

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิส
ที่มีผลจากการใส่รองเท้าบูท

A Mathematical Model of Melioidosis Transmission
with Effect of Wearing Boots

ญาดา ป๋องกัน เบญญาภา น้ำขาว อนุสรา ศิริรัตน์ อัญชลี ณ ตะกั่วทุ่ง กันยากร อ่อนรักษ์ และ เกตุกนก หนูดี*
Yada Ponggun Benyapa Namkao Anusara Sirirat Unchulee Natakutung Kanyakon Onruk
and Kadkanok Nudée*

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี จ.สุราษฎร์ธานี ประเทศไทย
Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Suratthani Rajabhat University,
Suratthani, Thailand

วันที่ส่งบทความ : 20 พฤษภาคม 2566 วันที่แก้ไขบทความ : 15 มีนาคม 2567 วันที่ตอบรับบทความ : 16 มีนาคม 2567

Received: 20 May 2023, Revised: 15 March 2024, Accepted: 16 March 2024

บทคัดย่อ

โรคเมลิออยโดสิสเป็นปัญหาสำคัญทางสาธารณสุขในเกือบทุกประเทศในเขตร้อนชื้น ซึ่งเชื้อโรคอาศัยอยู่ในดินและแหล่งน้ำตามธรรมชาติ ผู้ป่วยส่วนใหญ่เป็นเกษตรกรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อผ่านการสัมผัสดินและน้ำขณะทำงาน ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้พัฒนาและวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสที่มีผลจากการใส่รองเท้าบูท ผลการวิจัยพบว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีจุดสมดุล 2 จุด คือ จุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาดของโรคและจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรค รวมทั้งค่าระดับการติดเชื้อ (η_0) และ R_i เมื่อ $i=1, 2, 3$ เป็นเงื่อนไขความเสถียรภาพของจุดสมดุล นั่นคือ ถ้า $\eta_0 < 1$ และ $R_1 < 1$ แล้วจุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาดของโรคมีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ และถ้า $\eta_0 > 1$, $R_2 > 1$ และ $R_3 > 1$ แล้วจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรคมีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขแสดงให้เห็นว่าการใส่รองเท้าบูทเป็นปัจจัยหนึ่งที่มีผลต่อการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิส ดังนั้นควรสนับสนุนให้ใส่รองเท้าบูทเพื่อลดการแพร่กระจายของโรคเมลิออยโดสิส

คำสำคัญ : โรคเมลิออยโดสิส ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การใส่รองเท้าบูท

*ที่อยู่ติดต่อ E-mail address: ketkanok.noo@sru.ac.th

<https://doi.org/10.55003/scikmitl.2024.259094>

Abstract

Melioidosis is a major public health problem in almost tropical countries. Melioidosis is an infectious disease caused by bacterium from contaminated water sources and soil. Most of the patients are farmers who are at risk of infection through contact with soil and water while working. In this research, we developed and analyzed a mathematical model of melioidosis transmission with effect of wearing boots. We founded two equilibrium points: the disease-free equilibrium point and the epidemic equilibrium point. The stability conditions of both equilibrium points, which depended on the basic reproductive number ($\mathfrak{R}_0$) and R_i when $i=1,2,3$, were investigated. The disease-free equilibrium point is locally asymptotically stable when $\mathfrak{R}_0 < 1$ and $R_i < 1$, whereas the endemic equilibrium point is locally asymptotically stable when $\mathfrak{R}_0 > 1$, $R_2 > 1$ and $R_3 > 1$. In conclusion, the numerical analysis showed that wearing boots is the factors affecting the control of melioidosis epidemic. Therefore, wearing boots should be encouraged to reduce the spread of melioidosis.

Keywords: Melioidosis, Mathematical Modeling, Wearing Boots

1. บทนำ

โรคเมลิออยด์ หรือโรคเมลิออยโดสิส (Melioidosis) เป็นโรคที่สามารถติดเชื้อได้ทั้งคนและสัตว์โดยพบเชื้อในสิ่งแวดล้อมทั่วไป เช่น ดิน โคลน และแหล่งน้ำ สามารถติดเชื้อผ่านทางผิวหนังที่สัมผัสดินและน้ำที่มีเชื้อเป็นเวลานาน ๆ รวมถึงการดื่มน้ำที่ไม่สะอาดหรือการหายใจเอาฝุ่นดินที่ปนเปื้อนเชื้อเข้าไป ผู้ที่มีความเสี่ยงต่อการเป็นโรคเมลิออยโดสิสคือ เกษตรกรหรือผู้ที่ต้องทำงานสัมผัสกับดินและน้ำโดยตรง และผู้ป่วยโรคเบาหวาน โรคไตวายเรื้อรัง และโรคธาลัสซีเมียชนิดรุนแรง [1] โรคเมลิออยโดสิสระบาดในเกือบทุกประเทศในเขตร้อนชื้น โดยเฉพาะประเทศทางแถบเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ และทางเหนือของทวีปออสเตรเลีย นอกจากนั้นยังมีรายงานพบโรคนี้กระจายในหลายแห่งทั่วโลก เช่น ฮองกง อินเดีย และสหรัฐอเมริกา [2] สำหรับสถานการณ์โรคเมลิออยโดสิสในประเทศไทยจากข้อมูลการเฝ้าระวังโรคในปี พ.ศ. 2565 มีรายงานผู้ป่วยโรคเมลิออยโดสิส 3,559 ราย จาก 70 จังหวัด คิดเป็นอัตราป่วย 5.38 ต่อประชากรแสนคน และพบว่ามีจำนวนผู้ป่วยเพิ่มขึ้นร้อยละ 61 เมื่อเทียบกับปี พ.ศ. 2564 [3] และสถานการณ์โรคเมลิออยโดสิสในปี พ.ศ. 2566 ตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม - 6 มีนาคม พ.ศ. 2566 พบผู้ป่วย 339 ราย กลุ่มอายุที่ผู้ป่วยสูงสุดคือ อายุ 55-64 ปี รองลงมาคือ อายุ 45-54 ปี และอายุมากกว่า 65 ปี ตามลำดับ ส่วนใหญ่ประกอบอาชีพเกษตรกร จังหวัดที่พบผู้ป่วยมากที่สุด ได้แก่ มุกดาหาร อำนาจเจริญ ยโสธร ศรีสะเกษ และอุบลราชธานี [4]

ปัจจุบันยังไม่มีวัคซีนป้องกันโรคเมลิออยโดสิสจึงควรป้องกันตนเองโดยการเลี่ยงการสัมผัสดินและน้ำโดยตรง ต้มแต่น้ำดื่มสุก ถ้าต้องสัมผัสดินและน้ำต้องใส่อุปกรณ์ป้องกัน เช่น รองเท้าบูท ถุงมือยาง ชุดลุยน้ำเสมอ [1] จึงเป็นเหตุผลที่ทำให้โรคเมลิออยโดสิสได้รับความสนใจทางการแพทย์มากขึ้น และเนื่องด้วยโรคนี้มักเกิดอาการที่รุนแรงอาจทำให้ผู้ป่วยเสียชีวิตได้อย่างรวดเร็ว ตลอดจนได้มีผู้อพยพจากประเทศทางเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ไปสู่ประเทศอื่น ๆ ทั่วโลกมากขึ้นทำให้การระบาดของโรคแพร่กระจายได้ง่าย [5] นอกจากนี้มีนักวิจัยได้ศึกษาเพื่อหาแนวทางในการควบคุมโรค นั่นคือ Mahikul และคณะ [6] ได้สร้างตัวแบบคณิตศาสตร์การเปลี่ยนแปลงของประชากรตามฤดูกาลเพื่อพยากรณ์การเกิดโรคเมลิออยโดสิส โดยสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ *SEIRS* และใช้ข้อมูลอายุ เพศ พื้นที่ทางภูมิศาสตร์ในช่วงปี พ.ศ. 2551 – 2558 ผลการวิจัยพบว่า อัตราการเกิดของโรคเมลิออยโดสิสสูงขึ้นถึงสองเท่าเมื่อเทียบกับข้อมูลในปี พ.ศ. 2558 ต่อมา พรวิสัย ขาญกิจกรรม และพันธ์ิ พงศ์สัมพันธ์ [7] ได้สร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ของโรคเมลิออยโดสิสจากสัตว์สู่คน โดยพิจารณาจากผลกระทบปัจจัยปริมาณน้ำฝน ผลการศึกษาพบว่าเมื่อเพิ่มระดับปริมาณน้ำฝนเป็น 0.001, 0.01 และ 0.1 มิลลิเมตรตามลำดับ ระดับปริมาณน้ำฝนที่มากขึ้นจะส่งผลให้เกิดการระบาดของโรคเพิ่มขึ้น โดยจากการวิเคราะห์สัดส่วนประชากรคนที่ได้รับเชื้อและแสดงอาการที่มีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 0.0320, 0.2008 และ 0.4253 ตามลำดับ นอกจากนี้ Hinjoy และคณะ [8] ได้ศึกษาเกี่ยวกับโรคเมลิออยโดสิสในประเทศไทยในปัจจุบันและอนาคต พบว่า คนไทยมีความรู้ความเข้าใจและความตระหนักในการป้องกันโรคเมลิออยด้อยู่ในระดับน้อยมาก ประชาชนในพื้นที่ชนบทไม่สวมรองเท้าบูทและถุงมือ รวมทั้งไม่ต้มน้ำก่อนดื่มเพื่อป้องกันตนเองจากการได้รับเชื้อ *B. pseudomallei* ทั้ง ๆ ที่ภาครัฐมีการจัดเตรียมรองเท้าบูทให้กับเกษตรกรไทยในการป้องกันโรคเลปโตสไปโรซิส ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2543 นั้นแสดงให้เห็นว่าประชาชนไม่เห็นความสำคัญในการป้องกันโรค ด้วยเหตุนี้จึงแนะนำให้สร้างความเข้าใจและความตระหนักรู้เกี่ยวกับโรค เพื่อให้เกิดการตื่นตัวในการป้องกันโรคเมลิออยโดสิสทั่วประเทศ และ Pongsumpun [9] ได้พัฒนาตัวแบบคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสในประเทศไทย ผลการศึกษาพบว่าการติดเชื้อจากแบคทีเรียส่งผลต่อการแพร่ระบาดของโรค ต่อมา Engida และคณะ [10] ได้วิเคราะห์ตัวแบบคณิตศาสตร์ของการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสในคนกรณีติดเชื้อไม่มีอาการ ผลการศึกษาพบว่าอัตราการติดเชื้อระหว่างคนกลุ่มเสี่ยงกับคนที่ติดเชื้อแสดงอาการส่งผลต่อการแพร่ระบาดของโรค และถ้าลดอัตราการหายของคนติดเชื้อแสดงอาการจะสามารถควบคุมการแพร่ระบาดของโรคได้ รวมทั้ง Tavaen และ Viriyapong [11] ได้พัฒนาตัวแบบคณิตศาสตร์ที่มีการพิจารณาแบคทีเรียที่ก่อให้เกิดการแพร่เชื้อของโรคเมลิออยโดสิสรวมกับการดูแลสุขภาพอนามัยและการรักษา ซึ่งได้ดำเนินการวิเคราะห์ทั้งเชิงทฤษฎีและเชิงตัวเลข คำนวณค่าระดับการติดและดัชนีความไว นอกจากนี้มีการขยายตัวแบบคณิตศาสตร์สำหรับการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (Optimal control) เพื่อกำหนดกลยุทธ์ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการควบคุมการแพร่กระจายของโรค ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าการดูแลสุขภาพอนามัยและการรักษาร่วมกัน

สามารถช่วยลดจำนวนผู้ติดเชื้อและความเข้มข้นของแบคทีเรียได้ แต่ยังไม่มีการศึกษาผลของมาตรการที่สามารถป้องกันการแพร่ระบาดของโรคได้

จากสถานการณ์การแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสและผลการศึกษาบทความวิจัยที่เกี่ยวข้อง เห็นได้ว่า โรคเมลิออยโดสิสเป็นโรคติดเชื้อที่ยังคงต้องเฝ้าระวังอย่างต่อเนื่อง ในงานวิจัยครั้งนี้ได้ ทำการศึกษาการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสและการป้องกันตนเองโดยการใส่รองเท้าบูท เนื่องจาก เป็นมาตรการที่ภาครัฐส่งเสริมให้กับเกษตรกรไทยใช้ในการป้องกันโรค ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ได้พัฒนาและ วิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสที่มีผลจากการใส่รองเท้าบูท รวมทั้ง วิเคราะห์ผลของการใส่รองเท้าบูทที่ส่งผลต่อการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสเพื่อใช้เป็นแนวทางในการ ควบคุมโรคต่อไป

2. วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ได้พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสที่มีผลจาก การใส่รองเท้าบูท ซึ่งมีวิธีการและขั้นตอนดังนี้

2.1 ศึกษาเอกสารและบทความที่เกี่ยวข้อง

ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับสาเหตุของการเกิดโรค การเสียชีวิต พหุกรรมเสี่ยง มาตรการป้องกัน และ สถานการณ์การแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสของประเทศไทย รวมทั้งศึกษาบทความที่เกี่ยวข้องกับการ แพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสทั้งภายในประเทศและต่างประเทศ เพื่อวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการแพร่ ระบาดของของโรคเมลิออยโดสิส ซึ่งปัจจัยในการศึกษาครั้งนี้ คือ การใส่รองเท้าบูท

2.2 พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ในการวิจัยครั้งนี้ได้นำแนวคิดของ Tavaen และ Viriyapong [11] มาพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสโดยมีปัจจัยที่ต้องการศึกษา คือ การใส่รองเท้าบูท เนื่องจากโรค เมลิออยโดสิสเกิดจากการติดเชื้อแบคทีเรียพบในดินและน้ำ ซึ่งการใส่รองเท้าบูทจึงเป็นวิธีการป้องกันเชื้อ เข้าสู่ร่างกายที่มีความสำคัญ ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้ได้พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคเมลิออยโดสิส โดยแบ่งเป็น 5 กลุ่มประชากร ได้แก่ จำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) จำนวนประชากรกลุ่มที่ได้รับเชื้ออยู่ ในระยะฟักเชื้อ (E) จำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ (I) จำนวนประชากรกลุ่มที่หายจากการติดเชื้อ (R) และปริมาณของแบคทีเรีย *B. pseudomallei* (B)

2.3 วิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2.3.1 จุดสมดุล ซึ่งการหาจุดสมดุลดำเนินการโดยจัดสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นของตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ $\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0, \frac{dB}{dt} = 0$ จากสมการข้างต้นจะได้จุด

สมดุล 2 จุด นั่นคือ จุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาดของโรค (Disease-Free Equilibrium Point) และจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรค (Endemic Equilibrium Point)

2.3.2 ค่าระดับการติดเชื้อ (Basic Reproductive Number: $\mathcal{R}_0$) เป็นค่าเฉลี่ยที่ผู้ป่วยหนึ่งคนจะสามารถทำให้กลุ่มเสี่ยงป่วยเป็นจำนวนกี่คน โดยใช้วิธีการ Next Generation Matrix [12] โดยจัดสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นในรูป $\frac{dx}{dt} = F(x) - V(x)$ โดยที่ $F(x)$ คือ เมทริกซ์ของผู้ติดเชื้อรายใหม่ที่เพิ่มขึ้น และ $V(x)$ คือ เมทริกซ์การติดเชื้อที่เปลี่ยนสถานะจากกลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มหนึ่ง ซึ่งค่าระดับการติดเชื้อ คือ รัศมีสเปกตรัม (Spectral Radius) ของ FV^{-1} นั่นคือ $\mathcal{R}_0 = \rho(FV^{-1})$ สามารถบอกระดับการระบาดของประชากรได้ดังนี้

ถ้า $\mathcal{R}_0 < 1$ แสดงว่าไม่มีการแพร่ระบาดของโรค

ถ้า $\mathcal{R}_0 = 1$ แสดงว่าการแพร่ระบาดของโรคคงที่

ถ้า $\mathcal{R}_0 > 1$ แสดงว่ามีการแพร่ระบาดของโรค

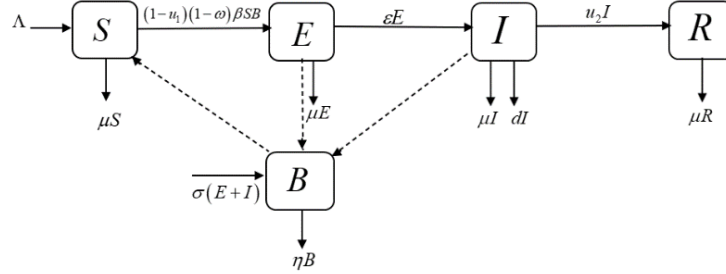
2.3.3 วิเคราะห์ความเสถียรภาพของจุดสมดุล พิจารณาจากค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียน เมทริกซ์ จากสมการลักษณะเฉพาะ $\det(J - \lambda I) = 0$ เมื่อ λ เป็นค่าลักษณะเฉพาะ J เป็นจาโคเบียน เมทริกซ์ และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $n \times n$ และศึกษาเงื่อนไขที่ทำให้จุดสมดุลมีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ (Locally Asymptotically Stable) โดยอาศัยเงื่อนไขของ Routh - Hurwitz [13]

2.3.4 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข เพื่อยืนยันผลลัพธ์ของจุดสมดุลและความเสถียรภาพของจุดสมดุล รวมทั้งศึกษาผลการใส่ร่องเท้าบูทที่มีต่อการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิส โดยการนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิส และบทความงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง [11], [14] และ [15]

3. ผลการวิจัย

3.1 ผลการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

การพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสที่มีผลจากการใส่ร่องเท้าบูทในครั้งนี้มีความสอดคล้องกับพฤติกรรมการเกิดโรค นั่นคือ โรคเมลิออยโดสิสเกิดจากการติดเชื้อแบคทีเรีย *B. pseudomallei* ซึ่งเป็นโรคที่สามารถติดเชื้อได้ทั้งในคนและสัตว์หลายชนิด โดยพบเชื้อในสิ่งแวดล้อม เช่น ดิน โคลน และแหล่งน้ำ หลังจากได้รับเชื้อจะอยู่ในระยะฟักตัวของโรค อาจสั้นเพียง 2 วัน หรือเป็นปี ขึ้นอยู่กับระยะการติดเชื้อและระยะเวลาแสดงอาการของโรค อีกทั้งโรคเมลิออยโดสิสสามารถรักษาให้หายขาดได้โดยการให้ยาปฏิชีวนะ ดังนั้นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นได้แบ่งกลุ่มประชากรออกเป็น 5 กลุ่ม ได้แก่ จำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) จำนวนประชากรกลุ่มที่ได้รับเชื้ออยู่ในระยะฟักเชื้อ (E) จำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ (I) จำนวนประชากรกลุ่มที่หายจากการติดเชื้อ (R) และปริมาณความเข้มข้นของแบคทีเรีย *B. pseudomallei* (B) โดยเรียกตัวแบบที่พัฒนาว่า ตัวแบบ SEIRB ซึ่งแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1. อธิบายความสัมพันธ์ของกลุ่มประชากรในตัวแทน SEIRB

จากรูปที่ 1 เป็นการอธิบายความสัมพันธ์ของกลุ่มประชากรในตัวแทน SEIRB ที่ได้พัฒนาขึ้น โดยที่ Λ เป็นอัตราการเกิด β เป็นอัตราการแพร่เชื้อ ϵ เป็นอัตราการฟักเชื้อ ω เป็นสัดส่วนของประชากรกลุ่มเสี่ยงที่ใส่รองเท้าบูท u_1 เป็นประสิทธิภาพการควบคุมดูแลสุขอนามัย u_2 เป็นอัตราการดูแลรักษาสำหรับผู้ติดเชื้อ μ เป็นอัตราการตายโดยธรรมชาติ d เป็นอัตราการเสียชีวิตจากการเกิดโรค σ เป็นอัตราการเพิ่มเข้าของแบคทีเรีย *B. pseudomallei* และ η เป็นอัตราการตายของแบคทีเรีย *B. pseudomallei* จากรูปที่ 1 สามารถอธิบายได้โดยสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้น ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \Lambda - (1-u_1)(1-\omega)\beta S B - \mu S \\ \frac{dE}{dt} &= (1-u_1)(1-\omega)\beta S B - (\epsilon + \mu)E \\ \frac{dI}{dt} &= \epsilon E - (u_2 + d + \mu)I \\ \frac{dR}{dt} &= u_2 I - \mu R \\ \frac{dB}{dt} &= \sigma(E + I) - \eta B\end{aligned}\tag{1}$$

โดยที่ $N = S + E + I + R$

3.2 ผลการวิเคราะห์ตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์

3.2.1 ผลการวิเคราะห์จุดสมดุล

จากการศึกษาจะได้ จุดสมดุล 2 จุด นั่นคือ

1) จุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาดของโรค เขียนแทนด้วย E_0 โดยที่

$$E_0 = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0, 0, 0, 0 \right)$$

2) จุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรค เขียนแทนด้วย E_1 โดยที่

$$E_1 = (S^*, E^*, I^*, R^*, B^*)$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } S^* &= \frac{\varepsilon\eta\Lambda}{\sigma\beta(u_2 + d + \mu + \varepsilon)(1-u_1)(1-\omega)I^* + \mu\varepsilon\eta}, E^* = \frac{(u_2 + d + \mu)I^*}{\varepsilon} \\ I^* &= \frac{\varepsilon\sigma\beta\Lambda(1-u_1)(1-\omega)(u_2 + d + \mu + \varepsilon) - \mu\varepsilon\eta(\varepsilon + \mu)(u_2 + d + \mu)}{\sigma\beta(1-u_1)(1-\omega)(u_2 + d + \mu + \varepsilon)(\varepsilon + \mu)(u_2 + d + \mu)}, \\ R^* &= \frac{u_2 I^*}{\mu}, B^* = \frac{\sigma(u_2 + d + \mu + \varepsilon)I^*}{\varepsilon\eta} \end{aligned}$$

3.2.2 ผลการวิเคราะห์ค่าระดับการติดเชื้อ

การหาค่าระดับการติดเชื้อ ใช้วิธี Next Generation Matrix [12] โดยเริ่มจากเขียนระบบ

สมการที่ (1) ในรูปเมทริกซ์ ดังนี้ $\frac{dx}{dt} = F(x) - V(x)$ โดยที่

$$x = \begin{bmatrix} S \\ E \\ I \\ R \\ B \end{bmatrix}, F(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ (1-u_1)(1-\omega)\beta SB \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ และ } V(x) = \begin{bmatrix} -\Lambda + (1-u_1)(1-\omega)\beta SB + \mu S \\ (\varepsilon + \mu)E \\ -\varepsilon E + (u_2 + d + \mu)I \\ -u_2 I + \mu R \\ -\sigma(E + I) + \eta B \end{bmatrix}$$

ซึ่งจาโคเบียนเมทริกซ์สำหรับเมทริกซ์ $F(x)$ และเมทริกซ์ $V(x)$ ที่จุดสมดุลไม่มีการแพร่ระบาดของโรค (E_0) ซึ่งแทนด้วยเมทริกซ์ F และ V ตามลำดับ

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-u_1)(1-\omega)\beta\Lambda}{\mu} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ และ } V = \begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-u_1)(1-\omega)\beta\Lambda}{\mu} \\ 0 & \varepsilon + \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon & u_2 + d + \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -u_2 & \mu & 0 \\ 0 & -\sigma & -\sigma & 0 & \eta \end{bmatrix}$$

จะได้

$$FV^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma\beta\Lambda(1-u_1)(1-\omega)(a_3 + \varepsilon)}{\mu\eta(\varepsilon + \mu)(u_2 + d + \mu)} & \frac{\sigma\beta\Lambda(1-u_1)(1-\omega)}{\mu\eta(u_2 + d + \mu)} & 0 & \frac{\beta\Lambda(1-u_1)(1-\omega)}{\mu\eta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ค่าลักษณะเฉพาะของ FV^{-1} คือ $\lambda_{1,2,3,4} = 0$ และ $\lambda_5 = \frac{\sigma\beta\Lambda(1-u_1)(1-\omega)(u_2 + d + \mu + \varepsilon)}{\mu\eta(\varepsilon + \mu)(u_2 + d + \mu)}$

จะได้ว่า $\mathfrak{R}_0 = \rho(FV^{-1}) = \max\{|\lambda_i|; i=1,2,3,4,5\}$ ดังนั้น

$$\mathfrak{R}_0 = \frac{\sigma\Lambda\beta(1-u_1)(1-\omega)(u_2+d+\mu+\varepsilon)}{\mu\eta(\varepsilon+\mu)(u_2+d+\mu)}$$

3.2.3 ผลการวิเคราะห์เสถียรภาพของจุดสมดุล

1) ผลการวิเคราะห์เสถียรภาพของจุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาดของโรค

ทฤษฎีบทที่ 3.1 ถ้า $\mathfrak{R}_0 < 1$ และ $R_1 < 1$ แล้วจุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาดของโรค (E_0) มีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ

บทพิสูจน์ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาดของโรคได้จากค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ของระบบสมการที่ (1) โดยพิจารณาที่จุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาดของโรค ดังนี้

$$J_0 = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 & 0 & -\frac{a_1\Lambda}{\mu} \\ 0 & -a_2 & 0 & 0 & \frac{a_1\Lambda}{\mu} \\ 0 & \varepsilon & -a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_2 & -\mu & 0 \\ 0 & \sigma & \sigma & 0 & -\eta \end{bmatrix}$$

พิจารณาค่าลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_0 - \lambda I) = 0$ จะได้

$$(\lambda + \mu)(\lambda + \mu)(\lambda^3 + A_1\lambda^2 + A_2\lambda + A_3) = 0 \quad (2)$$

โดยที่ $A_1 = a_2 + a_3 + \eta$, $A_2 = \frac{\mu(a_2(a_3 + \eta) + a_3\eta) - a_1\sigma\Lambda}{\mu}$, $A_3 = a_2a_3\eta(1 - \mathfrak{R}_0)$

$$a_1 = (1 - u_1)(1 - \omega)\beta, a_2 = \varepsilon + \mu, a_3 = u_2 + d + \mu$$

จากสมการที่ (2) จะได้ $\lambda_{1,2} = -\mu < 0$ และ $\lambda_{3,4,5}$ เป็นคำตอบของสมการ $\lambda^3 + A_1\lambda^2 + A_2\lambda + A_3 = 0$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh - Hurwitz [13] ผลการพิจารณามีดังนี้

1. $A_1 = a_2 + a_3 + \eta = \varepsilon + u_2 + d + \eta + 2\mu > 0$ จะได้ว่า $A_1 > 0$

2. $A_3 = a_2a_3\eta(1 - \mathfrak{R}_0)$ จะได้ว่า $A_3 > 0$ เมื่อ $\mathfrak{R}_0 < 1$

$$\begin{aligned} 3. A_1A_2 - A_3 &= (a_2 + a_3 + \eta) \left(\frac{\mu(a_2(a_3 + \eta) + a_3\eta) - a_1\sigma\Lambda}{\mu} \right) - a_2a_3\eta(1 - \mathfrak{R}_0) \\ &= (a_2 + a_3 + \eta)(a_2(a_3 + \eta) + a_3\eta) - \frac{(a_1\sigma\Lambda(a_2 + a_3 + \eta) + a_2a_3\eta\mu(1 - \mathfrak{R}_0))}{\mu} \\ &= (a_2 + a_3 + \eta)(a_2(a_3 + \eta) + a_3\eta)(1 - R_1) \end{aligned}$$

จะได้ว่า $A_1A_2 - A_3 > 0$ นั่นคือ $A_1A_2 > A_3$ เมื่อ $\mathfrak{R}_0 < 1$ และ $R_1 < 1$ โดยที่

$$R_1 = \frac{a_1\sigma\Lambda(a_2 + a_3 + \eta) + a_2a_3\eta\mu(1 - \mathfrak{R}_0)}{\mu(a_2 + a_3 + \eta)(a_2(a_3 + \eta) + a_3\eta)}$$

จะได้ว่าค่าลักษณะเฉพาะทุกตัวมีส่วนจริงเป็นลบ ดังนั้นจุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาดของโรค (E_0) มีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ เมื่อ $\mathcal{R}_0 < 1$ และ $R_1 < 1$

2) ผลการวิเคราะห์เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรค

ทฤษฎีบทที่ 3.2 ถ้า $\mathcal{R}_0 > 1$ และ $R_1 > 1$ เมื่อ $i = 2, 3$ แล้วจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรค (E_1) มีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ

บทพิสูจน์ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรคได้จากค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ของระบบสมการที่ (1) โดยพิจารณาที่จุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรค ดังนี้

$$J_1 = \begin{bmatrix} -\frac{a_1\sigma\Lambda(a_3+\varepsilon)-a_2a_3\eta\mu}{a_2a_3\eta} - \mu & 0 & 0 & 0 & -\frac{a_2a_3\eta}{\sigma(a_3+\varepsilon)} \\ \frac{a_1\sigma\Lambda(a_3+\varepsilon)-a_2a_3\eta\mu}{a_2a_3\eta} & -a_2 & 0 & 0 & \frac{a_2a_3\eta}{\sigma(a_3+\varepsilon)} \\ 0 & \varepsilon & -a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_2 & -\mu & 0 \\ 0 & \sigma & \sigma & 0 & -\eta \end{bmatrix}$$

พิจารณาค่าลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_1 - \lambda I) = 0$ จะได้

$$(\lambda + \mu)(\lambda^4 + B_1\lambda^3 + B_2\lambda^2 + B_3\lambda + B_4) = 0 \quad (3)$$

$$\text{โดยที่ } B_1 = \frac{(a_1b_1\sigma\Lambda + b_2b_3)}{b_3}, B_2 = \frac{(a_1b_1^2b_3\sigma\Lambda + b_3(a_3b_1(a_2 + \eta) + a_2\varepsilon\eta))}{b_1b_3}$$

$$B_3 = \frac{(a_1b_1^2\sigma\Lambda(a_3(a_2 + \eta) + a_2\eta) - b_3^2\mu)}{b_1b_3}, B_4 = b_3\mu(\mathcal{R}_0 - 1)$$

$$b_1 = a_3 + \varepsilon, b_2 = a_2 + a_3 + \eta, b_3 = a_2a_3\eta$$

จากสมการที่ (3) จะได้ $\lambda_1 = -\mu < 0$ และ $\lambda_{2,3,4,5}$ เป็นคำตอบของ $\lambda^4 + B_1\lambda^3 + B_2\lambda^2 + B_3\lambda + B_4 = 0$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh - Hurwitz [13] ผลการพิจารณามีดังนี้

$$1. B_1 = \frac{(a_1b_1\sigma\Lambda + b_2b_3)}{b_3} > 0 \text{ โดยที่ } a_1 = (1 - u_1)(1 - \omega)\beta > 0, a_2 = \varepsilon + \mu > 0,$$

$$a_3 = u_2 + d + \mu > 0, b_1 = a_3 + \varepsilon > 0, b_2 = a_2 + a_3 + \eta > 0 \text{ และ } b_3 = a_2a_3\eta > 0$$

$$2. B_3 = \frac{(a_1b_1^2\sigma\Lambda(a_3(a_2 + \eta) + a_2\eta) - b_3^2\mu)}{b_1b_3}$$

$$= \frac{b_3\mu}{b_1} \left(\frac{a_1b_1^2\sigma\Lambda(a_3(a_2 + \eta) + a_2\eta)}{b_3^2\mu} - 1 \right)$$

$$= \frac{b_3\mu(R_2 - 1)}{b_1}$$

จะได้ว่า $B_3 > 0$ เมื่อ $R_2 > 1$ โดยที่ $R_2 = \frac{a_1 b_1^2 \sigma \Lambda (a_3 (a_2 + \eta) + a_2 \eta)}{b_3^2 \mu}$

3. $B_4 = b_3 \mu (\eta_0 - 1)$ จะได้ว่า $B_4 > 0$ เมื่อ $\eta_0 > 1$

4. จาก $B_1 > 0, B_2 > 0, B_3 > 0, B_4 > 0$ เมื่อ $R_2 > 1$ และ $\eta_0 > 1$ ตามลำดับ

ให้ $G_1 = B_1 B_2 B_3 > 0$ และ $G_2 = B_1^2 B_4 + B_3^2 > 0$ จะได้ว่า $G_1 - G_2 = G_2 (R_3 - 1)$

ซึ่ง $B_1 B_2 B_3 - (B_1^2 B_4 + B_3^2) > 0$ นั่นคือ $B_1 B_2 B_3 > B_1^2 B_4 + B_3^2$ เมื่อ $R_3 > 1$ โดยที่ $R_3 = \frac{G_1}{G_2}$

จะได้ว่าค่าลักษณะเฉพาะทุกตัวมีส่วนจริงเป็นลบ เพราะฉะนั้นจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรค (E_1) มีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ เมื่อ $\eta_0 > 1$ และ $R_i > 1$ เมื่อ $i = 2, 3$

3.2.4 ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

ในหัวข้อนี้จะนำเสนอผลเชิงตัวเลขโดยนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการศึกษาข้อมูลการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังตารางที่ 1 สำหรับการตรวจสอบเงื่อนไขความเสถียรภาพของจุดสมดุลที่ได้จากการศึกษาในหัวข้อที่ 3.2.1-3.2.3 และศึกษาผลเชิงตัวเลขของสัดส่วนของประชากรกลุ่มเสี่ยงที่ใส่รองเท้าบูท (ω) ต่อการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิส

ตารางที่ 1. ค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสที่มีผลจากการใส่รองเท้าบูท

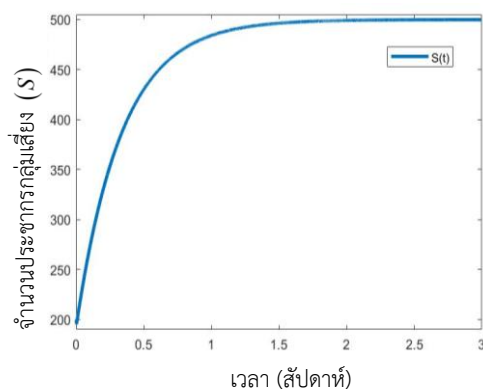
พารามิเตอร์	ความหมาย	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย	อ้างอิง
N	จำนวนประชากรทั้งหมด	500	คน	ค่าที่กำหนดขึ้น
Λ	อัตราการเกิด	$\mu \times N$	คนต่อสัปดาห์	[14]
β	อัตราการติดเชื้อ	0.004	ต่อสัปดาห์	[15]
μ	อัตราการตาย	0.000296	ต่อสัปดาห์	[14]
ε	อัตราการฟื้นระยะพักเชื้อ	0.6	ต่อสัปดาห์	[11]
d	อัตราการเสียชีวิตจากโรค	0.345	ต่อสัปดาห์	[11]
σ	อัตราการเพิ่มของแบคทีเรีย	0.8	ต่อสัปดาห์	[11]
η	อัตราการตายของแบคทีเรีย	0.5	ต่อสัปดาห์	[11]
u_1	ประสิทธิภาพการควบคุมดูแลสุขอนามัย	0.5	-	[11]
u_2	อัตราการดูแลสุขภาพผู้ติดเชื้อ	0.5	ต่อสัปดาห์	[11]
ω	สัดส่วนของประชากรกลุ่มเสี่ยงที่ใส่รองเท้าบูท	0 - 1	-	-

พิจารณาความเสถียรภาพของจุดสมดุลโดยใช้พารามิเตอร์ในตารางที่ 1 แสดงผลการศึกษาดังนี้

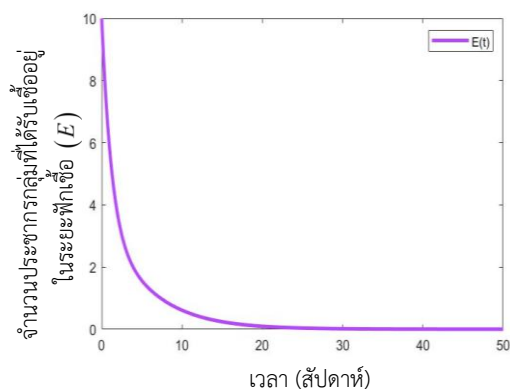
1) ความเสถียรภาพของจุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาด

เมื่อกำหนดผลรวมประชากร $N = 500$ คน กำหนดค่าเริ่มต้น $S(0) = 200, E(0) = 10, I(0) = 5, R(0) = 285$ และ $B(0) = 0.9$ และกำหนด $\omega = 0.85$ และพารามิเตอร์ค่าอื่น ๆ ตามตารางที่ 1 พบว่า ผลเชิงตัวเลขของระบบเข้าสู่จุดสมดุลไม่มีการแพร่ระบาด $E_0 = (500, 0, 0, 0, 0)$ โดยที่ $\eta_0 = 0.8483 < 1$ และตรวจสอบเงื่อนไขเสถียรภาพ พบว่า $A_1 = 1.6351 > 0, A_3 = 0.0886 > 0$ และ $A_1 A_2 - A_3 = 0.8922 > 0$ โดยที่

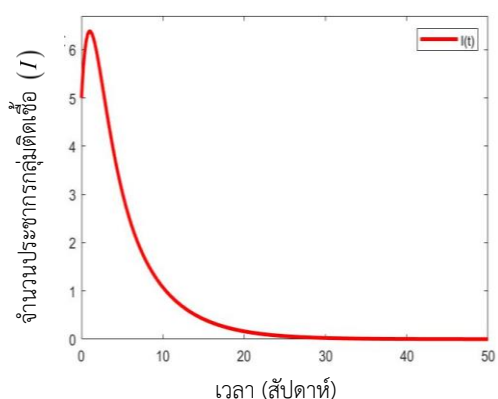
$R_1 = 0.1518 < 1$ จะได้ว่า $A_1 A_2 > A_3$ ซึ่งสอดคล้องเงื่อนไข Routh-Hurwitz และได้ค่าลักษณะเฉพาะนั้นคือ $\lambda_{1,2} = -0.000296$, $\lambda_3 = -0.0341$ และ $\lambda_{4,5} = -0.8005 \pm 0.2706i$ ซึ่งมีส่วนจริงเป็นลบทุกค่า และแสดงผลการเข้าสู่คำตอบดังแสดงในรูปที่ 2 ดังนั้นจุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาดของโรคมมีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ เมื่อ $\eta_0 < 1$ และ $R_1 < 1$ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีบทที่ 3.1



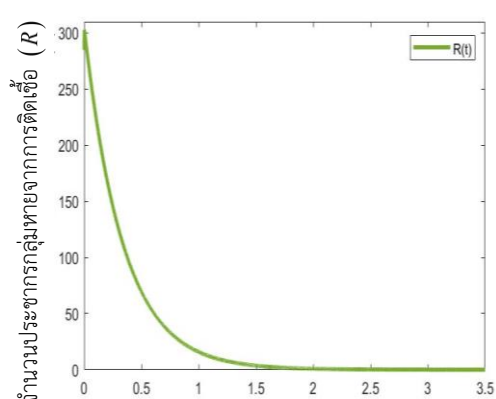
(a)



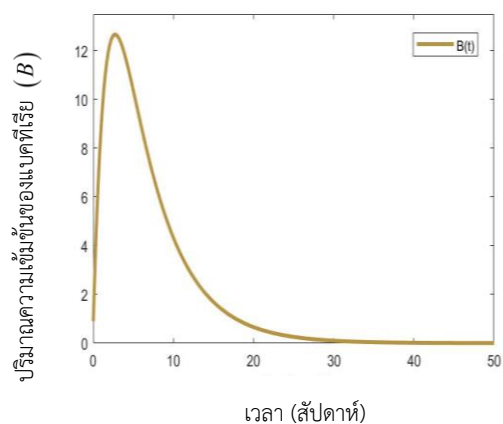
(b)



(c)



(d)



(e)

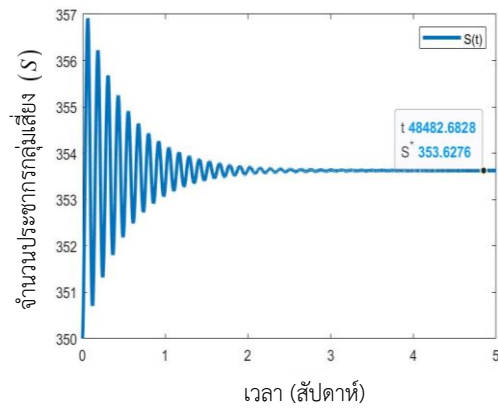
รูปที่ 2. กราฟแสดงคำตอบเชิงตัวเลขของกลุ่มประชากรเทียบกับเวลา (สัปดาห์) ผู้เข้าจุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาด

$E_0 = (500, 0, 0, 0, 0)$ เมื่อกำหนด $\omega = 0.85$ และพารามิเตอร์อื่น ๆ ตามตารางที่ 1

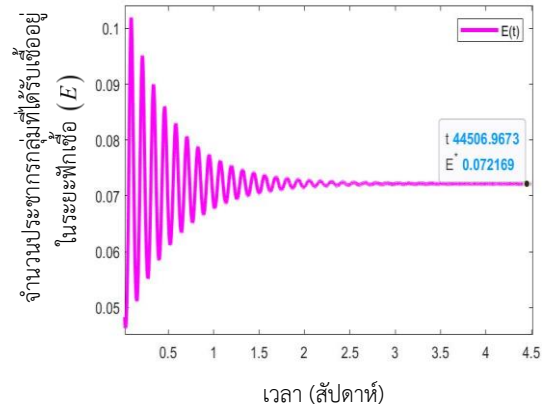
จากรูปที่ 2 เห็นได้ว่า เมื่อกำหนดสัดส่วนของประชากรกลุ่มเสี่ยงที่ใส่ร่องเท้าบูท $\omega = 0.85$ หรือกำหนดให้จำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงที่อาศัยอยู่ในพื้นที่ที่มีการแพร่ระบาดของโรคใส่ร่องเท้าบูท 85% พบว่า เมื่อเวลาผ่านไปจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงจะเพิ่มขึ้นและหลังจากนั้นจำนวนประชากรคงที่อยู่ที่ 500 คน เมื่อเวลาประมาณ 2 สัปดาห์ ในขณะที่จำนวนประชากรกลุ่มที่ได้รับเชื้ออยู่ในระยะฟักเชื้อ จำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ จำนวนประชากรกลุ่มหายจากการติดเชื้อ และปริมาณความเข้มข้นของแบคทีเรียลดลงเรื่อย ๆ จนกระทั่งมีค่าเท่ากับศูนย์ รวมทั้งค่าระดับการติดเชื้อ $\eta_0 = 0.8483 < 1$

2) ความเสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาด

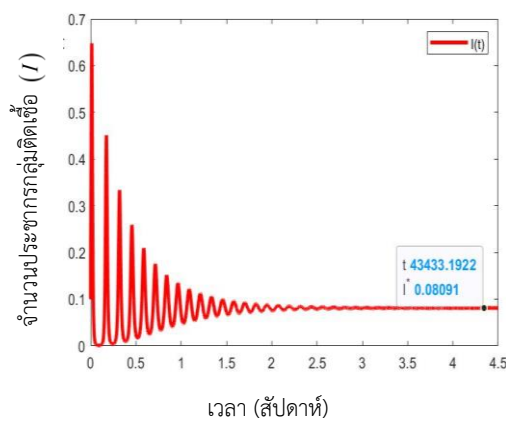
ในการศึกษาผลเชิงตัวเลขของความเสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาด กำหนด $\omega = 0.75$ และพารามิเตอร์อื่น ๆ ตามตารางที่ 1 พบว่าผลเชิงตัวเลขของระบบผู้เข้าจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาด $E_1 = (353.6273, 0.0722, 0.0809, 136.7815, 0.2450)$ และตรวจสอบเงื่อนไขเสถียรภาพ พบว่า $B_1 = 1.6355 > 0$, $B_3 = 0.0003 > 0$ โดยที่ $R_2 = 5.3293 > 1$, $B_4 = 0.00002 > 0$ โดยที่ $\eta_0 = 1.1923 > 1$ และ $B_1 B_2 B_3 - (B_1^2 B_4 + B_3^2) = 0.00035 > 0$ โดยที่ $R_3 = 7.6569 > 1$ จะได้ $B_1 B_2 B_3 > B_1^2 B_4 + B_3^2$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข Routh-Hurwitz และได้ค่าลักษณะเฉพาะ $\lambda_1 = -0.000296$, $\lambda_{2,3} = -0.8175 \pm 0.2806i$ และ $\lambda_{4,5} = -0.0002 \pm 0.0051i$ ซึ่งมีส่วนจริงเป็นลบทุกค่า และแสดงผลการใส่คำตอบซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 3 เมื่อกำหนดค่าเริ่มต้น $S(0) = 350$, $E(0) = 0.1$, $I(0) = 0.1$, $R(0) = 148$ และ $B(0) = 0.4$ ดังนั้นจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรคมีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ เมื่อ $\eta_0 > 1$ และ $R_i > 1$ เมื่อ $i = 2, 3$ ผลการศึกษาสอดคล้องกับทฤษฎีบทที่ 3.2



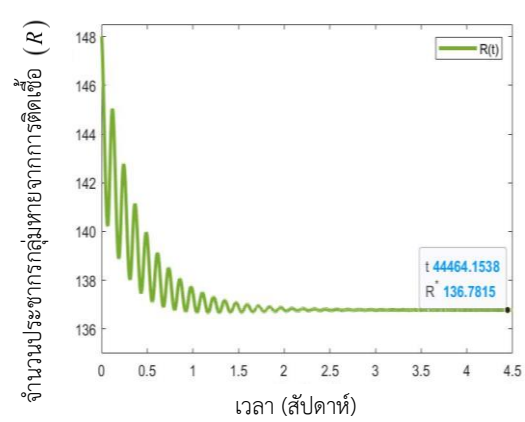
(a)



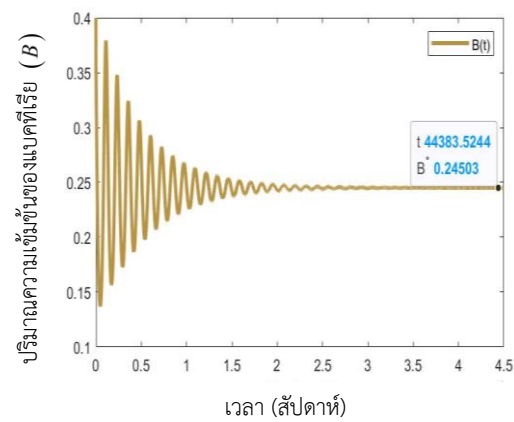
(b)



(c)



(d)



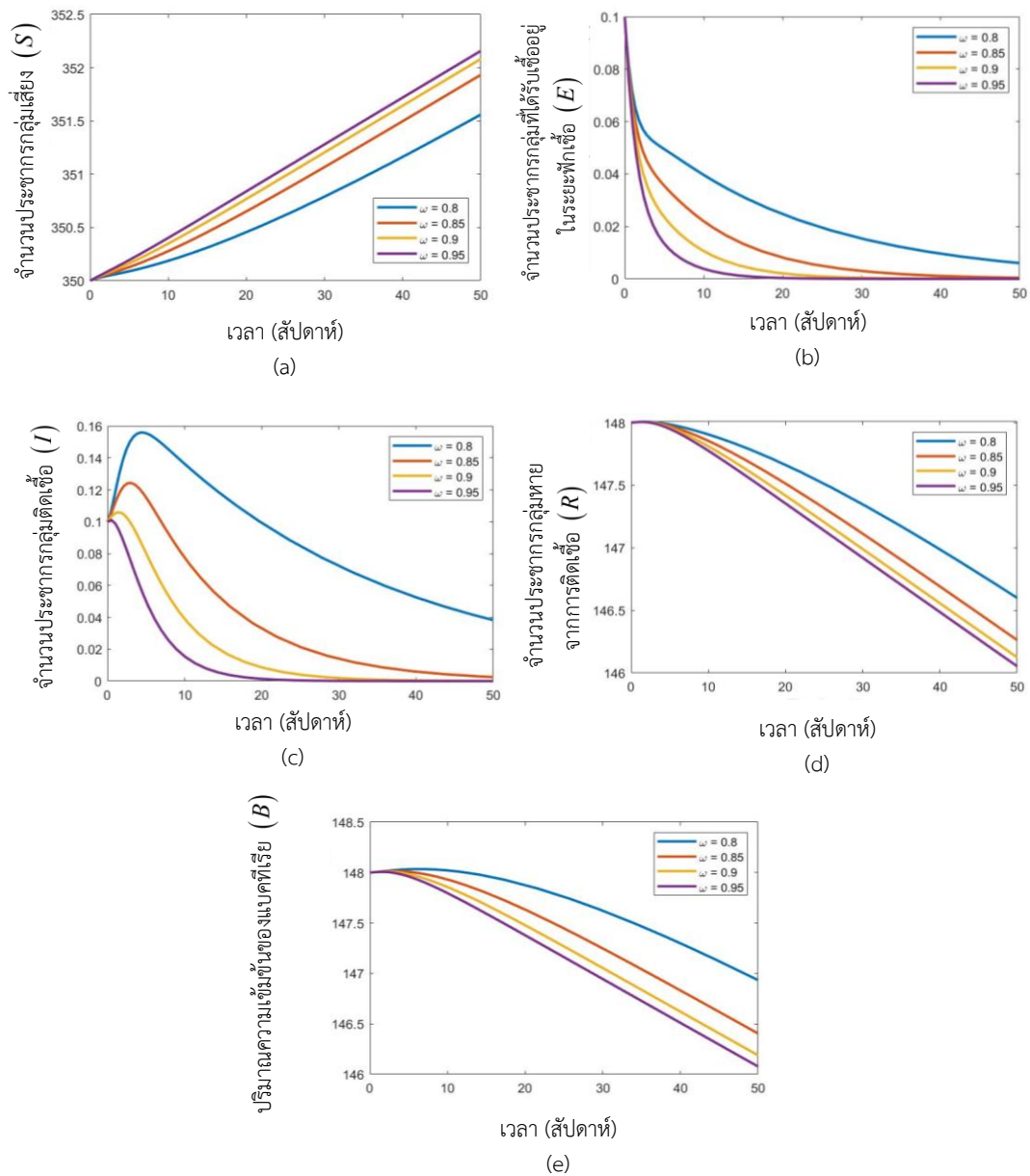
(e)

รูปที่ 3. กราฟแสดงคำตอบเชิงตัวเลขของกลุ่มประชากรเทียบกับเวลา (สัปดาห์) กลุ่มเข้าสู่จุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาด
 $E_1 = (353.6276, 0.0722, 0.0809, 136.7815, 0.2450)$ เมื่อกำหนด $\omega = 0.75$ และพารามิเตอร์อื่น ๆ ตามตารางที่ 1

จากรูปที่ 3 พบว่า เมื่อ $\omega = 0.75$ กราฟการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง กลุ่มที่ได้รับเชื้ออยู่ในระยะฟักเชื้อ กลุ่มติดเชื้อ กลุ่มหายจากการติดเชื้อและปริมาณความเข้มข้นของแบคทีเรียมีลักษณะแกว่ง (Oscillate) คือจำนวนประชากรแต่ละกลุ่มมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา โดยที่ค่าระดับการติดเชื้อ $\eta_0 = 1.1923$ หมายความว่า ถ้า $\omega = 0.75$ หรือจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงที่อาศัยอยู่ในพื้นที่ที่มีการแพร่ระบาดของโรคใส่รองเท้าบูท 75% ไม่เพียงพอต่อการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิส ดังนั้นจึงได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ของสัดส่วนของประชากรกลุ่มเสี่ยงที่ใส่รองเท้าบูทกับจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ (I) และค่าระดับการติดเชื้อ (η_0) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สามารถใช้ในการป้องกันโรคได้ แสดงผลการศึกษาในหัวข้อ 3.2.5

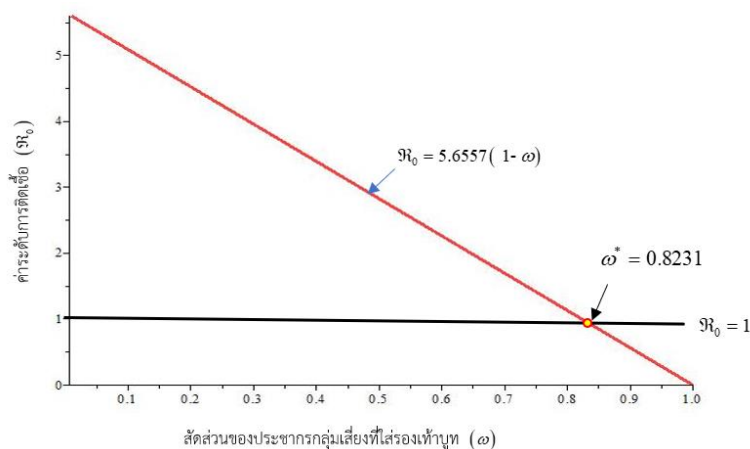
3.2.5 ผลการใส่รองเท้าบูทที่มีผลต่อการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิส

การศึกษาค้นคว้าผลการใส่รองเท้าบูทที่มีผลต่อการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิส เมื่อมีการกำหนดให้สัดส่วนของประชากรกลุ่มเสี่ยงที่ใส่รองเท้าบูท (ω) ที่ $\omega = 0.80, 0.85, 0.90, 0.95$ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์กับจำนวนประชากรและค่าระดับการติดเชื้อ ผลการศึกษาดังรูปที่ 4 และ 5



รูปที่ 4. อัตราเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากร เทียบกับเวลา เมื่อ $\omega = 0.80, 0.85, 0.90, 0.95$

และพารามิเตอร์อื่น ๆ ตามตารางที่ 1



รูปที่ 5. กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ของสัดส่วนของประชากรกลุ่มเสี่ยงที่ใส่รองเท้าบูท (ω)
กับค่าระดับการติดเชื้อ (R_0)

จากรูปที่ 4 กำหนด $\omega = 0.80, 0.85, 0.90, 0.95$ หมายความว่า จำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงที่อาศัยอยู่ในพื้นที่ที่มีการแพร่ระบาดของโรคใส่รองเท้าบูทเท่ากับ 80%, 85%, 90% และ 95% ตามลำดับ พบว่าเมื่อเพิ่มสัดส่วนของประชากรกลุ่มเสี่ยงที่ใส่รองเท้าบูทจะทำให้จำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงเพิ่มขึ้น จำนวนประชากรกลุ่มที่ได้รับเชื้ออยู่ในระยะฟักเชื้อ จำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ จำนวนประชากรกลุ่มหายจากการติดเชื้อ และปริมาณความเข้มข้นของแบคทีเรียลดลง สอดคล้องกับรูปที่ 5 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนของประชากรกลุ่มเสี่ยงที่ใส่รองเท้าบูทกับค่าระดับการติดเชื้อ จะได้ว่าเมื่อเพิ่มสัดส่วนของประชากรกลุ่มเสี่ยงที่ใส่รองเท้าบูทจะทำให้ค่าระดับการติดเชื้อลดลง โดยค่าวิกฤต $\omega^* = 0.8231$ นั่นคือ ถ้าจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงใส่รองเท้าบูทมากกว่า 82.31% จึงทำให้ $R_0 < 1$ ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าการใส่รองเท้าบูทมีผลต่อการควบคุมและลดการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสได้

4. สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้ได้พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิสที่มีผลจากการใส่รองเท้าบูท โดยแบ่งประชากรออกเป็น 5 กลุ่ม ประกอบด้วย จำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) จำนวนประชากรกลุ่มที่ได้รับเชื้ออยู่ในระยะฟักเชื้อ (E) จำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ (I) จำนวนประชากรกลุ่มที่หายจากการติดเชื้อ (R) และปริมาณความเข้มข้นของแบคทีเรีย *B. pseudomallei* (B) ผลการวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้พัฒนาขึ้น พบว่า มีจุดสมดุล 2 จุด คือ จุดสมดุลที่ไม่มีการแพร่ระบาดของโรค

และจุดสมมูลที่มีการแพร่ระบาดของโรค รวมทั้งค่าระดับการติดเชื้อ ($\mathcal{H}_0$) และ R_i เมื่อ $i=1,2,3$ เป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการควบคุมโรคและเป็นเงื่อนไขการตรวจสอบความเสถียรภาพของจุดสมมูล นั่นคือ ถ้า $\mathcal{H}_0 < 1$ และ $R_i < 1$ แล้วจุดสมมูลที่ไม่มีการแพร่ระบาดของโรคมีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ และถ้า $\mathcal{H}_0 > 1$ และ $R_i > 1$ เมื่อ $i=2,3$ แล้วจุดสมมูลที่มีการแพร่ระบาดของโรคมีความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ

จากการพิจารณาผลการใส่รองเท้าบูท พบว่า ถ้าประชากรกลุ่มเสี่ยงที่อาศัยอยู่ในพื้นที่ที่มีการแพร่ระบาดของโรคใส่รองเท้าบูทน้อยจะส่งผลให้จำนวนผู้ติดเชื้อและค่าระดับการติดเชื้อเพิ่มขึ้น ในทางตรงกันข้ามถ้าประชากรกลุ่มเสี่ยงที่อาศัยอยู่ในพื้นที่ที่มีการแพร่ระบาดของโรคใส่รองเท้าบูทมากขึ้นจะส่งผลให้จำนวนผู้ติดเชื้อและค่าระดับการติดเชื้อลดลง แสดงให้เห็นว่า การใส่รองเท้าบูทเป็นปัจจัยหนึ่งที่สามารถช่วยในการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคเมลิออยโดสิส ซึ่งสอดคล้องกับกรมควบคุมโรค [1] ได้เสนอแนะแนวทางการป้องกันโรคสำหรับผู้ที่มีความเสี่ยงติดเชื้อโรคเมลิออยโดสิสให้ใส่รองเท้าบูทเมื่อต้องลุยน้ำย่ำโคลนหรือสัมผัสดินและน้ำโดยตรง และสอดคล้องกับการศึกษาของ Hinjoy et al. [8] ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับโรคเมลิออยโดสิสในประเทศไทยในปัจจุบันและอนาคต ซึ่งได้เสนอแนวทางในการป้องกันโรคเมลิออยโดสิสโดยการสวมรองเท้าบูทเช่นกัน

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิเป็นอย่างสูงที่ให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ และขอขอบคุณสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี ที่ให้การสนับสนุนการดำเนินการวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง (References)

- [1] กองโรคติดต่อทั่วไป กรมควบคุมโรค. 2564. คู่มือโรคเมลิออยด์. สำนักพิมพ์อักษรกราฟฟิคแอนด์ดีไซน์, กรุงเทพฯ. [Division of Communicable Diseases Department of Disease Control. 2021. Guideline of Melioidosis. Graphic and Design Publishing, Bangkok. (in Thai)]
- [2] Infectious Diseases Society of America. 2023. Melioidosis outbreak in Hong Kong: What is the cause?. Available at: <https://www.idsociety.org>. Retrieved 17 March 2023.
- [3] Thailand reports increase in melioidosis in 2022. 2022. Available at: <http://outbreaknewstoday.com/thailand-reports-increase-in-melioidosis-in-2022/>. Retrieved 30 March 2023.
- [4] กรมควบคุมโรค. 2566. พยากรณ์โรคและภัยสุขภาพรายสัปดาห์ ฉบับที่ 11/2565 “เดือนประชาชนระวังป่วยโรคเมลิออยโดสิสคนที่มีแผล ควรเลี่ยงการเดินลุยน้ำย่ำโคลน”. แหล่งข้อมูล : <https://ddc.moph.go.th/>. ค้นเมื่อวันที่ 30 มีนาคม 2566.

- [5] ศูนย์วิจัยโรคmelioidosis. 2557. รายงานประจำปี 2557. คณะแพทยศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น. [Center of Melioidosis Research. 2014. Annual Report 2014. Faculty of Medicine, Khon Kaen University, Khon Kaen. (in Thai)]
- [6] Mahikul, W. et al. 2019. Modelling population dynamics and seasonal movement to assess and predict the burden of melioidosis. *PLOS Neglected Tropical Diseases*, 3(5), 1-15, <https://doi.org/10.1371/journal.pntd.0007380>.
- [7] พรวิไล ขาญกสิกรรม และพนัน พงศ์สัมพันธ์. 2563. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์การระบาดของโรคmelioidosisจากสัตว์สู่คนโดยพิจารณาจากผลกระทบปัจจัยปริมาณน้ำฝน. *วารสารวิทยาศาสตร์ประยุกต์*, 19(1), 80-94, <https://doi.org/10.14416/j.appsci.2020.01.007>. [Pornwilai Chankitkan and Puntani Pongsumpun. 2020. A mathematical model of melioidosis transmission in humans and animals with the effect of a rainfall factor. *The Journal of Applied Science*, 19(1), 80-94, <https://doi.org/10.14416/j.appsci.2020.01.007>. (in Thai)]
- [8] Hinjoy, S. et al. 2018. Melioidosis in Thailand: Present and future. *Tropical Medicine and Infectious Disease*, 3(38), 1-16, <https://doi.org/10.3390/tropicalmed3020038>.
- [9] Pongsumpun, P. 2020. Transmission model of *Burkholderia Pseudomallei* infection in Thailand. Proceedings 20th PATTAYA International Conference on Science, Engineering, Technology & Natural Resources (SETNR-20), Pattaya, Thailand, 11-16, <https://doi.org/10.17758/URUAE12.UL08201027>.
- [10] Engida, H.A. et al. 2022. A mathematical model analysis of the human melioidosis transmission dynamics with an asymptomatic case. *Heliyon*, 8(11), 1-16, <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2022.e11720>.
- [11] Tavaen, S. and Viriyapong, R. 2019. Global stability and optimal control of melioidosis transmission model with hygiene care and treatment. *NU. International Journal of Science*, 16(2), 31-48, <https://doi.org/10.1504/IJMIC.2020.112294>.
- [12] van den Driessche, P. and Watmough, J. 2002. Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences*, 180, 29-48, [https://doi.org/10.1016/S0025-5564\(02\)00108-6](https://doi.org/10.1016/S0025-5564(02)00108-6).
- [13] Edelstein-Keshet, L. 1988. Mathematical Models in Biology. Random House Publisher, New York.

- [14] Pongsumpun, P. 2017. Mathematical model of Influenza with seasons in Thailand. Proceedings of the 6th Burapha University International Conference 2017, Bangsaen, Chonburi, Thailand, 494-502.
- [15] Khan, M.A., Islam, S. and Khan, S.A. 2014. Mathematical modeling towards the dynamical interaction of leptospirosis. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 8(3), 1049-1056.