

การทำนายปริมาณน้ำระบายที่เหมาะสมสำหรับพื้นที่การเกษตร
ของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนด้วยตัวแบบเกรย์
Predicting the Suitable Amount of Water Drainage for Agriculture
Area of Kwai Noi Bamrung Dan Dam by Using Grey Model

เฉลิมชัย ภูริพัฒน์¹ อนามัย นาอุดม^{1*} และ จรัสศรี รุ่งรัตนอุบล²

Chalermchai Puripat¹ Anamai Na-udom^{1*} and Jaratsri Rungrattanaubol²

¹ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

²ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

¹Department of Mathematics, Faculty of Science, Naresuan University

²Department of Computer Science and Information Technology, Faculty of Science, Naresuan University
วันที่ส่งบทความ : 29 ธันวาคม 2564 วันที่แก้ไขบทความ : 21 กรกฎาคม 2565 วันที่ตอบรับบทความ : 31 พฤษภาคม 2566

Received: 29 December 2021, Revised: 21 July 2022, Accepted: 31 May 2023

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาตัวแบบเกรย์สำหรับทำนายปริมาณน้ำระบายที่เหมาะสมสำหรับการเกษตร โดยเลือกใช้ตัวแบบการทำนาย 3 ตัวแบบ ประกอบด้วย GM(1,1), GM(2,1) และ grey Verhulst เริ่มจากการนำข้อมูลปริมาณน้ำระบายของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนมาสร้างกราฟ เพื่อสังเกตแนวโน้มแต่ละปี ที่มีการระบายน้ำโดยเฉพาะฤดูการเพาะปลูก ผู้วิจัยมีการเก็บข้อมูลปริมาณน้ำระบายเฉลี่ยรายเดือนของปี พ.ศ. 2556 – 2563 เพื่อนำข้อมูลที่คำนวณได้ไปใช้ในการเปรียบเทียบตัวแบบทำนายซึ่งประกอบด้วย ค่าเฉลี่ยของร้อยละความผิดพลาดสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percentage Error: MAPE) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error: MSE) โดยค่าน้อยที่สุดจะมีความแม่นยำมากที่สุด จากการศึกษาพบว่าตัวแบบเกรย์ GM(2,1) ให้ค่า MAPE และค่า MSE มีความแม่นยำมากที่สุด รองลงมาคือตัวแบบเกรย์ GM(1,1) และตัวแบบเกรย์ grey Verhulst ตามลำดับ ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่าควรเลือกใช้ตัวแบบเกรย์ GM(2,1) เป็นตัวแบบทำนายปริมาณน้ำระบายที่เหมาะสมสำหรับพื้นที่การเกษตรของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดน นอกจากนี้ยังพบว่าหากต้องการเพิ่มความแม่นยำในการทำนายให้สูงขึ้น ควรมีการพิจารณาปัจจัยอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องเพิ่มเติม เช่น ปริมาณน้ำสะสมในเขื่อนและปริมาณน้ำฝนเข้ามาประกอบการพัฒนาตัวแบบการทำนาย

คำสำคัญ : การทำนายปริมาณน้ำระบายที่เหมาะสม ตัวแบบเกรย์ การพัฒนาตัวแบบการทำนาย

*ที่อยู่ติดต่อ E-mail address: anamain@nu.ac.th

Abstract

The objective of this research was to develop a grey model for predicting suitable amount of water drainage for agriculture area under the Khwai Noi Bamrung Dan Dam. Three prediction grey models were used GM(1,1), GM(2,1) and grey Verhulst. The data used in the study were the drainage data of the Khwai Noi Bamrung Dan Dam during the cultivation seasonal of monthly information, during 2013-2020. We started by arranging data on the amount of drainage water of the Khwai Noi Bamrung Dan Dam to create a graph. Then, the computed results were used to compare the predictive models including the Mean Absolute Percentage Error (MAPE) and the Mean Square Error (MSE) which the minimal value is considered as the most accurate model. The results of the study showed that the GM(2,1) model was the most accurate model, followed by GM(1,1) and the grey Verhulst model, respectively. Therefore, it can be concluded that the model GM(2,1) should be selected for predicting suitable amount of water drainage for agriculture area under the Khwai Noi Bamrung Dan Dam. It was also found that in order to increase the accuracy of the model, other relevant factors such as the amount of water in the dam and rainfall should be considered to develop the forecasting models.

Keywords: Predicting suitable amount of water drainage, Grey model, Development of forecasting models

1. บทนำ

สภาพทั่วไปของแม่น้ำแควน้อย [1] เป็นลุ่มน้ำสาขาย่อยฝั่งซ้ายของแม่น้ำน่าน มีต้นน้ำอยู่ที่อำเภอชาติตระการ จังหวัดพิษณุโลก ไหลผ่านอำเภอดันโบลี บรรจบแม่น้ำน่านที่อำเภอพรมพิราม จังหวัดพิษณุโลก สภาพพื้นที่ตอนล่างของแม่น้ำแควน้อย ประมาณ 200,000 ไร่ เป็นพื้นที่เกษตรกรรมที่ประสบปัญหาน้ำท่วมและขาดแคลนน้ำเป็นประจำทุกปี ประชาชนส่วนใหญ่ร้อยละ 80 เป็นเกษตรกรที่ทำนาได้ครั้งเดียวในฤดูฝน แต่มักได้รับความเสียหายจากปัญหาน้ำท่วม โดยมีพื้นที่ประมาณ 75,000 ไร่ ในเขตอำเภอดันโบลี อำเภอดันโบลี อำเภอพรมพิราม และอำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก รวมถึงจังหวัดพิจิตร และจังหวัดนครสวรรค์ ในบางส่วน เช่น อำเภอเก้าเลี้ยว ต่อมากรมชลประทานได้ดำเนินโครงการก่อสร้างเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนขึ้นมาในจังหวัดพิษณุโลก โดยมีวัตถุประสงค์หลัก คือ กักเก็บและระบายน้ำเพื่อใช้ในการเพาะปลูกสำหรับพื้นที่เพาะปลูกในลุ่มน้ำแควน้อย และการป้องกันปัญหาอุทกภัยบริเวณพื้นที่ลุ่มน้ำแควน้อยตอนล่าง โดยปริมาณการระบายน้ำของเขื่อนเป็นไปตามแผนการเพาะปลูกของเกษตรกรที่สอดคล้องกับปริมาณน้ำในการเพาะปลูกตามฤดูกาล ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องมีการพิจารณาปริมาณน้ำที่ระบายออกให้มีความเหมาะสมเพื่อใช้ในการเพาะปลูก และการป้องกันปัญหาอุทกภัย [2]

จากงานวิจัยพบว่าการนำตัวแบบเกรย์ (Grey model) เข้ามาใช้เพื่อช่วยพัฒนาหรือปรับปรุงตัวแบบการทำนายปริมาณน้ำที่เหมาะสมสำหรับการเกษตรของพื้นที่ระบายน้ำของเขื่อนในรูปแบบที่

หลากหลาย เช่น อติศักดิ์ พงษ์กุลผลศักดิ์ และคณะ [3] ได้มีการประยุกต์ใช้ตัวแบบเกรย์ GM(1,1) เพื่อทำนายต้นทุนน้ำที่เกษตรกรมีการใช้น้ำในพื้นที่เพาะปลูก สำหรับกำหนดปริมาณน้ำที่ระบายน้ำออกจากเขื่อนให้มีความพอดีกับการเพาะปลูกในแต่ละฤดูกาล การทำไร่นา และทำสวน การนำตัวแบบเกรย์มาทำนายต้นทุนน้ำของเกษตรกร โดยนำผลที่มีค่า MAPE น้อยที่สุด สำหรับใช้ในการจัดสรรน้ำให้เหมาะสม และการระบายน้ำตามความจำเป็นของพืชที่ปลูกในแต่ละชนิด He และ Toa [4] ได้ใช้ตัวแบบเกรย์ GM(2,1) สำหรับศึกษาการคาดการณ์ปริมาณน้ำเป็นพื้นฐานสำหรับการวางแผน เพื่อใช้ในการจัดการทรัพยากรน้ำ อันเนื่องมาจากสภาพปัจจุบันของแหล่งน้ำในห้วยอันมีการใช้น้ำปริมาณมาก จึงมีการควบคุมปริมาณน้ำทั้งหมดอย่างเข้มงวดและประหยัดน้ำ ซึ่งมีการทดสอบเพื่อสร้างตัวแบบเกรย์ที่ดีขึ้นจากปัจจัยให้มีประสิทธิภาพของการใช้น้ำเพื่อทำนายปริมาณการใช้น้ำในห้วยอัน Shen และคณะ [5] มีการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับความเค็มของน้ำใต้ดินของในเขตเฉิงอัน เมืองหนานตัน ประเทศจีน ตั้งแต่ปี 2010 ถึง 2015 และได้ทำการศึกษาความลึกที่แท้จริง โดยตัวแบบเกรย์ GM(1,N) ถูกสร้างขึ้นเพื่อการวิเคราะห์ระดับน้ำบาดาล ปริมาณการสูบน้ำจริง ปริมาณน้ำฝนในภูมิภาค และปัจจัยที่เกี่ยวข้องอื่น ๆ ตัวแบบเกรย์ GM(1,1) ถูกใช้เพื่อจำลองพื้นที่ และผลการทดสอบโดยเปรียบเทียบค่า MAPE น้อยที่สุดของทั้งสองตัวแบบพบว่าตัวแบบเกรย์ GM(1,N) เมื่อพิจารณาปัจจัยต่าง ๆ มีความใกล้เคียงกับค่าจริงของการปรับข้อมูลสมบูรณ์และให้ค่าความแม่นยำในตัวแบบที่สูงขึ้นด้วย Puripat และ Sarikavanij [6] ได้มีการพัฒนาตัวแบบเกรย์ GM(1,1) และตัวแบบเกรย์เวอร์เฮิร์ท (grey Verhulst model: GVM) มาทำนายเปรียบเทียบข้อมูลปริมาณน้ำฝนกับปริมาณน้ำในเขื่อนของประเทศไทยระหว่างปี ค.ศ. 2005 - 2015 โดยใช้ค่า MAPE น้อยที่สุด พบว่ามีผลการทำนายตัวแบบเกรย์เวอร์เฮิร์ทได้ดีที่สุด เหมาะสมสำหรับใช้ทำนายผลในอนาคตโดยใช้ตัวแบบเกรย์ที่พัฒนาแล้วจะสามารถทำนายได้แม่นยำ แต่ฝนตกมาอาจจะแปรผันตามปริมาณน้ำในเขื่อนของประเทศไทยแล้ว ตัวแบบนี้สามารถนำไปใช้ในสถานที่อื่นที่ใกล้เคียงกัน เพื่อเป็นประโยชน์ในการทำนาย Davis และคณะ [7] การศึกษาการทำนายปริมาณน้ำฝนตั้งแต่ปี ค.ศ. 2017 - 2024 แบบจำลองการทำนายสี่เทา GM (1,1) และแบบจำลอง Verhulst สี่เทา (GVM) ใช้ค่า MAPE น้อยที่สุดเปรียบเทียบแม่นยำ มาใช้ในการจัดการทรัพยากรน้ำกับด้านการเกษตรยั่งยืน การวิเคราะห์และทำนายข้อมูลปริมาณน้ำฝนที่เป็นองค์ประกอบหลักสำหรับการแก้ไขเพื่อรองรับปรากฏการณ์เหล่านี้ ทำให้มีการคาดการณ์ความแปรปรวนของปริมาณน้ำฝนของประเทศกาน่า ระหว่างปี ค.ศ. 2017 - 2024 เพื่อใช้ตัวแบบคาดการณ์ปริมาณน้ำฝน

จากการศึกษาทำให้ผู้วิจัยมีแนวคิดที่จะประยุกต์ใช้ตัวแบบเกรย์ GM(1,1), GM(2,1) และตัวแบบเกรย์เวอร์เฮิร์ท เพื่อการทำนายปริมาณน้ำโดยการทดสอบหาความแม่นยำของสามตัวแบบมาเปรียบเทียบจากค่าเฉลี่ยของร้อยละความผิดพลาดสัมบูรณ์ (MAPE) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) เป็นการหาตัวแบบที่มีความแม่นยำมากที่สุด จะใช้ตัวแบบที่มีความแม่นยำมากที่สุดมาใช้เป็นตัวแบบทำนายปริมาณน้ำที่เหมาะสมสำหรับการเกษตรในพื้นที่ระบายน้ำของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดน

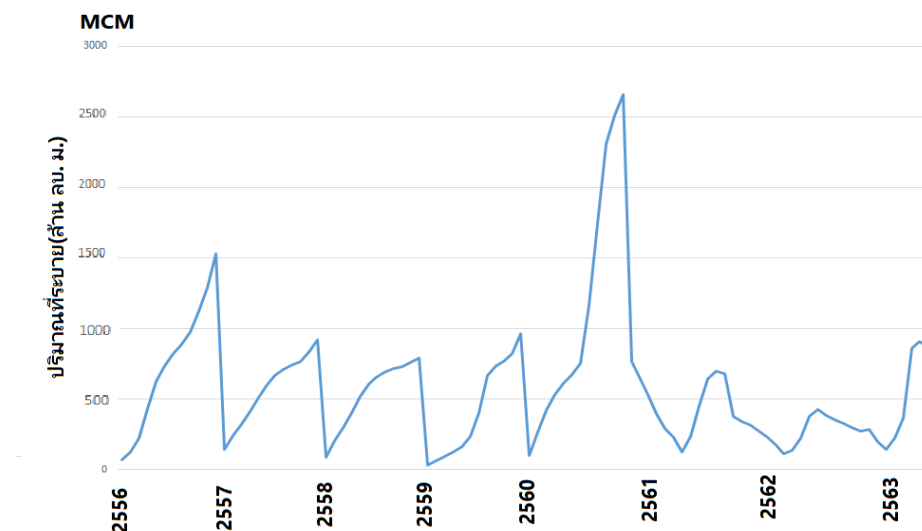
2. การดำเนินวิจัย

2.1 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาปริมาณน้ำที่ระบายออกจากเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนในแต่ละเดือนของน้ำสำหรับพื้นที่การเพาะปลูกของเกษตรกร ซึ่งกำหนดปริมาณน้ำที่ระบายไปยังพื้นที่การเกษตร และการเก็บ

ข้อมูลปริมาณน้ำระบายเฉลี่ยออกมาจะถูกเก็บเป็นตัวอย่างช่วงปี พ.ศ. 2556 – 2563 ในพื้นที่จังหวัด พิษณุโลก พิจิตร และนครสวรรค์ ตอนบน พบว่าในช่วงเวลาที่มีการระบายน้ำมากจะอยู่ในช่วงระหว่าง เดือนสิงหาคม ถึงเดือนธันวาคม ของทุกปี [1] ผู้วิจัยมีการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้ระยะเวลา 8 ปี โดยวิธี สังเกตจากข้อมูลปริมาณน้ำที่ระบายออกมาก่อนแล้วเริ่มการคำนวณตามตัวแบบเกรย์เป็นวิธีการประยุกต์ในการวิเคราะห์ข้อมูลการทางสถิติ สามารถใช้ได้ขนาดตัวอย่างเล็ก หรือตัวอย่างใหญ่ และไม่ว่าข้อมูลจะเป็นไปตามการกระจายแบบเก็บข้อมูลกรมชลประทานก็ตาม การทำนายจะมุ่งเน้นไปที่การคาดการณ์ที่ ความแม่นยำของตัวแบบเกรย์วิธีการปรับสำหรับการดูแลแนวโน้มการใช้ปริมาณน้ำทั้งหมดในช่วงเวลาดังกล่าว เพื่อใช้ในการทำนายปริมาณน้ำที่เหมาะสมจากระบบฐานข้อมูลได้จากกรมชลประทาน [2]

ลักษณะของข้อมูลการระบายน้ำของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนได้นำข้อมูลปริมาณที่ระบายน้ำที่ใช้ทำนายเป็นรายเดือนตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2556 ถึง เดือนธันวาคม พ.ศ. 2563 ซึ่งมีข้อมูลทั้งสิ้น 96 เดือนแสดงดังรูปที่ 1



รูปที่ 1. ปริมาณน้ำที่ระบายเฉลี่ยจากเขื่อนระหว่างปี พ.ศ. 2556 - 2563

จากรูปที่ 1 แสดงแนวโน้มการใช้ น้ำทั้งหมดในช่วงปี พ.ศ. 2556 - 2563 รายเดือนเพื่อใช้กราฟ ประกอบในการสังเกตระดับปริมาณน้ำเฉลี่ยรายเดือนของแต่ละปี การใช้ข้อมูลปริมาณระบายน้ำมาแบ่ง ระดับควอร์ไทล์ (Quartile Level) จะใช้เป็นแนวคิดที่บอกระดับการระบายน้ำแบบควอร์ไทล์ [8] โดยการ เรียงจากน้อยไปหามากของข้อมูลรายเดือนแล้วแบ่งตามตำแหน่งระดับควอร์ไทล์ของช่วงปริมาณการระบาย น้ำเฉลี่ยเดือนที่อยู่ในควอร์ไทล์ที่ 1-4 ของข้อมูลทั้งสิ้น 96 เดือนและแสดงระดับการปริมาณน้ำระบายเขื่อน แควน้อยบำรุงแดน ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1. ปริมาณการระบายน้ำเฉลี่ยรายเดือนตั้งแต่ เดือนมกราคม-ธันวาคม (พ.ศ. 2556 - 2563)

เดือน	ปริมาณน้ำระบายรายเดือน(ล้าน. ลบ.ม.)								การระบายน้ำเฉลี่ยต่อเดือน(ล้าน. ลบ.ม.)
	2556	2557	2558	2559	2560	2561	2562	2563	
มกราคม	413.00	550.00	319.00	695.20	603.15	763.70	376.36	354.41	509.36
กุมภาพันธ์	321.00	440.00	294.00	532.60	501.06	641.13	340.37	324.08	424.28
มีนาคม	253.00	336.00	261.00	381.12	415.09	530.68	312.80	293.84	347.94
เมษายน	198.00	242.00	224.00	272.50	530.53	394.43	274.11	272.50	301.01
พฤษภาคม	123.00	137.00	197.00	290.00	613.14	291.68	230.39	281.24	270.43
มิถุนายน	88.00	77.00	214.00	371.6	673.02	229.34	172.68	195.97	252.70
กรกฎาคม	88.00	99.00	357.00	611.50	753.28	123.85	111.64	142.16	285.80
สิงหาคม	308.00	194.00	305.00	716.80	716.88	232.07	135.92	222.20	353.86
กันยายน	627.00	254.00	714.14	987.55	879.55	453.00	219.80	362.64	562.21
ตุลาคม	739.00	369.00	729.74	935.17	935.78	644.13	378.60	858.40	698.73
พฤศจิกายน	730.00	362.00	759.83	819.12	896.00	696.80	422.47	909.26	699.44
ธันวาคม	642.00	343.00	791.03	791.33	791.33	681.30	384.48	872.03	662.06

การจำแนกระดับปริมาณน้ำระบายตั้งแต่เดือนมกราคม-ธันวาคมของปี พ.ศ. 2556 ถึง 2563 รวบรวมข้อมูลทั้งหมดจะแปลงเป็นข้อมูลปริมาณน้ำระบายเฉลี่ยรายเดือน

จากตารางที่ 2 แสดงการแบ่งระดับปริมาณน้ำระบายของจำแนกตามตำแหน่งควอร์ไทล์ (มกราคม - ธันวาคม) ของข้อมูลทั้งสิ้น 96 เดือน เป็นเกณฑ์แบบควอร์ไทล์ของการแบ่งระดับปริมาณน้ำระบายเฉลี่ยรายเดือน

ตารางที่ 2. เกณฑ์ระดับควอร์ไทล์ช่วงเวลาปริมาณระบายน้ำ เดือนมกราคม-ธันวาคม (พ.ศ. 2556 - 2563)

ระดับปริมาณน้ำการระบายควอร์ไทล์	ปริมาณน้ำการระบาย(ล้าน. ลบ.ม.)
1	77.00 -253.55
2	253.30-370.30
3	370.35 -679.23
4	679.30- 987.55

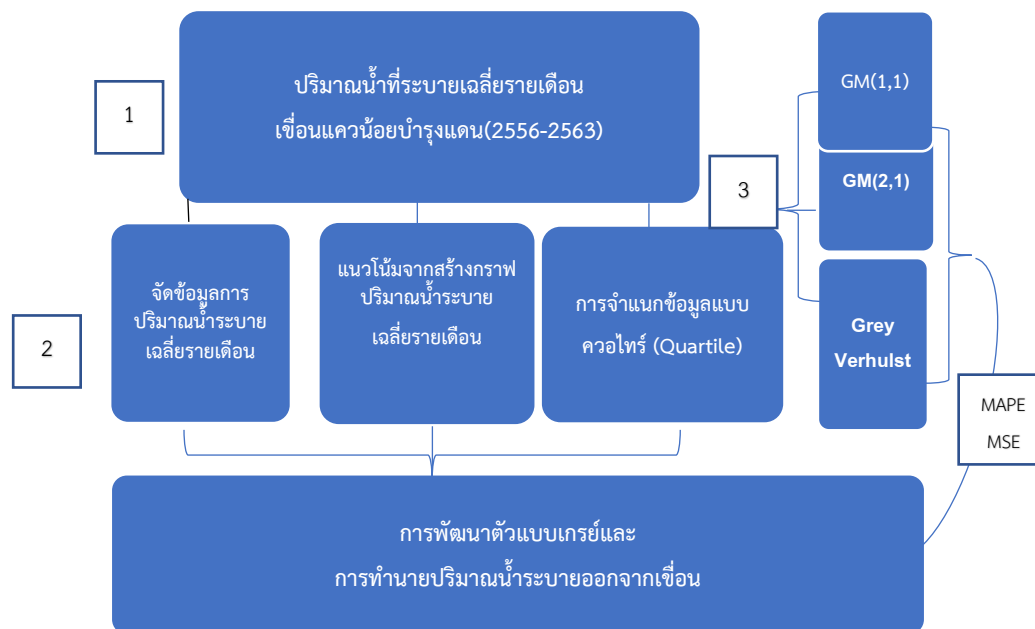
ตัวอย่างการจำแนกระดับปริมาณน้ำระบายแบบควอร์ไทล์เพื่อจะเป็นแนวทางบอกระดับปริมาณน้ำระบายของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนตามระดับปริมาณน้ำระบาย (ล้าน. ลบ.ม.) กับระดับปริมาณน้ำระบายแบบควอร์ไทล์ และแสดงตำแหน่งควอร์ไทล์ของเดือนมกราคม ถึงธันวาคม ในปี พ.ศ. 2560 ตามลำดับแสดงดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3. ตัวอย่างระดับปริมาณการระบายน้ำเฉลี่ยรายเดือนตามระดับควอร์ไทล์ของ ปี พ.ศ. 2560

เดือนที่มี การระบายน้ำ	ปริมาณน้ำที่ระบาย (ล้าน. ลบ.ม.)	ตำแหน่งควอร์ไทล์
มกราคม	603.15	3
กุมภาพันธ์	501.06	3
มีนาคม	415.09	3
เมษายน	530.53	3
พฤษภาคม	613.14	3
มิถุนายน	673.02	3
กรกฎาคม	753.28	4
สิงหาคม	716.88	4
กันยายน	879.55	4
ตุลาคม	935.78	4
พฤศจิกายน	896.00	4
ธันวาคม	791.33	4

2.2 วิธีการดำเนินงานวิจัย

ขั้นตอนการพัฒนาตัวแบบสำหรับการทำนายปริมาณระบายน้ำแสดงไว้ดังรูปที่ 2 โดยมีการเก็บรวบรวมข้อมูลปริมาณน้ำที่ระบายเฉลี่ยรายเดือน เป็นขั้นตอนหนึ่งของกระบวนการรวบรวมข้อมูลปริมาณน้ำระบายของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนของปี พ.ศ. 2556 - 2563 ขั้นตอนสองจัดเรียงข้อมูลแล้วจึงสร้างกราฟสำหรับใช้เป็นข้อสังเกตและดูแนวโน้มการปริมาณน้ำระบายเฉลี่ยรายเดือน นักวิจัยจะใช้ข้อมูลปริมาณน้ำระบายเฉลี่ยรายเดือนมาเป็นข้อมูลทั้งหมด 96 เดือน หลังจากนั้นจึงทำการจำแนกข้อมูลและคำนวณค่าควอไทล์ (Quartile) เพื่อใช้กำหนดปริมาณน้ำ ขั้นตอนที่สามจึงใช้ข้อมูลมาคำนวณตัวแบบของ GM(1,1), GM(2,1) และเกรย์เวอร์ไฮส์ จะได้ค่าการปริมาณน้ำระบายเฉลี่ยรายเดือนของที่มีตัวแบบที่คำนวณการทำนายปริมาณน้ำระบายออกของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนจะบอกความแม่นยำที่แตกต่างกันตามค่าของ MAPE และ MSE ของแต่ละตัวแบบและเป็นแนวทางการพัฒนาตัวแบบเกรย์และและวิธีการที่จะใช้ในการทำนายข้อมูลปริมาณน้ำระบายของแต่ละเดือน และการพัฒนาตัวแบบเกรย์กับการกำหนดใช้น้ำของเกษตรกรในเพาะปลูกตามฤดูกาลและการใช้น้ำของผู้บริโภค [9]-[10]



รูปที่ 2. แสดงขั้นตอนดำเนินงานวิจัยพัฒนาตัวแบบของการทำนายปริมาณน้ำระบาย

2.3 ตัวแบบเกรย์

ตัวแบบเกรย์สามารถใช้ในการทำนายปรากฏการณ์ จากข้อมูลที่มีจำนวนน้อยเมื่อ n มีค่าเท่ากับ 3 ข้อมูลหรือมากกว่าและข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ได้ ในงานวิจัยนี้ใช้ทำนายปริมาณน้ำระบายเฉลี่ยรายเดือน เพื่อวางแผนการบริหารจัดการน้ำชลประทานของประเทศไทย โดยเริ่มต้นจากกำหนดข้อมูลการปริมาณน้ำระบายของกรมชลประทานมาจัดเรียงตามตัวแปรของ [11]

$$X = (x(1), x(2), \dots, x(k), x(k+1), \dots, x(n))$$

โดยที่

X คือ ปริมาณน้ำระบายเฉลี่ยรายเดือน

$x(k)$ คือ ปริมาณน้ำระบายเฉลี่ยรายเดือน k ข้อมูล

หลังจากนั้นนำค่าของ $x(k)$ แล้วจนถึงค่าที่ $x(k+1)$ ไม่เกินค่า $x(n)$ เมื่อ $k \leq n-1$

นำ $x(k)$ จัดเรียงรูปแบบของ X โดยที่ภายในของลำดับ k ของข้อมูลเริ่มต้นที่จัดเก็บแล้วจัดเรียงเป็น

$$X = (x(1), x(2), \dots, x(k), x(k+1), \dots, x(n))$$

การนำข้อมูลเริ่มต้นจะมาเป็นรูปแบบจำลองของ

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$$

โดยใช้วิธีการคำนวณแบบตัวสะสม (Accumulation generation) จะให้ได้เป็น

$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(2)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$ แล้วนำจัดรูปแบบได้

$$x^{(1)}(k) + ax^{(1)}(k) = b \quad (1)$$

รูปแบบของสมการที่ (1) เรียกว่ารูปแบบเริ่มต้นของการจำลองแบบ GM(1,1) ซึ่งสัญลักษณ์ที่ใช้เป็น GM(1,1) เมื่อเริ่มคำนวณโดยกำหนด $Z^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(2)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$

$Z^{(1)}$ เป็นลำดับคำนวณที่เกิดจาก $X^{(1)}$ โดยวิธีเลือกปรับข้อมูลเฉลี่ยที่อยู่ติดกันแล้วแสดงวิธีคำนวณดังนี้

$$z^{(1)}(k) = \frac{1}{2}(x^{(2)} + x^{(1)}(k-1)), k = 2, 3, \dots, n$$

ค่าที่ตามลำดับ k ใน $z^{(1)}(k)$ นำไปแทนค่าสมการที่ (2)

$$x^{(1)}(k) + az^{(1)} = b \quad (2)$$

2.3.1 ตัวแบบเกรย์ GM(1,1)

กำหนดข้อมูล $X^{(0)}$, $X^{(1)}$, และ $Z^{(1)}$ เราทำเงื่อนไขของหัวข้อของรูปแบบพื้นฐานของตัวแบบ GM(1,1) โดยที่ค่าของ $X^{(0)}$ จะเป็นบวกเพื่อใช้การหาค่าของ $\hat{a} = (a, b)^{(T)}$ เป็นไปตามลำดับของพารามิเตอร์ [11]

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

จากนั้นหาค่า $\hat{a}$ จากสมการ (3) โดยที่ $\hat{a}$ คือการประมาณกำลังสองน้อยที่สุด (Least squares estimate) ของสมการ (2) ตัวแบบเกรย์ GM (1,1) เป็นไปตามขั้นตอนดังนี้

$$\hat{a} = (a, b)^{(T)} = (B^{(T)}B)^{(-1)}B^{(T)}Y. \quad (3)$$

จากผลการคำนวณจะได้เป็น $\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ นำไปแทนสมการอนุพันธ์รูปแบบของฟังก์ชันตอบสนองเวลา (Time response function) ของตัวแบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (Ordinary Differential Equation: ODE) ดังสมการที่ (4)

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax = b \quad (4)$$

$$x^{(1)}(t) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-at} + \frac{b}{a} \quad (5)$$

จากสมการ (5) มีอัตราการเปลี่ยนเวลา (t) ตามลำดับของตัวแบบจำลอง GM(1,1) ในสมการที่ (2) จะได้รับการทำนายเป็นดังสมการที่ (6)

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}, k = 2, 3, \dots, n \quad (6)$$

2.3.2 ตัวแบบเกรย์ GM(2,1)

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองเกรย์ มักจะใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด แล้วนำผลลัพธ์ความแม่นยำมาไว้ในสมการตัวแบบเกรย์ ซึ่งหากใช้วิธีนี้จะได้รับเฉพาะวิธีแก้ปัญหโดยประมาณ และอาจไม่ใช่วิธีที่ดีที่สุด ดังนั้นจึงพิจารณาจากสมการเชิงอนุพันธ์ของตัวแบบเกรย์ GM(2, 1) จะทำให้ได้สมการอนุพันธ์อันดับที่ 2 ดังสมการที่ (7)

$$\frac{d^2x^{(1)}}{dt^2} + a_1 \frac{dx^{(1)}}{dt} + a_2 x^{(1)} = b \quad (7)$$

กำหนดข้อมูล $X^{(0)}$, $X^{(1)}$, และ $Z^{(1)}$ เราทำเงื่อนไขของหัวข้อ ของรูปแบบพื้นฐานของตัวแบบเกรย์ GM(1,1) โดยที่ค่าของ $X^{(0)}$ เพื่อจะใช้การหาค่าของลำดับการประมาณกำลังสองน้อยที่สุดของสมการต่อไป

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -x^{(0)}(2)-z^{(1)}(2) & 1 \\ -x^{(0)}(3)-z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -x^{(0)}(n)-z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

แล้วนำคำนวณหาค่าของ $\hat{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y$ จากสมการที่ (7) สมการหาค่าของ λ_1, λ_2

ปัญหาค่าเริ่มต้น (Initial Value Problems: IVP) คำนวณได้จาก $\lambda_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2}$ ภายใต้ข้อกำหนดของ

$v(0)$ และ $v'(0)$ เป็นค่าเริ่มต้นของระบบ ณ เวลา 0 สามารถแสดงว่าคำตอบของ $x^{(1)}(k)$ คือ $v(0) = x^{(0)}(1)$ และ $v'(0) = x^{(1)}(2) - x^{(1)}(1)$ เราจะสามารถแยกตามกรณี 3 แบบได้ดังนี้

กรณีที่ 1 คำตอบแบบซ้ำ $a_1^2 - 4a_2 = 0; \lambda = \lambda_1 = \lambda_2$ จะใช้ตัวแบบการทำนายดังสมการที่ (8)

$$\hat{x}(k+1) = e^{\lambda k} (C_1 + C_2 k) + \frac{b}{a_2} \quad (8)$$

กรณีที่ 2 คำตอบแบบไม่ซ้ำ (จำนวนจริง) $a_1^2 - 4a_2 > 0; \lambda = \lambda_1 \neq \lambda_2$ จะใช้ตัวแบบการทำนายดังสมการที่ (9)

$$\hat{x}(k+1) = (C_1 e^{\lambda_1 k} + C_2 e^{\lambda_2 k}) + \frac{b}{a_2} \quad (9)$$

กรณีที่ 3 คำตอบแบบไม่ซ้ำ (จำนวนเชิงซ้อน) $a_1^2 - 4a_2 < 0;$

$$\alpha = \frac{-a_1}{2}, \beta = \frac{\sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} \text{ จะใช้ตัวแบบการทำนายดังสมการที่ (10)}$$

$$\hat{x}(k+1) = (C_1 \cos(\beta k) + C_2 \sin(\beta k)) e^{\alpha k} + \frac{b}{a_2}, k = 2, 3, \dots, n \quad (10)$$

$$\text{โดยกำหนดให้ } c_1 = x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}, \text{ และ } c_2 = \frac{\frac{1}{2}(x^{(0)}(3) - x^{(0)}(1)) - a(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})}{\beta}$$

2.3.3 ตัวแบบเกรย์เวอร์เฮท์

ตัวแบบเกรย์เวอร์เฮท์ ถูกนำเสนอเป็นครั้งแรกโดยนักชีววิทยาชาวเยอรมัน ชื่อ ปีแอร์ ฟร็องซัว เวย์ร์เฮท์ (Pierre Francois Verhulst) [9] จุดประสงค์หลักของตัวแบบเกรย์เวอร์เฮท์ คือการจำกัดการพัฒนาทั้งหมดสำหรับระบบจริง และมีประสิทธิภาพในการอธิบายกระบวนการที่เพิ่มขึ้นบางอย่าง เช่น S-curve ซึ่งมีบริเวณความอิ่มตัว ตัวแบบเกรย์เวอร์เฮท์สามารถกำหนดเป็นลำดับการประมาณกำลังสองน้อยที่สุดของสมการความแตกต่างตัวแบบเกรย์ตามของ GM(1,1) มีคำจำกัดความดังนี้

$$\frac{dx^{(1)}}{dx} + ax^{(1)} = b(x^{(1)})^2 \quad (11)$$

สมการผลต่างตัวแบบเกรย์ของสมการ (11) คือ

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b(z^{(1)}(k))^2 \quad (12)$$

จากสมการ (12) จะหาการประมาณกำลังสองน้อยที่สุดของสมการคือ $\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ซึ่งจะหาได้จาก

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & (z^{(1)}(2))^2 \\ -z^{(1)}(3) & (z^{(1)}(3))^2 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & (z^{(1)}(n))^2 \end{bmatrix}$$

การแก้สมการให้แทนค่าลงเข้าไปในสมการตัวแบบเกรย์เวอร์เฮิร์ต [11] คือ

$$x^{(1)}(t) = \frac{ax^{(1)}(0)}{e^{at}[a-bx^{(1)}(0)(1-e^{-at})]}$$

แทนค่าลงในฟังก์ชันตอบสนองเวลาของตัวแบบสมการ (13) เพื่อทำนาย $k + 1$ คือ

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \frac{ax^{(1)}(0)}{bx^{(1)}(0) + (a-bx^{(1)}(0))e^{ak}}, k = 2, 3, \dots, n \quad (13)$$

2.3.4 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบตัวแบบเกรย์

จากหัวข้อ 2.3.1 – 2.3.3 จะเป็นตัวอย่างของคำนวณตัวแบบเกรย์ ของแต่ละวิธีแล้วจะนำมาตรวจสอบความแม่นยำของแต่ละตัวแบบเกรย์ งานวิจัยนี้มีการตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบ GM(1,1), GM(2,1) และเกรย์เวอร์เฮิร์ต โดยใช้ค่าเฉลี่ยของร้อยละความผิดพลาดสัมบูรณ์ (MAPE) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) โดยจะมีการพิจารณาจากการคิดคำนวณผลต่างค่าจริง กับค่าทำนายน้อยที่สุด ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด ซึ่งเป็นค่าที่เหมาะสมกับการใช้ตัวแบบเกรย์สำหรับกำหนดปริมาณน้ำระบายจากเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนที่แม่นยำ และตรวจสอบความแม่นยำของตัวแบบเกรย์ โดยพิจารณาค่าการคำนวณแบบตัวสะสม ของข้อมูล $x_k^{(0)}$ เมื่อเปรียบเทียบกับค่าการทำนายของข้อมูล $\hat{x}^{(1)}(k)$ สำหรับข้อมูลที่ใช้ทำนายคือ ปริมาณการระบายน้ำจากเขื่อนแควน้อยบำรุงแดน โดยใช้ข้อมูลรายเดือนตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2556 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2560 ซึ่งมีข้อมูลทั้งสิ้น 96 เดือน โดยปริมาณการระบายน้ำอ้างอิงจากกรมชลประทาน [5],[7] สำหรับงานวิจัยนี้ได้ทำการเปรียบเทียบความถูกต้องจากวิธีการทำนายตัวแบบเกรย์ทั้ง 3 แบบ โดยพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อนทั้ง 2 แบบดังนี้

1. ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (MAPE) [16] คำนวณจากสมการที่ (14)

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{k=2}^n \left| \frac{(x_k^{(0)} - \hat{x}_k^{(1)}) \times 100}{x_k^{(0)}} \right| \quad (14)$$

2. ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (MSE) [12] คำนวณจากสมการที่ (15)

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{k=2}^n (x_k^{(0)} - \hat{x}_k^{(1)})^2 \quad (15)$$

โดยที่ $x_k^{(0)}$ = ข้อมูลจริงของปริมาณน้ำระบาย เมื่อ $k = 2, 3, \dots, n$
 $\hat{x}_k^{(1)}$ = ข้อมูลการทำนายปริมาณน้ำระบาย เมื่อ $k = 2, 3, \dots, n$

2.4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการทำนายปริมาณน้ำที่ระบาย

การทำนายตัวแบบเกรย์ GM(1,1) จะมีการปรับข้อมูลเริ่มต้นของปริมาณน้ำที่ระบายที่จัดเก็บของพื้นที่ทำการเกษตร เพื่อให้ข้อมูลมีความเหมาะสมในการคำนวณจัดให้ได้ตามลำดับที่เหมาะสม ได้แก่

ลำดับข้อมูลเริ่มต้น $X = (x(1), x(2), \dots, x(k), x(k+1), \dots, x(n))$ แล้วใช้ค่าเฉลี่ยการปริมาณน้ำระบายต่อเดือนมกราคม ถึง ธันวาคม โดยใช้ค่าเริ่มต้นการคำนวณคือ $X = (509.35, 424.28, 347.94, 301.01, 270.43, 252.70, 285.80, 353.86, 562.21, 698.73, 699.44, 662.06)$ หลังจากนั้นจะปรับค่าปริมาณน้ำระบายรายปีแล้วหารด้วย 100 แล้วจะค่าปรับแล้วคือ $X = (5.0935, 4.2428, 3.4794, 3.0101, 2.7043, 2.5270, 2.8580, 3.5386, 5.6221, 6.9873, 6.9944, 6.6206)$ ของการระบายน้ำจากเขื่อนและการปรับพารามิเตอร์ให้เหมาะสมกับวิธีการคำนวณตัวแบบสะสม

จะได้ $X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(2)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$ ในที่สุดแล้วจะได้สมการอยู่ในรูปดังนี้

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(12) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.0935 \\ 4.2428 \\ \vdots \\ 6.6206 \end{bmatrix}$$

การปรับพารามิเตอร์ของข้อมูลที่เสนอมาใช้ในการประมาณกำลังสองน้อยที่สุดของสมการคือ $\hat{a}$ เพื่อคำนวณค่าคาดการณ์ปริมาณน้ำที่ระบายลงพื้นที่เข้าทำการเกษตรแล้วจะได้ผลแสดงดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4. ค่าทำนายตัวแบบเกรย์ GM(1,1), GM(2,1) และเกรย์เวอร์เฮอร์ของปริมาณน้ำเฉลี่ยรายเดือน (ปี พ.ศ. 2556 - 2563)

	GM(1,1)		GM(2,1)		GVM	
ค่าจริง	ค่าทำนาย	ค่าส่วนเหลือ	ค่าทำนาย	ค่าส่วนเหลือ	ค่าทำนาย	ค่าส่วนเหลือ
4.2428	4.2032	0.0396	4.2424	0.00045	4.2320	0.0108
3.4794	3.4469	0.0325	3.4791	0.00031	3.4902	0.0108
3.0101	2.9820	0.0281	3.0099	0.00024	3.0206	0.0105
2.7043	2.6791	0.0253	2.7041	0.00194	2.7151	0.0108
2.5270	2.5034	0.0236	2.5268	0.00017	2.5385	0.0115
2.8580	2.8313	0.0267	2.8578	0.00023	2.8685	0.0105
3.5386	3.5055	0.0330	3.5382	0.00035	3.5494	0.0108
5.6221	5.5696	0.0525	5.6213	0.00084	5.6325	0.0104
6.9873	6.9220	0.0652	6.9859	0.00128	6.9981	0.0108
6.9944	6.9290	0.0653	6.9931	0.00129	7.0042	0.0098
6.6206	6.5588	0.0618	6.6195	0.00118	6.6311	0.0105
MAPE	0.9388		0.1281		0.2798	
MSE	0.0019		0.0001		0.0008	

จากตารางที่ 4 ผลการการทำนายตัวแบบเกรย์ GM(1,1) มีการคำนวณจากตัวแบบสำหรับข้อมูลเริ่มต้นของการระบายน้ำลงพื้นที่ทำการเกษตร ได้แก่ ค่าจริง ค่าทำนาย ค่าส่วนเหลือ จากผลการทำนายสามารถหาค่าการประมาณกำลังสองน้อยที่สุดของตัวแบบเกรย์ GM(1,1) ตามขั้นตอนการคำนวณจะได้เป็น $\hat{a} = \begin{bmatrix} -0.10577 \\ 1.73875 \end{bmatrix}$ นำไปแทนสมการ (4) แล้วจะได้สมการทำนาย คือ

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(1)}(1) + \frac{(-0.10577)}{1.73875} \right) e^{(-0.10577)k} - \frac{(-0.10577)}{1.73875}$$

เกณฑ์การเปรียบเทียบความแม่นยำจากการทำนายจากสมการที่ (14) และสมการที่ (15) หาค่า MAPE เท่ากับ 0.9388 % และค่า MSE เท่ากับ 0.0412 ตามลำดับ

จากตารางที่ 4 ผลการการทำนายตัวแบบเกรย์ GM(2,1) จะมีการคำนวณจากตัวแบบสำหรับข้อมูลเริ่มต้นของการระบายน้ำลงพื้นที่ทำการเกษตร ได้แก่ ค่าจริง ค่าทำนาย ค่าส่วนเหลือ จากค่าทำนายจะหาค่าการประมาณกำลังสองน้อยที่สุดของตัวแบบเกรย์ GM(2,1) ตามขั้นตอนการคำนวณจะได้เป็น

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} -0.5263 \\ 0.08821 \\ -1.7778 \end{bmatrix}$$

ค่าทำนาย คือ

$$\hat{x}(k+1) = (C_1 \cos(\beta k) + C_2 \sin(\beta k))e^{ak} + \frac{-1.7778}{0.08821}$$

จากตารางที่ 4 ผลการการทำนายตัวแบบเกรย์เวอร์เข้าท์จะมีการคำนวณจากตัวแบบสำหรับข้อมูลเริ่มต้นของการระบายน้ำลงพื้นที่ทำการเกษตรได้แก่ ค่าจริง ค่าทำนาย ค่าส่วนเหลือ จากค่าทำนายสามารถหาค่าการประมาณกำลังสองน้อยที่สุดของตัวแบบเกรย์เวอร์เข้าท์ตามขั้นตอนการคำนวณจะได้เป็น $\hat{a} = \begin{bmatrix} -0.7285 \\ -0.0106 \end{bmatrix}$ นำไปแทนสมการ (11) แล้วจะได้สมการค่าทำนาย คือ

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \frac{-0.7285x^{(1)}(0)}{-0.0106x^{(1)}(0) + (-0.7285 + 0.0106x^{(1)}(0))e^{-0.7285k}}$$

เกณฑ์การเปรียบเทียบความแม่นยำการทำนายจากสมการที่ (14), (15) หาค่า MAPE เท่ากับ 0.1281% และค่า MSE เท่ากับ 0.0002 ตามลำดับ

จากรูปที่ 3 แนวทางการเลือกตัวแบบการทำนายของตัวแบบเกรย์ที่จะใช้กำหนดปริมาณน้ำระบายของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนที่เหมาะสมกับการเพาะปลูกเกษตรกรและผู้บริโภค



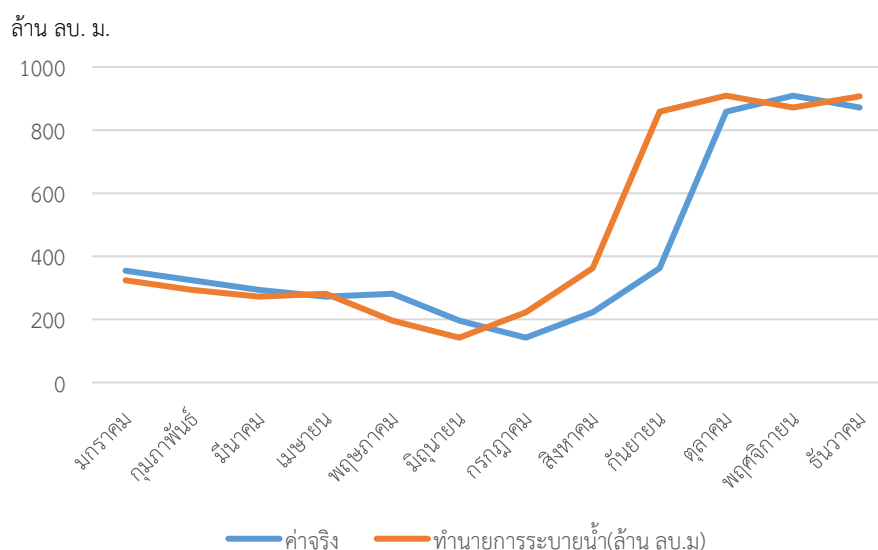
รูปที่ 3. กราฟเปรียบเทียบการคำนวณค่าจริงกับค่าการทำนายของตัวแบบเกรย์ GM(1,1) GM(2,1) และเกรย์เวอร์เข้าท์

ตัวอย่างค่าการทำนายปริมาณน้ำระบายช่วงเดือนของปี พ.ศ. 2564 แสดงดังตารางที่ 5 ปริมาณน้ำที่ระบายเฉพาะช่วงเดือนที่เหมาะสมกับเพาะปลูกของปี พ.ศ. 2564 ที่นำตัวแบบเกรย์ GM(2,1) มาใช้ในการทำนายได้ดีที่สุด ผลการวิจัยพบว่าสามารถทำนายปริมาณน้ำที่จะระบายเหมาะสมตั้งแต่ เดือนสิงหาคม-เดือนธันวาคม (ล้านลูกบาศก์เมตรต่อเดือน) ดังนี้ คือ 222.20, 362.64, 858.40, 909.26 และ 872.03 ทำให้ทราบช่วงของการทำนายมีความแม่นยำ การจัดการข้อมูลอาจจะมีการเปรียบเทียบค่าจริงกับค่าการทำนายในช่วง 5 เดือนที่มีปริมาณน้ำระบายมากขึ้นเป็นประจำในฤดูกาลการเพาะปลูก

ตารางที่ 5. ตัวอย่างค่าการทำนายปริมาณน้ำที่ระบายเฉลี่ยรายเดือนของปี พ.ศ. 2564

รายเดือนของปี 2564	ค่าจริง	ค่าทำนายการระบายน้ำ (ล้าน ลบ.ม)	ค่าทำนายตำแหน่งควอไทล์
มกราคม	354.41	324.08	3
กุมภาพันธ์	324.08	293.84	3
มีนาคม	293.84	272.50	3
เมษายน	272.50	281.24	3
พฤษภาคม	281.24	195.97	1
มิถุนายน	195.97	142.16	1
กรกฎาคม	142.16	222.20	1
สิงหาคม	222.20	362.64	3
กันยายน	362.64	858.40	4
ตุลาคม	858.40	909.26	4
พฤศจิกายน	909.26	872.03	4
ธันวาคม	872.03	907.07	4

จากรูปที่ 4 เพื่อให้เป็นแนวในการกำหนดปริมาณน้ำระบายของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนที่เหมาะสมกับการเพาะปลูกเกษตรกรรมในพื้นที่ของเขื่อนนำค่าการคำนวณจากตัวแบบเกรย์ GM(2,1) มาใช้ในการสร้างกราฟเปรียบเทียบ โดยดูจากข้อสังเกตในการบริหารจัดการปริมาณน้ำที่เหมาะสมสำหรับการระบายน้ำจากเขื่อนเพิ่มขึ้นในช่วงปลายปีแล้วจะลดลงเมื่อมาถึงเดือนมกราคมของทุกปี



รูปที่ 4. การเปรียบเทียบค่าจริงกับค่าการทำนายของปริมาณน้ำระบายรายเดือนของปี พ.ศ. 2564

3. ผลการทดลองและวิจารณ์

สรุปผลการหาตัวแบบเกรย์ที่เหมาะสมจากทั้ง 3 วิธี ผลการศึกษาพบว่าตัวแบบเกรย์ GM(1,1) GM(2,1) และ grey Verhulst Model แสดงจากตารางที่ 4 ผลการเปรียบเทียบสรุปดังนี้โดยพิจารณาจากค่า MAPE และ MSE พบว่าตัวแบบเกรย์ GM(2,1) ให้ค่า MAPE ที่ดีที่สุดเท่ากับ 0.1281 % และให้ค่า MSE ที่ดีที่สุดเท่ากับ 0.0001 เมื่อพิจารณาจากข้อมูลที่ใช้ในการทำนายคือ ปริมาณการระบายน้ำในเขื่อนแควน้อยบำรุงแดน โดยใช้ข้อมูลรายเดือนตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2556 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2563 ซึ่งมีข้อมูลทั้งสิ้น 96 เดือนนั้น แสดงเป็นอนุกรมตามปริมาณน้ำที่ระบายเฉลี่ยเดือน โดยที่ใช้เพียงทดสอบตัวแบบเกรย์ที่เหมาะสมกับตัวแบบการทำนาย สามารถกำหนดข้อมูลปริมาณน้ำที่ระบายจากเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนอ้างอิงข้อมูลจากกรมชลประทานการทดสอบโดยการคำนวณตัวแบบ เพื่อทำนายปริมาณน้ำที่ระบายลงพื้นที่ทำการเกษตรช่วงฤดูเพาะปลูก และหาค่าการทำนายปริมาณน้ำที่ระบายรายเดือน และตำแหน่งควอไทล์มาบอกระดับน้ำ แล้วนำมาแยกระดับปริมาณน้ำระบายจากเขื่อน ซึ่งใช้เป็นข้อกำหนดของการระบายน้ำออกมาสามารถเปรียบเทียบการแสดงผลการทำนายของฤดูกาลเพาะปลูกพืชที่ผ่านมาจากผลการทำนายค่าตามของตัวแบบเกรย์ทั้ง 3 แบบ พบว่าตัวแบบการทำนายเกรย์ GM(2,1) ให้ค่า MAPE และ MSE ที่ดีและค่าเปรียบเทียบ MAPE และ MSE ในช่วงการทำนายปริมาณน้ำที่ระบายที่เหมาะสมนั้น ยังกำหนดการใช้จริงสำหรับการเพาะปลูกพืชชนิดต่าง ๆ ในการใช้น้ำแต่ละช่วงแต่ละเดือนไม่เท่ากัน ทำให้ต้องการประเมินทุกช่วงเดือน สำหรับอนุกรมเวลาปริมาณน้ำระบายที่เหมาะสมจากรูปแบบที่เหมาะสมที่สุดเมื่อพิจารณาจากให้ค่า GM(2,1) แสดงผลการเปรียบเทียบการทำนายดังตารางที่ 4 การทำนายที่แม่นยำแสดงผลทั้ง 12 เดือนของช่วงเวลาการเพาะปลูกสำหรับปริมาณน้ำระบายของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดน เป็นตัวแบบเกรย์ GM(2,1) ในช่วงกลางฤดูเพาะปลูกจะปริมาณระบายน้ำ คือ 183.58 ล้านลูกบาศก์เมตร กับปลายฤดูเพาะปลูกจะมีปริมาณน้ำระบาย คือ 907.07 ล้านลูกบาศก์เมตร ให้ค่าผลการทำนายที่ดีที่สุดซึ่งเหมาะกับช่วงเวลาการเพาะปลูกกับปริมาณน้ำระบายของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดน

4. สรุปผลการทดลอง

การคำนวณตัวแบบเกรย์ GM(2,1) ได้ผลการทำนายที่แม่นยำที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับตัวแบบเกรย์อีก 2 ตัวแบบ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกตัวแบบเกรย์ GM(2,1) สำหรับการใช้เป็นตัวแบบเกรย์ในการทำนายปริมาณน้ำระบายจากเขื่อน ผลการคำนวณจากตัวแบบเกรย์ GM(2,1) ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2556 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2563 [13] จะเป็นตัวกำหนดการระบายน้ำในเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนของข้อมูลปริมาณระบายน้ำในอนาคต ซึ่งเป็นข้อมูลต้นทุนน้ำดิบ [11] และการทำนายตัวแบบเกรย์ของข้อมูลรายเดือนปริมาณน้ำการระบายน้ำในเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนการตั้งแต่เดือนมกราคม ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2563 แสดงกราฟการเปรียบเทียบของตัวแบบเกรย์ที่ใช้ศึกษาเชิงเปรียบเทียบกับวิธีการทำนายทั้ง 3 วิธี จะนำมาใช้เป็นแนวทางและปรับข้อมูลให้มีความเหมาะสมให้การใช้กับตัวแบบเกรย์ในการทำนายได้ แต่เนื่องจากการพัฒนาตัวแบบเกรย์ GM(2,1) ให้ผลที่แม่นยำที่สุดและมีความซับซ้อน ซึ่งจะคำนวณออกมาในรูปตัวแบบของสมการกำลังสอง (Quadratic equation) เป็นการหาคำตอบแบบไม่ซ้ำ $a_1^2 - 4a_2 < 0$ จึงได้คำตอบเป็นจำนวนเชิงซ้อนที่นำไปแทนค่าสมการ โดยทำนายจากตัวแบบเกรย์ GM(2,1) [14] ที่ใช้ทำนายข้อมูลปริมาณน้ำระบายของเขื่อนแควน้อยบำรุงแดนที่เหมาะสมนั้น สามารถใช้กับการเกษตรในพื้นที่

ได้เชื่อมแควน้อยบำรุงแดน [15] และนอกจากนี้ยังพบว่าหากต้องการเพิ่มความแม่นยำในตัวแบบเกรย์ GM(2,1) มากขึ้น จึงควรมีการพิจารณาเพิ่มปัจจัยอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น ปริมาณน้ำสะสมในเขื่อน และ ปริมาณน้ำฝน สำหรับการพัฒนาตัวแบบเกรย์ที่เหมาะสมเข้ามาประกอบในการทำวิจัยครั้งต่อไป

เอกสารอ้างอิง (References)

- [1] สำนักงานจัดการน้ำภาค 9 กรมทรัพยากรน้ำ. แหล่งข้อมูล : <http://water.dwr.go.th/wro9/index.php/th/>. ค้นเมื่อวันที่ 1 ธันวาคม 2563.
- [2] โครงการส่งน้ำและบำรุงรักษาเขื่อนแควน้อยบำรุงแดน กรมชลประทาน. แหล่งข้อมูล : <http://irrigation.rid.go.th/rid3/th/index.php/khawaenoi>. 2015-2563. ค้นเมื่อวันที่ 2 ธันวาคม 2563.
- [3] อติศักดิ์ พงษ์พูลผลศักดิ์, พงศา พรชัยวิเศษกุล และวัฒนา ชยธวัช. 2558. การวิเคราะห์ต้นทุนน้ำ-ผลประโยชน์ของโครงการชลประทานในประเทศไทย. สำนักงานการวิจัยแห่งชาติ (วช.). [Adisak Pongpoolphonsak, Pongsa Pornchaiwiseskul and Wattana Chayatawat. 2015. Cost-benefit analysis of irrigation projects in Thailand. National Research Council of Thailand (NRCT). (in Thai)]
- [4] He, F. And Tao, T. 2014. *An Improved Coupling Model of Grey-System and Multivariate Linear Regression for Water Consumption Forecasting*, Pol. J. Environ. Stud.;23(4), 1165–1174.
- [5] Chen, C., Du, F., Zhang, L. And Song, H. 2019. *Application of GM(1,N) model in groundwater mineralization in Cheng' and County*, IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science 233 (2019) 042010.
- [6] Puripat, C. And Sarikavanij, S. 2018. *The Comparison of Grey System and the Verhulst Model for Rainfall and Water in Dam Prediction*, Advances in Meteorology of Hindawi journal Volume 2018., Article ID 7169130, <https://doi.org/10.1155/2018/7169130>.
- [7] Peter, D.D., Grace, A. And Qiquan, F. 2019. “Predicting the Rainfall of Ghana Using the Grey Prediction Model GM(1,1) and the Grey Verhulst Mode”, *International Research Journal of Engineering and Technology* (IRJET), 6(8), August 2019.
- [8] ชวลิต ชาลิรักษ์ตระกูล และคุณานนต์ ศรีสุทิวา. 2563. วิธีการผันน้ำเพื่อการชลประทานสำหรับลุ่มน้ำเจ้าพระยาตอนล่างในฤดูแล้ง. การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ, ครั้งที่ 25, ชลบุรี, 2308-2313. [Chavalit Chaleeraktrakoon and Kunanon Srisutiva. 2020. A Water Diversion Procedure to Irrigation for the Lower Chao Phraya Basin in Dry Season, The Proceedings of 25th National Convention on Civil Engineering Conference, Chonburi, 2308-2313. (in Thai)]
- [9] Julong, D. 1982b. *The least parameters controller of decentralized control system*. Acta Aurtomatica Sinica, 1, 49-54.

- [10] Julong, D. 1983a. Grey System theories and measurement futures, *Future and Development*, 3, 20-30.
- [11] Si-Feng, L. And Lin, Y. 2010. Grey Systems Theory and Applications, Springer.
- [12] พิรวรรณ หนูเสน, ประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์ และธิดาพร ศุภภากร. 2558. การเปรียบเทียบตัวแบบการพยากรณ์ปริมาณการผลิตน้ำมันดิบในประเทศไทย, *วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี*, 23(3), 377-384. [Pirawan Noosen, Prasit Payakkapong and Thidaporn Supapakorn. 2015. A Comparison of Quantity Production of Petroleum Forecasting Models in Thailand, *Journal of Science and Technology*, 23(3), 377-384. (in Thai)]
- [13] Julong, D., And Qi, D. 1985. On grey and fuzzy decision of lining building of irrigation channels. *System Science and Comprehensive Studies in Agriculture*, 2, 26.
- [14] Kayacan, E., Ulutas, B., And Kaynak, O. 2010. Grey system theory-based models in time series prediction. *Expert Systems with Applications*, 37, 1784.
- [15] Chao-Chin, C., Ho-Hsien, C. and Ching-Hua, T. 1986. Grey prediction fuzzy control for pH processes in the food industry. *Journal of Food Engineering*, 96, 575-582.