี อีกทั้งในกรณีที่มีการละเมิดหรือกระบวนการวิเคราะห์ไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นที่กำหนดหรือมีแต่ไม่ครบถ้วน และข้อมูลที่น่าสนใจในครั้งนี้อาจเป็นข้อมูลอนุกรมเวลา กระบวนการวิเคราะห์ต้องมีความสมดุลในเรื่องค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน หรือความสัมพันธ์ระหว่างค่าความคลาดเคลื่อน (Autocorrelation) (วิชัย สุรเชิดเกียรติ [2]) และข้อมูลที่น่าสนใจมีค่านอกเกณฑ์ โดยทั่วไปแล้วมักเลือกใช้การถดถอยแบบแกร่ง เป็นทางเลือกใช้เมื่อเกิดปัญหาจากการวิเคราะห์ข้อมูล แต่การถดถอยแบบแกร่งก็ยังคงมีข้อตกลงเบื้องต้น (Assumption) ของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Squares Estimation: OLS) อยู่ ซึ่งวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นตัวตั้งต้นการประมาณค่าการถดถอยแบบแกร่ง ในขณะที่การถดถอยแบบพีชชีไม่มีข้อกำหนดในเรื่องข้อตกลงเบื้องต้น ประกอบกับผลการวิจัยตามรูปที่ 2 การถดถอยแบบพีชชี สามารถปรับค่าของข้อมูลที่มีลักษณะของอนุกรมเวลาให้เข้าสู่แนวโน้มเชิงเส้น และมีส่วนเหลือน้อยกว่า ทำให้มีผลการทดสอบความแม่นยำที่ดี ดังนั้นจึงอาจเป็นสาเหตุทำให้การถดถอยแบบพีชชี มีประสิทธิภาพมากกว่า ผู้วิจัยจึงให้ข้อเสนอแนะว่าวิธีการถดถอยแบบพีชชีมีความเหมาะสมในการใช้งานมากกว่าและมีประสิทธิภาพที่ดีกว่า

เอกสารอ้างอิง (References)

- [1] อรพรรณ ตันตระกูล, ประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์ และบุญอ้อม โฉมทิ. 2555. การเปรียบเทียบวิธีการถดถอยที่มีความแข็งแกร่งสำหรับตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นแบบพหุ. การประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา, ครั้งที่ 13, มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น, 291-300. [Orapan Tantrakul, Prasit Payakkapong and Boonorm Chomtee. 2012. Comparison of Robust Regression Methods in Multiple Linear Regression Model. The National Graduate Research Conference, 13th, Khon Kaen University, Khon Kaen, 291-300. (in Thai)]
- [2] วิชัย สุระเชิดเกียรติ. 2544. เทคนิคการพยากรณ์. มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, กรุงเทพมหานคร. [Wichai Suracherdkiat. 2544. Forecasting Technique. King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok. (in Thai)]
- [3] กฤตพร ธิตะจาร, จุฑาภรณ์ สินสมบุรณ์ทอง และธิดาพร ศุภภากร. 2561. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยสำหรับตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณเมื่อข้อมูลมีค่านอกเกณฑ์ในตัวแปรตาม. *วารสารวิทยาศาสตร์บูรพา*, 23(2), 820-838. [Kritaporn Thitacharee, Juthaphorn Sinsomboonthong and Thidaporn Supapakorn. 2018. Efficiency Comparison of Regression Coefficient Estimation Methods for Multiple Linear Regression Model when Data Contain Outliers in Dependent Variable. *Burapha Science Journal*, 23(2) 820-838. (in Thai)]
- [4] กัลยา บุญหล้า, และเมทินี ชมภูสว่าง. 2564. ความแข็งแกร่งในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณสำหรับค่าผิดปกติในตัวแปรตาม. *วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง*, 30(1), 81-92. [Kanlaya Boonlha. and Maytinee Chompoosawang. 2021. Robust Multiple Linear Regression for Outliers In Dependent Variables. *Journal of Science Ladkrabang*, 30(1) 81-92. (in Thai)]
- [5] Şentürk, S. 2010. Fuzzy Regression Control Chart Based on α -cut Approximation. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 3(1), 123-140.
- [6] Rattalertrusorn, A. 2016. Fuzzy linear regression model based on alpha-cuts approach. *Proceeding of International Conference on Applied Statistics 2016*, Phuket, Thailand, 79-85.
- [7] Kula, K. Ş., Tank, F. and Dalkılıç, T. E. 2012. A study on fuzzy robust regression and its application to insurance. *Mathematical and Computational Applications*, 17(3), 223-234.
- [8] Yimnak, K. and Piampholphan, K. 2021. A Comparison of MM-estimation and Fuzzy Robust Regression for Multiple Regression Model with Outliers. *Thailand Statistician*, 19(2), 411-419.
- [9] Ross, T.J. 2010. Fuzzy logic with engineering applications. 3rd ed, John Wiley & Sons.
- [10] Pandurangan, A. and Varadharajan, R. 2011. CONSTRUCTION OF α - CUT FUZZY $\bar{X}$ –

- $\tilde{R}$ AND $\tilde{X}$ – $\tilde{S}$ CONTROL CHARTS USING FUZZY TRAPEZOIDAL NUMBER. *IJRRAS*, 9(1), 100-111.
- [11] Kutner, M.H., Nachtsheim, C.J. and Neter, J. 20005. Applied Linear Statistical Models. 5th ed, The McGraw-Hill Companies.
- [12] Chakravarty, S., Demirhan, H. and Baser, F. 2020. Fuzzy regression functions with a noise cluster and the impact of outliers on mainstream machine learning methods in the regression setting. *Applied Soft Computing Journal*, 96, 1-17.
- [13] สถานีอุตุนิยมวิทยาภาคเหนือ สถานีอุตุนิยมวิทยาพิษณุโลก. 2564. ข้อมูลอุตุนิยมวิทย, แหล่งข้อมูล: <https://drive.google.com/drive/folders/1pJrH1I9RoJOzPaWGrr92w9e7Y2YLHxWp>. ค้นเมื่อวันที่ 29 กันยายน 2564.
- [14] กรมอุตุนิยมวิทยา. 2564. หนังสืออุตุนิยมวิทยา, แหล่งข้อมูล: <https://tmd.go.th/info/info.php?FileID=53>. ค้นเมื่อวันที่ 29 กันยายน 2564.
- [15] Han, J., Kamber, M. and Pei, J. 2012. Range, Quartiles, and Interquartile Range, Available at: <https://www.sciencedirect.com/topics/computer-science/interquartile-range>, September 29, 2021.
- [16] ยุพกรณ์ อารีพงษ์. 2545. การเลือกเทคนิคการพยากรณ์สำหรับงานวิจัย. *สุทธิปริทัศน์*, 16(49), 58-67. [Yupaporn Areepon. 2002. Selection of forecasting techniques for research. *SUDDHIPARITAD*, 16(49) 58-67. (in Thai)]