

การประยุกต์ใช้การถดถอยลอจิสติกแบบหลิวโดยใช้วิธีบูตสแตรป์เพื่อจำแนก เพศจากกระดูกกระเบนเหน็บของประชากรไทย An Application of Liu Logistic Regression Using the Bootstrap Method for Sex Classification from Sacrum of Thai Population

กานต์ณัฐ งบข้าง^{1*} กมล บุชบา¹ และ ชนากรันต์ แจ้งตระกูล¹

Kannat Na Bangchang¹ Kamon Budsaba¹ and Chanakran Jangtrakul¹

¹สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

¹Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology, Thammasat University

วันที่ส่งบทความ : 25 มีนาคม 2566 วันที่แก้ไขบทความ : 26 มิถุนายน 2566 วันที่ตอบรับบทความ : 30 ตุลาคม 2566

Received: 25 March 2023, Revised: 26 June 2023, Accepted: 30 October 2023

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อใช้จำแนกเพศจากการวัดกระดูกกระเบนเหน็บของประชากรไทย ด้วยวิธีการถดถอยลอจิสติกแบบหลิวโดยใช้วิธีบูตสแตรป์ จากผลการทดลองใช้กระดูกกระเบนเหน็บจำนวน 78 ตัวอย่าง แบ่งเป็นเพศชาย 46 ตัวอย่าง และเพศหญิง 32 ตัวอย่าง โดยข้อมูลมีจำนวนตัวแปรอิสระ 13 ตัวแปร ตัวแปรตอบสนองที่สนใจ คือ เพศ (Sex) และตัวแปรอิสระ ได้แก่ X_1 (ค่าเฉลี่ยของ Midventral straight length) X_2 (ค่าเฉลี่ยของ Midventral curved length) X_3 (ค่าเฉลี่ยของ Ventral straight breadth) X_4 (ค่าเฉลี่ยของ Transverse diameter base) X_5 (ค่าเฉลี่ยของ Transverse base) X_6 (ค่าเฉลี่ยของ AP diameter body s 1) X_7 (Breadth of alae) X_8 (ค่าเฉลี่ยของ Sacral index (%)) X_9 (ค่าเฉลี่ยของ Longitudinal curvature index (%)) X_{10} (ค่าเฉลี่ยของ Corporobasal index (%)) X_{11} (ค่าเฉลี่ยของ S1 index) X_{12} (ค่าเฉลี่ยของ Alea index) และ X_{13} (ค่าเฉลี่ยของ Sacral base index) โดยใช้การทำซ้ำจำนวน 500 รอบ ใช้ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ซริงเกจ D6 และทำการแบ่งชุดข้อมูลเพื่อสร้างตัวแบบทั้งหมด 3 กรณี ได้แก่ อัตราส่วน 60:40 อัตราส่วน 70:30 และอัตราส่วน 80:20 ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้วัดประสิทธิภาพของตัวแบบ คือ คะแนน F1 ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ตารางเมตริกซ์สับสน ผลการวิจัยพบว่า การแบ่งข้อมูลในอัตราส่วน 70:30 และใช้ตัวแบบที่ใช้วัดค่าจากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่า มีค่าคะแนน F1 สูงกว่าตัวแบบอื่น ๆ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 94.74%

คำสำคัญ : การถดถอยลอจิสติกแบบหลิว วิธีบูตสแตรป์ คะแนน F1

*ที่อยู่ติดต่อ E-mail address: Kannat@mathstat.sci.tu.ac.th

Abstract

The purpose of this study aimed to classify the gender from Sacrum of Thai population by Liu Logistic Regression via using Bootstrap method. The results come from the experiment on 78 observations, those contain 46 men and 32 women. There are 13 covariates. The response variable is sex. Those covariates are X_1 (the mean of Midventral straight length), X_2 (the mean of Midventral curved length), X_3 (the mean of Ventral straight breadth), X_4 (the mean of Transverse diameter base), X_5 (the mean of Transverse base), X_6 (the mean of AP diameter body s 1), X_7 (Breadth of alae), X_8 (the mean of Sacral index (%)), X_9 (the mean of Longitudinal curvature index (%)), X_{10} (the mean of Corporobasal index (%)), X_{11} (the mean of S1 index), X_{12} (the mean of Alea index), and X_{13} (the mean of Sacral base index). The iteration is 500. A parameter estimation is shrinkage D6. Data is separated into 3 cases, those cases are 60:40, 70:30 and 80:20. The criteria is to compare the performance of model is F1 Score from the calculation based on confusion matrix. This research found that the 70:30 is the best case from the model on every point of Sacrum. The value yield the highest F1 score when compared to other cases is 94.74%.

Keywords: Liu Logistic Regression, Bootstrap method, F1 score

1. บทนำ

ปัจจุบันการก่อคดีอาชญากรรมในประเทศไทยยังคงเป็นปัญหาสำคัญที่มีแนวโน้มจะขยายตัวและทวีความรุนแรงมากขึ้น เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงทางสังคมที่ไม่หยุดนิ่ง มนุษย์มีความรู้และความสามารถมากขึ้น ทำให้การก่ออาชญากรรมในคดีฆาตกรรมมีความหลากหลายและซับซ้อนมากขึ้นจากในอดีตไม่ว่าจะเป็นการทำให้ศพมีสภาพที่เปลี่ยนแปลงไปหรือแม้แต่การอำพรางศพในคดีต่าง ๆ ทำให้ยากต่อการสืบสวนคดีว่าศพที่ถูกฆาตกรรมนั้นเป็นของผู้ใดและเสียชีวิตเนื่องจากสาเหตุใด ด้วยเหตุนี้จึงได้มีการนำนิติมานุษยวิทยา (Forensic anthropology) มาประยุกต์ใช้เมื่อมีการค้นพบโครงกระดูกที่ต้องสงสัยในสถานที่เกิดเหตุ ซึ่งการระบุเพศถือว่าเป็นขั้นตอนแรกในการสืบสวนคดี [1] โดยการระบุเพศนั้นนักมานุษยวิทยาจะตรวจสอบได้โดยการใช้วิธีชีววิทยาระดับโมเลกุล ด้วยการตรวจหาโครโมโซมเพศ ซึ่งเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมเพื่อใช้ในการระบุเพศของสิ่งมีชีวิตรวมถึงมนุษย์ แต่เนื่องจากวิธีการนี้ต้องอาศัยผู้เชี่ยวชาญในการตรวจพิสูจน์ ประกอบกับต้องอาศัยเครื่องมือและอุปกรณ์ที่มีราคาสูง รวมทั้งขั้นตอนในการตรวจพิสูจน์ต้องใช้เวลานาน จึงไม่สามารถนำมาเป็นข้อมูลเบื้องต้นในการสืบสวนคดีได้ทันท่วงที ดังนั้นจึงได้มีการนำความรู้ทางมานุษยวิทยาและสรีรวิทยามาประยุกต์ใช้เข้าด้วยกัน เพื่อช่วยในการพิสูจน์เอกลักษณ์บุคคลเพื่อระบุเพศจากชิ้นส่วนโครงกระดูกที่พบในสถานที่เกิดเหตุ โดยใช้หลักการสังเกตลักษณะจำเพาะของกระดูกประกอบ

กับการวัดขนาดของกระดูกแต่ละชิ้น ซึ่งชิ้นส่วนของโครงกระดูกที่นำมาใช้จะต้องสามารถระบุเพศได้และมีความน่าเชื่อถือ อย่างไรก็ตามในบางสถานที่เกิดเหตุอาจไม่สามารถตรวจพบชิ้นส่วนโครงกระดูกที่ครบถ้วนและสมบูรณ์ จึงจำเป็นต้องใช้ชิ้นส่วนกระดูกบริเวณอื่นของร่างกายมาทดแทนส่วนที่ขาด เพื่อนำมาระบุเพศของโครงกระดูกที่พบในสถานที่เกิดเหตุ ทั้งนี้ในบางกรณีการระบุเพศอาจเกิดความผิดพลาดได้ เนื่องจากลักษณะทางกายภาพของกระดูกที่มีความแตกต่างระหว่างกลุ่มประชากรในแต่ละชาติพันธุ์ [2]

งานวิจัยนี้ได้นำวิธีการวิเคราะห์การถดถอยลอจิสติกมาใช้ในการถดถอยลอจิสติกแบบทวิภาค (Binary logistic regression) มาใช้ในการวิเคราะห์งานวิจัย ซึ่งตัวแปรตามของการศึกษาคือเพศโดยกำหนดให้ 0 แทนเพศหญิง และ 1 แทนเพศชาย โดยมีตัวแปรตาม คือ ค่าเฉลี่ยความยาวจากการวัดกระดูกกระเบนเหน็บและค่าดัชนีของค่าเฉลี่ยงาน โดยทำการศึกษากะดูกกระเบนเหน็บทั้งหมด 6 ตำแหน่ง ซึ่งเป็นชิ้นส่วนกระดูกที่แข็งแรงและเชื่อมต่อกับกระดูกเชิงกรานที่มีความเกี่ยวข้องกับระบบสืบพันธุ์ที่สามารถแยกความแตกต่างระหว่างเพศชายและเพศหญิงได้ โดยจะนำการประยุกต์ใช้การถดถอยลอจิสติกแบบทวิภาคโดยใช้วิธีบูตสแตรป์ (Liu logistic regression by using the bootstrap method) เพื่อจำแนกเพศจากกระดูกกระเบนเหน็บของประชากรไทย โดยมีงานวิจัยและทฤษฎีที่มีความเกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ ซึ่งทางคณะผู้วิจัยจะนำมากล่าวถึงเพื่อชี้ให้เห็นถึงความสำคัญ ดังมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

การวิเคราะห์การถดถอยลอจิสติกเป็นการวิเคราะห์การถดถอยที่ตัวแปรตามเป็นตัวแปรเชิงคุณภาพ โดยจะแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ การวิเคราะห์การถดถอยลอจิสติกแบบทวิภาค (Binary logistic regression analysis) คือ การวิเคราะห์การถดถอยที่ตัวแปรตามมี 2 ค่า คือ 0 กับ 1 และการวิเคราะห์การถดถอยลอจิสติกพหุกลุ่ม (Multinomial logistic regression analysis) เป็นการวิเคราะห์การถดถอยลอจิสติกที่ตัวแปรตามมีค่ามากกว่า 2 กลุ่ม [3]-[5]

ตัวประมาณแบบหลิวถูกเสนอขึ้นเป็นครั้งแรกโดย Liu ในปี ค.ศ. 1993 เพื่อแก้ไขปัญหาพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระสำหรับตัวแบบการถดถอยเชิงเส้น ซึ่งส่งผลให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยนั้นได้ตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพลดลง [6] โดยตัวประมาณแบบหลิวนี้เกิดจากการนำตัวประมาณแบบบริดจ์และตัวประมาณแบบไฮตันมารวมเข้าด้วยกัน และต่อมาในปี ค.ศ. 2008 Urgan และ Tez [6]-[7] ได้นำแนวคิดของ Liu มาปรับใช้เพื่อสร้างตัวประมาณแบบหลิวสำหรับตัวแบบการถดถอยลอจิสติกเมื่อเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยมีรูปแบบดังสมการ (1)

$$\hat{\beta}_{LE} = (X'WX + I)^{-1}(X'WX + dI)\hat{\beta}_{ML} \quad (1)$$

โดยที่ X คือ เมตริกซ์ของตัวแปรอิสระที่มีขนาด $n \times (p+1)$, W คือ เมตริกซ์ทแยงมุมที่มีขนาด $n \times n$ ซึ่งมีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมเป็น $\hat{\pi}_i(1-\hat{\pi}_i); i=1,2,...,n$ เมื่อ $\hat{\pi}_i$ คือ $\hat{\pi}_i = \frac{e^{X_i\beta_i}}{1+e^{X_i\beta_i}}$ และ d คือ ค่าพารามิเตอร์ซริงค์เกจ (Shrinkage parameter) มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ส่วน $\hat{\beta}_{ML}$ คือ ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood estimator)

เทคนิคการบูตสแตรป์ (Bootstrap) เป็นวิธีการสร้างตัวอย่างชุดใหม่ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างเก่าที่มีเพียงชุดเดียว โดยทำการสุ่มตัวอย่างแบบคืนที่ (Resampling with replacement) วิธีการนี้ถูกเสนอชื่อโดย Efron ในปี ค.ศ. 1979 [8]-[9]

ความแม่นยำของการกำหนดหาเพศของบุคคลโดยกระดูกกระเบนเหน็บ จากงานวิจัยของภัสราพร และวรรัช [10] มีจุดประสงค์เพื่อใช้การวัดหลากหลายของกระดูกกระเบนเหน็บครบสมบูรณ์ เพื่อประเมินความแม่นยำของการระบุเพศของบุคคล โดยทำการสุ่มและคละตัวอย่างเพศชาย 25 ชิ้น และเพศหญิง 25 ชิ้นของประชากรไทย พิสัยความกว้างของกระดูกกระเบนเหน็บ (Sacral Width: SW) ความกว้างส่วนลำตัวแนวตั้งของกระดูกกระเบนเหน็บชิ้นที่ 1 (Vertical Body of first Sacrum: VBS1) ความกว้างส่วนลำตัวแนวราบของกระดูกกระเบนเหน็บชิ้นที่ 1 (Horizontal Body of first Sacrum: HBS1) และความกว้างของฐานปีกขวา (Right of Wing Base Width: RWB) ระหว่างผู้ชายและผู้หญิงแยกออกกันอย่างชัดเจน โดยจะทำการวัดกระดูกกระเบนเหน็บที่สมบูรณ์ไม่แตกหักจากประชากรไทยผู้เสียชีวิตของศูนย์วิจัยนิติวิทยากระดูก คณะแพทยศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่จำนวน 240 ชิ้น เป็นเพศชาย 120 ชิ้น และเพศหญิง 120 ชิ้น สุ่มตัวอย่างให้ได้เพศชาย 25 ชิ้น เพศหญิง 25 ชิ้นคละตัวอย่างเข้าด้วยกันก่อนวัด จากนั้นทำการวัดความกว้างส่วนต่าง ๆ ด้วยเวอร์เนียร์ คาลิเปอร์ โดยทำการวัด 3 ครั้งเป็นค่าเฉลี่ยเปรียบเทียบความถูกต้องด้วยการทดสอบไคกำลังสอง (Chi-square test) เพื่อเปรียบเทียบข้อมูลระหว่างกลุ่มพิจารณาว่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ค่า $p < 0.05$ จากผลการวิจัยพบว่าพิสัยความยาวของกระดูกกระเบนเหน็บ (Sacral Height: SH) และความกว้างปีกฐานด้านซ้าย (Left of Wing Base Width: LWB) ระหว่างผู้ชายและผู้หญิงไม่แยกออกจากกันอย่างชัดเจน ขณะที่พิสัยของความกว้างกระดูกกระเบนเหน็บ ความกว้างส่วนลำตัวแนวตั้งของกระดูกกระเบนเหน็บชิ้นที่ 1 ความกว้างส่วนลำตัวแนวราบของกระดูกกระเบนเหน็บชิ้นที่ 1 และความกว้างของฐานปีกขวา ระหว่างผู้ชายและผู้หญิงแยกออกจากกันอย่างชัดเจน ความกว้างของกระดูกกระเบนเหน็บแม่นยำสูงสุทธ้อยละ 76

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงพหุเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ด้วยวิธีการถดถอยบูตสแตรป์แบบบริดจ์ จากงานวิจัยของวรริดา [8] ในปี พ.ศ. 2552 โดยการวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ โดยเปรียบเทียบวิธีการถดถอยแบบบริดจ์และวิธีการถดถอย บูตสแตรป์แบบบริดจ์ เกณฑ์การเปรียบเทียบที่ใช้สำหรับการประมาณค่าแบบจุดคือค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง และสำหรับการประมาณค่าแบบช่วงคือค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น การวิจัยครั้งนี้ได้ทำการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้ กรณีการประมาณค่าแบบจุด พบว่ามากกว่า 97% ของจำนวนสถานการณ์จำลองทั้งหมด วิธีการถดถอยบูตสแตรป์แบบบริดจ์ให้ค่าเฉลี่ยคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยที่สุด โดยค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อระดับความสัมพันธ์ ส่วนเบี่ยงมาตรฐาน และจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มขึ้น และค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและกรณีการประมาณค่าแบบช่วง พบว่าจากจำนวนสถานการณ์จำลองทั้งหมด วิธีการถดถอยแบบบริดจ์ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าที่กำหนดมากกว่าวิธีการถดถอยบูตสแตรป์แบบบริดจ์ และ 66% ของสถานการณ์จำลองทั้งหมดวิธีการถดถอยบูตสแตรป์แบบบริดจ์ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าวิธีการถดถอยแบบบริดจ์

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณการแจกแจงของข้อมูลสมมาตรและไม่สมมาตรด้วยวิธีแจ็คไนฟ์กับวิธีบูตสแตรป์ จากงานวิจัยของกัญญพิชชา [11] โดยการศึกษาวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีประมาณการแจกแจงระหว่างวิธีแจ็คไนฟ์กับวิธีบูตสแตรป์ โดยจะประมาณพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง ทั้งแบบจุดและการประมาณแบบช่วง ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองโดยเทคนิคมอนติคาร์โล โดยใช้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองและความเอนเอียง เป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบการประมาณค่าแบบจุด และสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการประมาณค่าแบบช่วง ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ กรณีการประมาณค่าแบบจุด พบว่า โดยส่วนใหญ่ประมาณ 71.43 % วิธีบูตสแตรป์ จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีแจ็คไนฟ์ และกรณีการประมาณค่าแบบช่วง พบว่า ทุกค่าพารามิเตอร์ในทุก ๆ ลักษณะการแจกแจง วิธีบูตสแตรป์จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีแจ็คไนฟ์

2. วิธีทดลอง

ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาเป็นข้อมูลกระดูกกระเบนเหน็บ จำนวน 78 ตัวอย่าง ที่ทราบเพศ และอายุระหว่าง 18 - 60 ปีบริบูรณ์ โดยแบ่งเป็นเพศชาย จำนวน 46 ตัวอย่าง และเพศหญิง จำนวน 32 ตัวอย่าง โดยมีผู้วัดจำนวน 2 คน จากสถาบันนิติวิทยาศาสตร์ กระทรวงยุติธรรม และคณะแพทยศาสตร์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างมีคุณสมบัติเป็นกระดูกกระเบนเหน็บของผู้ที่มีสัญชาติไทย เชื้อชาติไทยแต่กำเนิด และเป็นกระดูกกระเบนเหน็บที่ร่างกายอยู่ในวัยเจริญเติบโตเต็มที่ มีสภาพสมบูรณ์ไม่แตกหัก โดยข้อมูลมีตัวแปรทั้งหมด 14 ตัวแปร ตัวแปรตอบสอง คือ เพศ กำหนดให้ 0 แทนเพศหญิง และ 1 แทนเพศชาย และมีตัวแปรอิสระจำนวน 13 ตัวแปร โดยเป็นตัวแปรเชิงปริมาณทั้งหมด

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นตอนการเตรียมข้อมูล โดยเริ่มจาก 1) นำข้อมูลมาตรวจสอบเบื้องต้นด้วยสถิติเชิงพรรณนาในการดูภาพรวมของตัวแปรแต่ละตัว และพิจารณาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพื่อทราบข้อมูลเบื้องต้นของตัวแปร 2) นำข้อมูลไปตรวจสอบปัญหาความสัมพันธ์เชิงพหุระหว่างตัวแปรอิสระ (Multicollinearity) โดยใช้โปรแกรม SPSS เวอร์ชัน 26 และ 3) นำข้อมูลไปตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตอบสอง โดยพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สันและ T-Test ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

2. ขั้นตอนการสร้างตัวแบบ โดยเริ่มจาก 1) แบ่งชุดข้อมูลเป็น 2 ส่วนเพื่อสร้างตัวแบบ ส่วนแรกนำไปสร้างตัวแบบการถดถอยลอจิสติกแบบทวิโดยใช้บูตสแตรป์และส่วนที่สองใช้ในการตรวจสอบประสิทธิภาพของตัวแบบ โดยพิจารณาสร้างทั้งหมด 4 ตัวแบบ ได้แก่ (1) ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่า (2) ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (3) ตัวแบบที่ใช้ดัชนีที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ และ (4) ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บที่มีความสัมพันธ์กับเพศด้วยอัตราส่วน 60:40 อัตราส่วน 70:30 และอัตราส่วน 80:20 โดยใช้โปรแกรม Rstudio i386 3.6.2 ในการวิเคราะห์ข้อมูล 2) กำหนดการทำบูตสแตรป์ซ้ำ 500 ครั้ง 3) สร้างตัวแบบการถดถอยลอจิสติกโดยประมาณค่าพารามิเตอร์ ด้วยตัวประมาณแบบทวิโดยใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ซริงเกจ D6 4) นำตัวแบบในส่วนที่ 2 ที่ได้ไปทดสอบค่าความผิดพลาด และ 5) สรุปผล

3. ขั้นตอนการวัดประสิทธิภาพของตัวแบบ วัดประสิทธิภาพของตัวแบบด้วยวิธีเมทริกซ์สับสน (Confusion matrix) โดยนำตัวแบบที่ได้จากขั้นตอนการสร้างตัวแบบมาวัดประสิทธิภาพโดยใช้ตารางเมทริกซ์สับสนในการวัดความสามารถของตัวแบบ [10]

โดยขั้นตอนของวิธีบูตสแตรป์ที่ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลอจิสติกแบบหลิวงประกอบด้วย

1) สร้างตัวอย่างบูตสแตรป์ขนาด n ด้วยการสุ่มตัวอย่างซ้ำค่าสังเกตจากข้อมูลตั้งต้น โดยทำการสุ่มแบบคืนที่ด้วยความน่าจะเป็น $\frac{1}{n}$ ทำให้ได้ค่าสังเกตใหม่

2) ประมาณค่าพารามิเตอร์ β ด้วยตัวประมาณแบบหลิวง โดยใช้วิธีการประมาณ ค่าพารามิเตอร์-จริง

3) ทำซ้ำขั้นตอนที่ 1) และ 2) เท่ากับจำนวนรอบบูตสแตรป์ ทำให้ได้ตัวประมาณแบบหลิวงในแต่ละรอบบูตสแตรป์

4) นำค่าประมาณพารามิเตอร์ β ที่ได้ในแต่ละรอบบูตสแตรป์มาหาค่าเฉลี่ย จะได้ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลอจิสติกแบบหลิวง

3.ผลการทดลองและวิจารณ์

3.1 ผลการวิเคราะห์สถิติเชิงพรรณนาและสหสัมพันธ์ของตัวแปร

จากข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาเป็นข้อมูลเกี่ยวกับขนาดกระดูกกระเบนเหน็บ จำนวน 78 ตัวอย่าง ที่ทราบเพศ อายุระหว่าง 18-60 ปีบริบูรณ์ โดยแบ่งเป็นเพศชาย จำนวน 46 ตัวอย่าง และเพศหญิง จำนวน 32 ตัวอย่าง รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 1 แสดงข้อมูลทั่วไปของตัวอย่าง โดยที่ X_1 คือ ค่าเฉลี่ยของ Midventral straight length, X_2 คือ ค่าเฉลี่ยของ Midventral curved length, X_3 คือ ค่าเฉลี่ยของ Ventral straight breadth, X_4 คือ ค่าเฉลี่ยของ Transverse diameter base, X_5 คือ ค่าเฉลี่ยของ Transverse base, X_6 คือ ค่าเฉลี่ยของ AP diameter body s 1, X_7 คือ Breadth of alae, X_8 คือค่าเฉลี่ยของ Sacral index (%), X_9 คือ ค่าเฉลี่ยของ Longitudinal curvature index (%), X_{10} คือ ค่าเฉลี่ยของ Corporobasal index (%), X_{11} คือ ค่าเฉลี่ยของ S1 index, X_{12} คือ ค่าเฉลี่ยของ Alea index และ X_{13} คือ ค่าเฉลี่ยของ Sacral base index โดยที่ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทั้งหมดมีหน่วยเป็นเซนติเมตร โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ คะแนน F1 (F1 score) หาค่าได้

$$\text{จาก } F_1 = \frac{2 \times \text{Precision} \times \text{Recall}}{\text{Precision} + \text{Recall}} \text{ โดยที่ } \text{Precision} = \frac{TP}{TP + FP} \text{ และ } \text{Recall} = \frac{TP}{TP + FN}$$

เมื่อ TP คือ True Positive, FP คือ False Positive และ FN คือ False Negative

ตารางที่ 1. ข้อมูลทั่วไปของตัวอย่าง

ตัวแปรอิสระ	เพศ	จำนวน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
X_1	ชาย	46	106.8284	7.5299
	หญิง	32	99.7078	8.4069
X_2	ชาย	46	115.5621	7.8670
	หญิง	32	108.1497	7.5992
X_3	ชาย	46	89.8696	5.6278
	หญิง	32	95.5314	6.3862
X_4	ชาย	46	107.6708	6.0764
	หญิง	32	108.2722	4.3654
X_5	ชาย	46	32.3963	2.8683
	หญิง	32	35.5970	2.9335
X_6	ชาย	46	44.1689	3.3364
	หญิง	32	40.2967	2.6441
X_7	ชาย	46	32.5637	2.4389
	หญิง	32	28.6394	1.9984
X_8	ชาย	46	101.1622	7.6291
	หญิง	32	109.3463	10.3762
X_9	ชาย	46	92.4848	3.2955
	หญิง	32	92.1768	3.6705
X_{10}	ชาย	46	49.2353	3.5198
	หญิง	32	42.4131	4.5992
X_{11}	ชาย	46	74.0029	6.3833
	หญิง	32	71.3254	6.2387
X_{12}	ชาย	46	73.6740	7.7921
	หญิง	32	88.7896	9.8243
X_{13}	ชาย	46	83.5078	3.4341
	หญิง	32	88.2842	5.5759

จากข้อมูลตัวแปรอิสระทั้งหมด 13 ตัวแปร นำมาพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระด้วยกัน โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สันระหว่างตัวแปรอิสระแต่ละคู่

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}
X_1	1												
X_2	.89*	1											
X_3	.14	.16	1										
X_4	.15	.26*	.57*	1									
X_5	.07	.05	.69*	.65*	1								
X_6	.40*	.48*	-.07	.29*	-.26*	1							
X_7	.14	.31*	-.13	.18	-.25*	.49*	1						
X_8	-.83*	-.68*	.19	.42*	.30*	-.21	-.05	1					
X_9	.40*	-.50*	-.02	-.21	.06	-.08	-.30*	-.48*	1				
X_{10}	.21	.25*	-.68*	-.15	-.62*	.78*	.43*	-.27*	-.04	1			
X_{11}	-.21	-.10	-.07	-.07	-.04	-.38*	.62*	.14	-.25*	-.24*	1		
X_{12}	-.20	-.26*	.53*	.29*	.84*	-.73*	-.47*	.35*	.08	-.87*	.17	1	
X_{13}	.04	-.03	.72*	-.15	.28*	-.33*	-.31*	-.13	.15	-.69*	-.02	.40*	1

หมายเหตุ *ความสัมพันธ์มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

จากตารางที่ 2 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรแต่ละคู่ที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูก กระเบนเหน็บหลายคู่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นอย่างมีนัยสำคัญที่ต่อกัน ได้แก่ ตัวแปร X_1 กับตัวแปร X_2 ตัวแปร X_1 กับ ตัวแปร X_8 ตัวแปร X_5 กับ ตัวแปร X_{12} และ ตัวแปร X_{10} กับ X_{12} ดังนั้นข้อมูลชุดนี้มีแนวโน้มเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นตรงร่วม โดยผลลัพธ์จากตารางที่ 2 พบว่ากรณีที่สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สันระหว่างตัวแปรอิสระแต่ละคู่มีค่าตั้งแต่ 0.25 ขึ้นไปในกรณีที่มีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกัน และมีค่าตั้งแต่ 0.24 ขึ้นไปในกรณีที่มีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงกันข้าม จะมีปัญหาพหุสัมพันธ์เชิงเส้นตรงร่วม

จากข้อมูลตัวแปรทั้งหมดในการศึกษา นำมาทดสอบความมีนัยสำคัญของแต่ละตัวแปรอิสระ รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3. ความสัมพันธ์ระหว่างเพศและค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ โดยการใช้การทดสอบ T-Test

ตัวแปรตอบสนอง	ตัวแปรอิสระ	ค่า P-Value
Y (Sex)	X_1	<0.001*
	X_2	<0.001*
	X_3	<0.001*
	X_4	0.633
	X_5	<0.001*
	X_6	<0.001*
	X_7	<0.001*
	X_8	<0.001*
	X_9	0.699
	X_{10}	<0.001*
	X_{11}	0.070
	X_{12}	<0.001*
	X_{13}	<0.001*

หมายเหตุ *ความสัมพันธ์นี้มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

จากตารางที่ 3 พบว่าค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บที่มีความสัมพันธ์กับเพศ ดังนี้ $X_1, X_2, X_3, X_5, X_6, X_7, X_8, X_{10}, X_{12}$ และ X_{13} ตามลำดับ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 แบ่งเป็นค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (หน่วย : เซนติเมตร) 6 ค่า ได้แก่ X_1, X_2, X_3, X_5, X_6 และ X_7 และดัชนีที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (หน่วย : ร้อยละ) จำนวน 4 ค่า ได้แก่ X_8, X_{10}, X_{12} และ X_{13}

3.2 ผลการศึกษาจากการแบ่งชุดข้อมูลเพื่อสร้างตัวแบบและทดสอบคะแนน F1 ด้วยอัตราส่วน 60:40

จากการศึกษาการถดถอยลอจิสติกแบบทวิโดยใช้บูตสแตรป์ในการจำแนกเพศจากการวัดกระดูกกระเบนเหน็บในการแบ่งชุดข้อมูลด้วยอัตรา 60:40 โดยใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่าและใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บที่มีความสัมพันธ์กับเพศ มีคะแนน F1 อยู่ที่ 88.89% พบว่า มีคะแนน F1 สูงกว่าทุก ๆ ตัวแบบที่ทำการศึกษา รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4. ค่าคะแนน F1 ของตัวแบบที่ทดสอบด้วยอัตราส่วน 60:40

ตัวแบบ	สมการตัวแบบ	คะแนน F1 (หน่วย : ร้อยละ)
1. ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่า	$\log(\text{odd}) = 396.4992 + 2.09156X_1^* + 0.60628X_2^* + 1.19781X_3^* - 6.71083X_4^* + 3.50004X_5^* + 9.2002X_6^* + 2.02831X_7^* + 0.49873X_8^* + 0.40829X_9^* - 3.60223X_{10}^* + 3.00721X_{11}^* - 1.69023X_{12}^* - 7.53068X_{13}^*$	88.89
2. ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (หน่วย : เซนติเมตร)	$\log(\text{odd}) = -280.307 + 2.08769X_1^* + 1.42153X_2^* - 5.49969X_3^* - 1.60699X_4^* - 0.40982X_5^* + 5.48507X_6^* + 11.97427X_7^*$	82.76
3. ตัวแบบที่ใช้ดัชนีที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (หน่วย : ร้อยละ)	$\log(\text{odd}) = 151 - 7.75501X_8^* - 6.43519X_9^* + 18.32626X_{10}^* + 11.02188X_{11}^* - 2.37212X_{12}^* - 2.41923X_{13}^*$	80.00
4. ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บที่มีความสัมพันธ์กับเพศ	$\log(\text{odd}) = 0.13519 + 0.89318X_1^* + 0.71759X_2^* - 3.97153X_3^* + 2.53594X_4^* + 2.09213X_6^* + 10.62687X_7^* - 1.23895X_8^* - 0.13933X_9^* - 1.34176X_{11}^* - 0.73684X_{13}^*$	88.89

*หมายถึงตัวแปรอิสระนั้นส่งผลต่อโอกาสที่จะระบุได้ว่าเป็นเพศชายหรือเพศหญิง

3.3 ผลการศึกษาจากการแบ่งชุดข้อมูลเพื่อสร้างตัวแบบและทดสอบคะแนน F1 ด้วยอัตราส่วน 70:30

จากการศึกษาการถดถอยลอจิสติกแบบพหุโดยใช้บูตสแตรป์ในการจำแนกเพศจากการวัดกระดูกกระเบนเหน็บในการแบ่งชุดข้อมูลด้วยอัตรา 70:30 โดยใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่า มีคะแนน F1 อยู่ที่ 94.74% พบว่า มีคะแนน F1 สูงกว่าทุก ๆ ตัวแบบที่ทำการศึกษารายละเอียดแสดงดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5. ค่าคะแนน F1 ของตัวแบบที่ทดสอบด้วยอัตราส่วน 70:30

ตัวแบบ	สมการตัวแบบ	คะแนน F1 (หน่วย : ร้อยละ)
1. ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่า	$\log(\text{odd})=1091.731+2.80874X_1^*+0.43585X_2^*+2.66348X_3^*-10.4378X_4^*+0.29857X_5^*+15.46735X_6^*+6.19641X_7^*+0.27096X_8^*-0.00116X_9^*-9.63258X_{10}^*+1.85047X_{11}^*-0.34742X_{12}^*-12.8052X_{13}^*$	94.74
2. ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (หน่วย : เซนติเมตร)	$\log(\text{odd})=-450.747+3.9361X_1^*+2.67918X_2^*-8.0005X_3^*-0.47982X_4^*-1.10462X_5^*+0.23006X_6^*+18.46332X_7^*$	90.00
3. ตัวแบบที่ใช้ดัชนีที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (หน่วย : ร้อยละ)	$\log(\text{odd})=3.07355 \times 10^{13}-8.63307 \times 10^{11}X_8^*-6.40024 \times 10^{11}X_9^*+1.53014 \times 10^{12}X_{10}^*+1.01977 \times 10^{12}X_{11}^*-1.0857 \times 10^{11}X_{12}^*-2.14530 \times 10^{11}X_{13}^*$	81.82
4. ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บที่มีความสัมพันธ์กับเพศ	$\log(\text{odd})=399.9714-0.28492X_1^*+1.42895X_2^*-5.05668X_3^*+1.19213X_4^*+7.54489X_6^*+12.15785X_7^*-2.78691X_8^*-4.58578X_9^*-0.46981X_{11}^*-3.00441X_{13}^*$	90.00

*หมายถึงตัวแปรอิสระนั้นส่งผลต่อโอกาสที่จะระบุได้ว่าเป็นเพศชายหรือเพศหญิง

3.4 ผลการศึกษาจากการแบ่งชุดข้อมูลเพื่อสร้างตัวแบบและทดสอบคะแนน F1 ด้วยอัตราส่วน 80:20

จากการศึกษาการถดถอยลอจิสติกแบบหลายโดยใช้บูตสแตรป์ในการจำแนกเพศจากการวัดกระดูกกระเบนเหน็บในการแบ่งชุดข้อมูลด้วยอัตรา 80:20 โดยใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่าและใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บที่มีความสัมพันธ์กับเพศ มีคะแนน F1 อยู่ที่ 92.31% พบว่า มีคะแนน F1 สูงกว่าทุก ๆ ตัวแบบที่ทำการศึกษา รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6. ค่าคะแนน F1 ของตัวแบบที่ทดสอบด้วยอัตราส่วน 80:20

ตัวแบบ	สมการตัวแบบ	คะแนน F1 (หน่วย : ร้อยละ)
1. ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่า	$\log(\text{odd}) = 1186.527 + 2.88487X_1^* - 0.19027X_2^* + 3.72957X_3^* - 10.3787X_4^* + 0.20386X_5^* + 15.32785X_6^* + 4.83332X_7^* - 0.4014X_8^* - 0.66809X_9^* - 8.43599X_{10}^* + 2.38658X_{11}^* - 0.27449X_{12}^* - 13.4315X_{13}^*$	92.31
2. ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (หน่วย : เซนติเมตร)	$\log(\text{odd}) = -450.363 + 3.91603X_1^* + 2.67499X_2^* - 8.01105X_3^* - 0.3349X_4^* - 1.10888X_5^* + 0.17445X_6^* + 18.13152X_7^*$	85.71
3. ตัวแบบที่ใช้ดัชนีที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (หน่วย : ร้อยละ)	$\log(\text{odd}) = 2093.965 - 26.4609X_8^* - 22.659X_9^* + 42.80939X_{10}^* + 29.92912X_{11}^* - 4.41351X_{12}^* - 12.2555X_{13}^*$	75.00
4. ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บที่มีความสัมพันธ์กับเพศ	$\log(\text{odd}) = 1.88199 \times 10^{14} + 1.17244 \times 10^{11}X_1^* - 3.08971 \times 10^{11}X_2^* - 7.78013 \times 10^{11}X_3^* + 6.02901 \times 10^{11}X_4^* + 1.35006 \times 10^{12}X_6^* + 8.83672 \times 10^{11}X_7^* - 3.50209 \times 10^{11}X_8^* - 1.85783 \times 10^{12}X_9^* - 3.70933 \times 10^{11}X_{11}^* - 5.34778 \times 10^{11}X_{13}^*$	92.31

*หมายถึงตัวแปรอิสระนั้นส่งผลต่อโอกาสที่จะระบุได้ว่าเป็นเพศชายหรือเพศหญิง

จากการเปรียบเทียบตารางที่ 4 ถึงตารางที่ 6 พบว่า การแบ่งชุดข้อมูลเพื่อสร้างตัวแบบและทดสอบคะแนน F1 ด้วยอัตราส่วน 70:30 จะมีค่าคะแนน F1 สูงกว่าการทดสอบด้วยอัตราส่วนแบบอื่น ๆ ดังนั้นเมื่อพิจารณาจากตัวแบบที่ทดสอบด้วยอัตราส่วน 70:30 จะเห็นได้ว่า ตัวแบบที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่ามีคะแนน F1 สูงที่สุด โดยมีคะแนน F1 อยู่ที่ 94.74% โดยการพิจารณาเปรียบเทียบทั้ง 4 ตัวแบบนั้นเนื่องจาก ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ จำแนกได้เป็นทั้งค่าที่วัดได้เป็นค่าที่แท้จริงในหน่วยเซนติเมตร และค่าที่คำนวณอยู่ในรูปของร้อยละ จึงพิจารณาถึงลักษณะของค่าที่วัดในหน่วยที่แตกต่างกันส่งผลต่อการจำแนกเพศหรือไม่ ส่วนในตัวแบบสุดท้ายเลือกมาพิจารณาเฉพาะค่าของกระดูกกระเบนเหน็บที่มีความสัมพันธ์กับเพศ

4. สรุปผลการทดลอง

ในการศึกษาครั้งนี้ข้อมูลที่ใช้มีจำนวนตัวแปรทั้งหมด 14 ตัวแปร ซึ่งมีตัวแปรตอบสนองที่สนใจศึกษา คือ เพศ และตัวแปรอิสระแบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่ ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (หน่วย : เซนติเมตร) จำนวน 7 ตัวแปร และค่าดัชนีที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (หน่วย : ร้อยละ) จำนวน 6 ตัวแปร ซึ่งตัวแปรที่ใช้ในการทดสอบแบ่งเป็น 4 กรณี ได้แก่ ตัวแปรที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่า ตัวแปรที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (หน่วย : เซนติเมตร) ตัวแปรที่ใช้ดัชนีที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บ (หน่วย : ร้อยละ) และตัวแปรที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บที่มีความสัมพันธ์กับเพศ จากผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่าการถดถอยลอจิสติกแบบหลิ่วโดยใช้วิธีบูตสแตรป์ในการจำแนกเพศจากการวัดกระดูกกระเบนเหน็บของประชากรไทยที่อัตราส่วน 70:30 โดยใช้ตัวแปรที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่าให้ค่าคะแนน F1 สูงที่สุดโดยมีค่าเท่ากับ 94.74% ในขณะที่ตัวแปรที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่ากับตัวแปรที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บที่มีความสัมพันธ์กับเพศที่อัตราส่วน 60:40 และอัตราส่วน 80:20 ให้ค่าคะแนน F1 ไม่แตกต่างกัน โดยจากข้อสรุปที่ได้พบว่ามีประเด็นที่ผู้วิจัยคิดว่าเป็นข้อจำกัด คือ ชุดข้อมูลที่ทำการศึกษาครั้งนี้เพศชายและเพศหญิงมีจำนวนที่แตกต่างกันพอสมควรเมื่อเทียบกับจำนวนข้อมูลทั้งหมด ซึ่งหากใช้จำนวนเพศชายและเพศหญิงที่ใกล้เคียงกันอาจทำให้ตัวแปรที่ได้มีประสิทธิภาพมากขึ้น และจากการศึกษาครั้งนี้ เมื่อทำการตัดตัวแปรอิสระที่ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตอบสนองออกพบว่า ค่าความแม่นยำไม่แตกต่างจากตัวแปรที่ใช้ค่าที่วัดได้จากตำแหน่งของกระดูกกระเบนเหน็บทุกค่า ดังนั้นหากสามารถลดตัวแปรอิสระได้ อาจทำให้สามารถประหยัดเวลาและลดค่าใช้จ่ายได้

จากผลการศึกษาเมื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยในอดีตที่ผ่านมาที่เกี่ยวข้องกับการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยทางการแพทย์และสาธารณสุขพบว่า การประมาณการถดถอยของลอจิสติกแบบหลิ่วช่วยแก้ไขปัญหาค่าข้อมูลมีสหสัมพันธ์ระหว่างกันสูง และมีการใช้วิธีบูตสแตรป์เพื่อช่วยแก้ไขปัญหาค่าข้อมูลมีค่าต่ำเกินไป จึงทำให้ตัวประมาณค่าของสัมประสิทธิ์การถดถอยมีประสิทธิภาพสูงขึ้น

เอกสารอ้างอิง (References)

- [1] สุภาพร นาคบัลลังก์. 2551. กระดูก. คู่มือประกอบการฝึกอบรมเชิงปฏิบัติการสาขาวิชามานุษยวิทยากายภาพ. คณะสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่, 20-32. [Supaporn Nakbunlung. 2008. Bone. A manual of workshop in Anthropology. Faculty of Social Science, Chiang Mai University, Chiang Mai, 20-32. (in Thai)]
- [2] สุภาพร นาคบัลลังก์. 2553. นิติมานุษยวิทยา. การประชุมวิชาการ เรื่องอนาคตนิติทันตวิทยา ในประเทศไทย, คณะทันตแพทยศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่, 35-48. [Supaporn Nakbunlung. 2010. Forensic Anthropology. The proceedings of the future of Forensic Dentistry in Thailand, Faculty of Dentistry, Chiang Mai University, Chiang Mai, 35-48. (in Thai)]

- [3] ยุทธ ไกยวรรณ. 2555. หลักการและการใช้การวิเคราะห์การถดถอยโลจิสติกสำหรับการวิจัย. *วารสารวิจัยมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัย*, 4(1), 1-12. [Yuth Kaiyawan. 2012. Principle and Using Logistic Regression Analysis for Research. *Rajamangala University of Technology Srivijaya Research*, 4(1), 1-12. (in Thai)]
- [4] วัฒนวงศ์ รัตนวราร. 2560. การศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อการเลือกใช้จักรยานเพื่อการท่องเที่ยวของคนไทยโดยใช้แบบจำลองลอจิสติกแบบสองทางเลือก. แหล่งข้อมูล : <http://sutir.sut.ac.th:8080/jspui/bitstream/123456789/7442/2/Fulltext.pdf>. ค้นเมื่อวันที่ 25 พฤศจิกายน 2565.
- [5] อรทัย เจริญสิทธิ์. 2560. การวิเคราะห์การถดถอยโลจิสติกแบบไบนารีสำหรับการวิจัยทางสังคมศาสตร์. *วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเอเชียอาคเนย์*, 1(2), 1-9. [Orathai Charoensit. 2017. Binary logistic regression analysis for social science research. *SAU JOURNAL OF SOCIAL SCIENCES & HUMANILITIES*, 1(2), 1-9. (in Thai)]
- [6] นฤมล สุตใจ และมณฑิรา ดวงสาพล. 2562. การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลอจิสติกแบบหลิ่ว เมื่อเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์ โดยใช้วิธีบูตสเตรป. *Veridian E-Journal*, 6(1), 47-61. [Narumol Sudjai and Monthira Duangsaphon. 2019. Liu Logistic Regression Coefficient Estimation with Multicollinearity Problem by Using the Bootstrapping Method. *Veridian E-Journal*, 6(1), 47-61. (in Thai)]
- [7] นฤมล สุตใจ. 2560. การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยลอจิสติกแบบหลิ่วเมื่อเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์โดยใช้วิธีบูตสเตรป. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาสถิติ, มหาวิทยาลัย-ธรรมศาสตร์. [Narumol Sudjai. 2017. Liu Logistic Regression Coefficient Estimation with Multicollinearity Problem by Using the Bootstrapping Method. M.Sc. Thesis, Statistics, Thammasat University. (in Thai)]
- [8] วริดา พลาศรี. 2552. การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงพหุเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ด้วยวิธีความถดถอยบูตสเตรปแบบบริดจ์. วิทยานิพนธ์สถิติศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาสถิติ, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. [Warida Palasri. 2009. Regression Coefficient Estimation with Multicollinearity Problem by Using the Bootstrapping Ridge Method. M.Sc. Thesis, Statistics, Chulalongkorn University. (in Thai)]
- [9] Månsson, K., Kibria, B. M. and Shukur, G. 2012. On Liu Estimators for the Logit Regression Model. *Economic Modelling*, 29(4), 1483-1488.
- [10] ภัสราพร ทวีชัย และวรธัช วิชชุวานิชย์. 2559. ความแม่นยำของการกำหนดหาเพศของบุคคลโดยกระดูกกระเบนเหน็บ. *วารสารนเรศวรพะเยา*, 9(3), 40-42. [Pasraphorn Taweechai and Woratouch Witchuwanich. 2016. Accuracy of individual sex determination by sacrum. *Naresuan Phayao Journal*, 9(3), 40-42. (in Thai)]
- [11] กัญญ์พิชญา พุทธะไชยทัศน์. 2553. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณการแจกแจงของข้อมูลสมมาตรและไม่สมมาตรด้วยวิธีแจ๊คไนฟ์กับวิธีบูตสเตรป. *วารสารมหาวิทยาลัยทักษิณ*, 12(3), 1-14. [Kanpichaya Puttachaiyatad. 2010. A Comparison of Estimation Methods for

Symmetric and Asymmetric Distributed Data by Jackknifing Method and Bootstrapping Method. *Thaksin.J.*, 12(3), 1-14. (in Thai)]