

การสร้างฐานตารางปลายกระดานของหมากรุกไทย
การศึกษาเชิงคำนวณกรณีม้ากับเบี้ยหงายและโคนกับเบี้ยหงาย
Building Makruk Endgame Tablebases: A Computational Study of
Ma-Bia Ngai and Khon-Bia Ngai Endgames

ธนาพล ทัดสวน^{1*} และ ทศพล ธนะทิพานนท์²

Thanapon Tudsuan^{1*} and Thotsaphon Thanatipanonda²

¹คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี จ.กาญจนบุรี ประเทศไทย

²บริษัท เอ. ไอ. เมคคาทรอนิกส์ จำกัด จ.นนทบุรี ประเทศไทย

¹Faculty of Industrial Technology, Kanchanaburi Rajabhat University, Kanchanaburi, Thailand

²A. I. Mechatron Co., Ltd., Pak Kret District, Nonthaburi, Thailand

วันที่ส่งบทความ : 19 กุมภาพันธ์ 2569 วันที่แก้ไขบทความ : 15 มิถุนายน 2569 วันที่ตอบรับบทความ : 17 มิถุนายน 2569

Received: 19 February 2026, Revised: 15 June 2026, Accepted: 17 June 2026

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างฐานตารางปลายกระดาน (Endgame tablebases) ของเกมหมากรุกไทย เพื่อวิเคราะห์ผลลัพธ์ของตำแหน่งปลายกระดานที่ซับซ้อน 2 รูปแบบ ได้แก่ 1) ม้ากับเบี้ยหงาย และ 2) โคนกับเบี้ยหงาย โดยพิจารณาว่าตำแหน่งดังกล่าวมีผลเป็นชนะหรือเสมอตามกติกาหมากรุกไทย สำหรับรูปแบบที่ 1 ฝ่ายไล่ประกอบด้วย ขุน 1 ตัว ม้า 1 ตัว และเบี้ยหงาย 1 ตัว ขณะที่ฝ่ายหนีมีขุน 1 ตัว ผลการวิเคราะห์ด้วยคอมพิวเตอร์พบว่า มีตำแหน่งที่ต้องตามกติกาทั้งหมด 11,930,016 ตำแหน่ง ในจำนวนนี้ ฝ่ายไล่สามารถบังคับให้ชนะได้ 472,900 ตำแหน่ง โดยใช้จำนวนการเดินสูงสุด 36 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 3.96 ส่วนตำแหน่งเสมอมือ 11,457,116 ตำแหน่ง คิดเป็นร้อยละ 96.04 ทั้งนี้ รูปแบบดังกล่าวไม่ส่งผลกระทบจากกติกาหมากรุกไทยในส่วนของการนับศักดิ์หมากของม้า ซึ่งกำหนดให้ฝ่ายหนีสามารถนับได้สูงสุด 64 ครั้ง สำหรับรูปแบบที่ 2 ฝ่ายไล่ประกอบด้วยขุน 1 ตัว โคน 1 ตัว และเบี้ยหงาย 1 ตัว ขณะที่ฝ่ายหนีมีขุน 1 ตัว ผลการวิเคราะห์พบว่า มีตำแหน่งที่ต้องตามกติกาทั้งหมด 12,170,304 ตำแหน่ง ในจำนวนนี้ฝ่ายไล่สามารถบังคับให้ชนะได้ 10,438,976 ตำแหน่ง โดยใช้จำนวนการเดินสูงสุด 57 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 85.77 ส่วนตำแหน่งเสมอมือ 1,731,328 ตำแหน่ง คิดเป็นร้อยละ 14.23 และเมื่อพิจารณากฎการนับศักดิ์หมากของโคน ซึ่งกำหนดให้ฝ่ายหนีนับได้สูงสุด 44 ครั้ง โดยปรับลดตามจำนวนหมากทั้งหมดบนกระดานที่มี 4 ตัว (ฝ่ายไล่มีขุน 1 ตัว โคน 1 ตัว และเบี้ยหงาย 1 ตัว ฝ่ายหนีมีขุน 1 ตัว) พบว่า ฝ่ายไล่มีโอกาสเดินได้เพียง 41 ครั้ง หากไม่สามารถทำการรุกจนได้ภายในกำหนด เกมจะถือว่าเสมอกัน ส่งผลให้จำนวนตำแหน่งที่ฝ่ายไล่สามารถบังคับให้ชนะลดลงเหลือ 10,160,936 ตำแหน่ง หรือคิดเป็นร้อยละ 83.49 เนื่องจากมี 278,040 ตำแหน่ง ที่ต้องใช้จำนวนการเดินมากกว่า 41 ครั้ง

*ที่อยู่ติดต่อ E-mail address: thanapon.tu@kru.ac.th

<https://doi.org/10.55003/scikmitl.2026.270913>

คำสำคัญ : ฐานตารางปลายกระดาน อัลกอริทึมเกม หมากรุกไทย การนับศักดิ์หมากรุก

Abstract

This research aims to construct Endgame tablebases for the Makruk (Thai Chess) game in order to analyze the outcomes of two complex endgame patterns 1) Ma-Bia Ngai (Knight with Promoted Pawn) and 2) Khon-Bia Ngai (Bishop with Promoted Pawn), considering whether these positions result in a win or a draw according to the rules of Makruk. In the first pattern, the chasing side consists of one King, one Knight, and one Promoted Pawn, while the escaping side has one King. Computer analysis revealed a total of 11,930,016 legal positions, of which the chasing side can force a win in 472,900 positions, requiring a maximum of 36 moves, accounting for 3.96% of all positions. The remaining 11,457,116 positions (96.04%) result in a draw. This pattern is not affected by the Makruk rule on counting the Knight's moves, which allows the escaping side to count up to 64 moves. In the second pattern, the chasing side consists of one King, one Bishop, and one Promoted Pawn, while the escaping side has one King. Analysis found a total of 12,170,304 legal positions, of which the chasing side can force a win in 10,438,976 positions, requiring up to 57 moves, accounting for 85.77% of all positions, and 1,731,328 positions (14.23%) are draws. However, according to the Makruk rule on counting the Bishop's moves, the escaping side may count up to 44 moves, which must be adjusted based on the total number of pieces on the board (4 pieces: one chasing King, one Bishop, one Promoted Pawn, and one escaping King). Consequently, the chasing side can only move for 41 moves, and if it fails to checkmate within this limit, the game is considered a draw. This adjustment reduces the number of positions where the chasing side can force a win to 10,160,936, lowering the winning ratio to 83.49%, as 278,040 positions require more than 41 moves to complete.

Keywords: Endgame tablebases, Game algorithms, Makruk, Piece-Counting rule

1. บทนำ

หมากรุกไทย (Makruk) เป็นเกมกระดานที่ใช้ความคิดและการวางกลยุทธ์ระหว่างผู้เล่นสองฝ่ายโดยตัวหมากแต่ละชนิดมีอำนาจและรูปแบบการเดินที่แตกต่างกันออกไป (Rodloytuk, 2024) เกมหมากรุกไทยจะสิ้นสุดลงด้วยผลแพ้-ชนะ ก็ต่อเมื่อขุนของฝ่ายใดฝ่ายหนึ่งถูกโจมตีเรียกว่า “รุก” และไม่สามารถหลีกเลี่ยงจากการถูกโจมตีได้เรียกว่า “รุกจน” (Prapaithrakul, 2023) ในทางตรงกันข้าม เกมจะจบลงด้วยผลเสมอเมื่อเกิดสถานการณ์ เช่น การอับหรือการนับครบศักดิ์ เป็นต้น

การนับเพื่อขอเสมอสามารถกระทำได้อีกต่อเมื่อบนกระดานของทั้งสองฝ่ายไม่มีเบี้ยคว่ำเหลืออยู่หรือเบี้ยคว่ำทั้งหมดได้เปลี่ยนสถานะเป็นเบี้ยหงายแล้ว โดยการนับแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ 1) การนับศักดิ์กระดาน และ 2) การนับศักดิ์หมาก การนับศักดิ์กระดานเป็นกรณีที่ฝ่ายซึ่งเห็นว่าตนเองเสียเปรียบยังมีขุนและตัวหมากอื่น ๆ (ที่ไม่ใช่เบี้ยคว่ำ) เหลืออยู่ (Tudsuan & Jearanaitanakij, 2021) โดยสามารถขอเสมอด้วยการนับตาเดินของตนเองเพียงฝ่ายเดียว เริ่มนับตาเดินครั้งที่ 1 ต่อเนื่องจนถึงจำนวนครั้งที่กติกากำหนด คือ 64 ครั้ง หากครบจำนวน 64 ครั้งแล้ว ฝ่ายใดยังไม่สามารถทำให้เกิดการรุกจนได้ เกมจะถือว่าจบลงด้วยผลเสมอทันที

ส่วนการนับศักดิ์หมากนั้น ฝ่ายหนึ่งจะต้องเหลือขุนเพียงตัวเดียวจึงสามารถเริ่มนับได้ โดยจำนวนครั้งที่ใช้ในการหนีจะขึ้นอยู่กับชนิดและจำนวนตัวหมากของฝ่ายใดที่ยังคงอยู่บนกระดาน การไล่ศักดิ์หมาก ในหมากรุกไทยถูกกำหนดไว้อย่างชัดเจนในกติกา โดยฝ่ายหนึ่งเริ่มนับตาเดินถัดไปจากผลรวมจำนวน ตัวหมากของทั้งสองฝ่ายที่มีอยู่บนกระดาน และทำการนับตาเดินจนถึงจำนวนศักดิ์หมากของฝ่ายใด กล่าวคือ ศักดิ์เรือ 1 ลำ ให้นับถึง 16 ครั้ง (เรือ 2 ลำ นับถึง 8 ครั้ง) ศักดิ์โคน 1 ตัว ให้นับถึง 44 ครั้ง (โคน 2 ตัว นับถึง 22 ครั้ง) ศักดิ์ม้า 1 ตัว ให้นับถึง 64 ครั้ง (ม้า 2 ตัว นับถึง 32 ครั้ง) และศักดิ์เม็ดหรือ เบี้ยหงายไม่จำกัดจำนวนให้นับถึง 64 ครั้ง ทั้งนี้ หากฝ่ายใดไม่สามารถทำการรุกจนได้ภายในจำนวนครั้งที่กำหนด เกมจะถูกตัดสินให้มีผลเสมอ (Huntington & Haworth, 2015)

งานวิจัยนี้มุ่งศึกษาการไล่ศักดิ์หมากในกรณีที่ฝ่ายใดมีตัวหมากรวม 4 ตัว จำนวน 2 รูปแบบ ได้แก่ 1) รูปแบบที่ฝ่ายใดมีขุน ม้า และเบี้ยหงาย โดยฝ่ายหนึ่งเริ่มนับตาเดินตั้งแต่ตาที่ 5 จนถึง 64 ครั้ง (ฝ่ายใดมีจำนวนการไล่ที่จำกัด คือ 61 ครั้ง) และ 2) รูปแบบที่ฝ่ายใดมีขุน โคน และเบี้ยหงาย โดยฝ่ายหนึ่งเริ่มนับตาเดินตั้งแต่ตาที่ 5 จนถึง 44 ครั้ง (ฝ่ายใดมีจำนวนการไล่ที่จำกัด คือ 41 ครั้ง) ทั้งสองรูปแบบนี้ถือเป็นตำแหน่งที่ได้รับความสนใจในวงการหมากรุกไทย เนื่องจากผลการแข่งขันจริงระหว่างผู้เล่นที่มีฝีมือพบว่ายังมีความแตกต่างกัน ทั้งในลักษณะของผลแพ้-ชนะ และผลเสมอ

ดังนั้น งานวิจัยนี้จึงนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการพิสูจน์เชิงคำนวณและสร้างฐานตารางปลายกระดาน (Endgame tablebases) (Sadmine et al., 2024) สำหรับทั้งสองรูปแบบ เพื่อหาข้อเท็จจริงว่ามีตำแหน่งที่เป็นชัยชนะและตำแหน่งเสมอจำนวนเท่าใด อันจะเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาและพัฒนาองค์ความรู้ในวงการหมากรุกไทยต่อไป (Janko & Guid, 2016)

2. วิธีดำเนินการวิจัย

2.1 ฐานตารางปลายกระดาน

การสร้างฐานตารางปลายกระดานเหมาะสมอย่างยิ่งสำหรับการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการวิเคราะห์เกมกระดานประเภทต่าง ๆ เช่น หมากรุกและหมากฮอส (Van Rijn & Vis, 2014) โดยเฉพาะในกรณีที่จำนวนตัวหมากบนกระดานเหลือน้อย ทั้งนี้การสร้างฐานตารางปลายกระดานอาศัยหลักการของทฤษฎีย้อนกลับ (Retrograde analysis) ในการคำนวณ โดยเริ่มจากการกำหนดตำแหน่งที่เกิดการรุกจนหรือชนะ แล้วจึงคำนวณย้อนกลับในทุกตาเดินที่เป็นไปได้ของตัวหมากอย่างละเอียด (Wu & Beal, 2001) ผลลัพธ์ที่ได้จากฐานตารางปลายกระดานสามารถระบุได้อย่างชัดเจนว่าตำแหน่งใดมีผลเป็นชนะ เสมอ หรือ แพ้ ภายใต้สมมติฐานที่ว่าทั้งฝ่ายใดและฝ่ายหนึ่งเดินหมากได้อย่างถูกต้องและเหมาะสมที่สุด นอกจากนี้ ใน

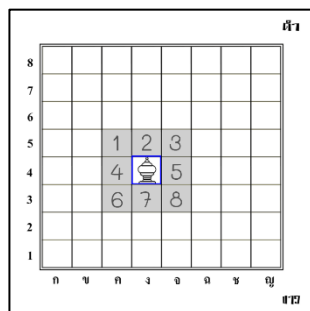
กรณีตำแหน่งมีผลเป็นชนะ เสมอ หรือแพ้ คอมพิวเตอร์ ยังสามารถระบุจำนวนการเดินทั้งหมดที่เป็นไปได้ ซึ่งสามารถนำไปสู่ผลลัพธ์นั้น ๆ ได้อีกด้วย (Haque et al., 2022) ในบางตำแหน่งที่มนุษย์วิเคราะห์ว่าเป็น ตำแหน่งเสมอ คอมพิวเตอร์สามารถพิสูจน์ได้ว่าตำแหน่งดังกล่าวมีผลเป็นแพ้-ชนะ เนื่องจากลักษณะของ ตำแหน่งมีความซับซ้อนเกินกว่าความสามารถในการคำนวณของมนุษย์ (Nalimov et al., 2000) ตัวอย่างเช่น ฐานตารางปลายกระดานของหมากรุกสากล ซึ่งในปี ค.ศ. 2018 Bojun Guo ได้เผยแพร่ฐาน ตารางปลายกระดานที่ครอบคลุมตำแหน่งซึ่งมีตัวหมากรวมกันไม่เกิน 7 ตัว และใช้พื้นที่จัดเก็บข้อมูล ประมาณ 17 เทระไบต์ (Haworth, 2019)

2.1.1 กติกาการเดินของตัวหมากไทย

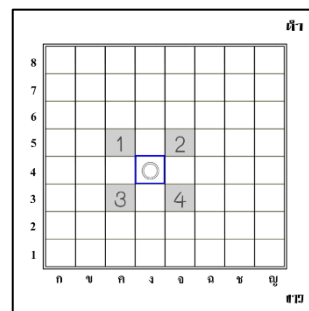
ตัวหมากในเกมหมากรุกไทยที่นำมาพิจารณาในการวิจัยนี้ประกอบด้วยตัวหมากทั้งหมด 4 ประเภท ได้แก่ 1) ขุน 2) ม้า 3) โคน และ 4) เบี้ยหยาย ซึ่งเป็นตัวหมากที่มีบทบาทสำคัญในตำแหน่งปลายกระดาน (Janko & Guid, 2016) ที่ใช้ในการสร้างฐานตารางปลายกระดาน ทั้งนี้ ตัวหมากแต่ละประเภทมีกติกาและ รูปแบบการเดินที่แตกต่างกัน ซึ่งส่งผลโดยตรงต่อผลลัพธ์ของเกมในเชิงกลยุทธ์ ดังนี้

- 1) ขุน เดินได้ครั้งละหนึ่งช่องในทุกทิศทางและห้ามเดินเข้าสู่ช่องที่ถูกโจมตีโดยฝ่ายตรงข้าม
- 2) ม้า เดินเป็นรูปตัวแอล (L-shape) และสามารถกระโดดข้ามตัวหมากอื่นได้
- 3) โคน เดินได้ทั้งแนวตรงไปข้างหน้าและแนวทแยงมุมครั้งละหนึ่งช่อง
- 4) เบี้ยหยาย เหมือนเม็ดทุบทุกประการ เดินในแนวทแยงมุมครั้งละหนึ่งช่องทั้งด้านหน้าและด้านหลัง

กติกาการเดินของตัวหมากแต่ละประเภทดังกล่าวสามารถสรุปและแสดงรายละเอียดเชิงภาพ ได้ดังรูปที่ 1 และดังรูป 2 ซึ่งใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการกำหนดสถานะของเกมและการคำนวณตำแหน่ง ต่าง ๆ (Haworth, 2019) ในกระบวนการสร้างฐานตารางปลายกระดานต่อไป

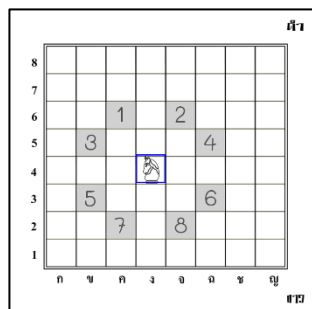


ก) อำนาจการเดินของขุน 8 ช่อง

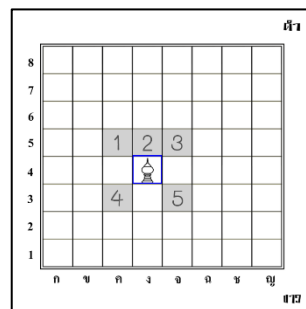


ข) อำนาจการเดินของเบี้ยหยาย 4 ช่อง

รูปที่ 1. อำนาจการเดินของตัวหมากขุนและเบี้ยหยาย



ค) อำนาจการเดินของม้า 8 ช่อง

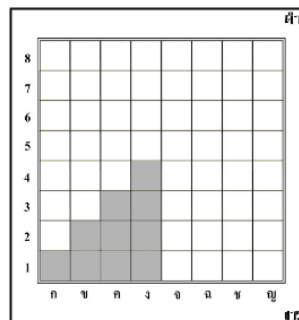
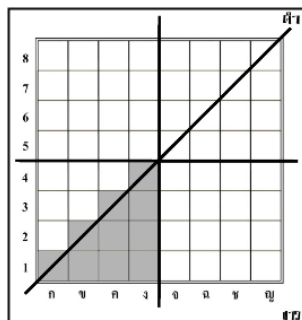


ง) อำนาจการเดินของโคน 5 ช่อง

รูปที่ 2. อำนาจการเดินของตัวหมากม้าและโคน

2.1.2 หลักการสมมาตรของฐานตารางปลายกระดาน

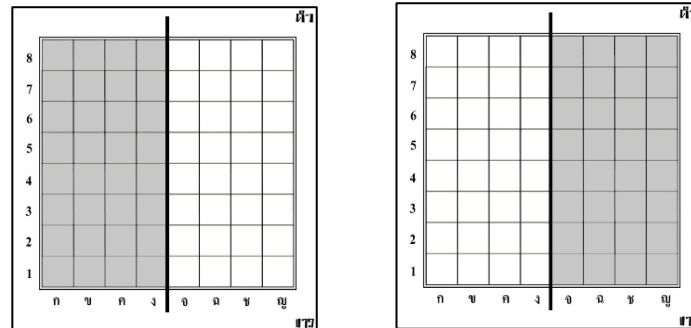
หลักการสมมาตรเป็นแนวคิดที่ช่วยลดทรัพยากรในการคำนวณของคอมพิวเตอร์ในการสร้าง ฐาน ตารางปลายกระดาน เนื่องจากตำแหน่งของตัวหมากบางชนิด ได้แก่ ขุน ม้า และเบี้ยหงาย มีคุณสมบัติ สมมาตรบนกระดานหมากรุกไทย ซึ่งสามารถนำมาใช้ลดจำนวนตำแหน่งที่ต้องคำนวณได้ถึง 8 ส่วน (Breda, 2006) กล่าวคือ หากทราบผลลัพธ์ของตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งแล้ว ก็สามารถอนุมานผลลัพธ์ของตำแหน่ง อื่น ๆ ที่อยู่ในความสัมพันธ์แบบสมมาตรเดียวกันได้โดยไม่ต้องคำนวณซ้ำ โดยในการศึกษานี้ ได้กำหนดให้ใช้ตำแหน่งอ้างอิงบนกระดานจำนวน 10 ตำแหน่ง ได้แก่ ก1, ข1, ข2, ค1, ค2, ค3, ง1, ง2, ง3 และ ง4 ซึ่งครอบคลุมทุกกรณีของความสมมาตรบนกระดาน ทั้งนี้สามารถแสดงตำแหน่งดังกล่าว ได้ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3. หลักการสมมาตรที่ช่วยลดทรัพยากรในการสร้างฐานตารางรูปแบบขุน ม้า และเบี้ยหงาย

สำหรับตัวหมากโคนไม่สามารถนำหลักการสมมาตรแบบ 8 ส่วนมาใช้ได้ เนื่องจากลักษณะกติกาการ เดินของโคนมีความไม่สมมาตรระหว่างทิศทางด้านหน้าและด้านหลัง กล่าวคือ โคนสามารถเดินในทิศทาง ด้านหน้าได้มากกว่าด้านหลัง ซึ่งแตกต่างจากตัวหมากม้าที่มีรูปแบบการเดินสมมาตร ส่งผลให้โคนสามารถใช้หลักการสมมาตรได้เพียง 2 ส่วนเท่านั้น

ในการศึกษานี้จึงใช้การสมมาตรตามแนวแกนตั้งของกระดาน โดยอาศัยแถวแนวตั้ง ก, ข, ค และ ง เป็นตำแหน่งอ้างอิง (Silver et al., 2018) เพื่อกระจายผลลัพธ์ไปยังแถวแนวตั้งที่อยู่ในตำแหน่งสมมาตร ได้แก่ จ, ฉ, ช และ ญ ทั้งนี้สามารถแสดงแนวคิดดังกล่าวได้ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4. หลักการสมมาตรที่ใช้ลดทรัพยากรในการสร้างฐานตารางรูปแบบขุน โคน และเบี้ยหงาย

3. ผลการวิจัยและอภิปรายผล

การสร้างฐานตารางปลายกระดานในงานวิจัยนี้ถูกพัฒนาขึ้นโดยใช้ภาษา C# บน Notebook Intel(R) Core(TM) i7-9750H CPU @ 2.60 GHz และ RAM 16.0 GB ซึ่งเหมาะสมต่อการประมวลผลเชิงตรรกะและการจัดการข้อมูลจำนวนมาก ระบบที่พัฒนาขึ้นทำหน้าที่สร้างและบันทึกตำแหน่งปลายกระดานทั้งหมดที่ต้องตามกติกาของเกมหมากรุกไทย พร้อมทั้งวิเคราะห์ผลลัพธ์ของแต่ละตำแหน่งด้วยวิธีการคำนวณแบบย้อนกลับ

การทดลองแบ่งออกเป็น 2 รูปแบบหลัก ได้แก่

- 1) รูปแบบที่ 1 ฝ่ายไล่ประกอบด้วยขุน ม้า และเบี้ยหงาย ขณะที่ฝ่ายหนีมีขุนเพียงตัวเดียว
- 2) รูปแบบที่ 2 ฝ่ายไล่ประกอบด้วยขุน โคน และเบี้ยหงาย ขณะที่ฝ่ายหนีมีขุนเพียงตัวเดียว

สำหรับแต่ละรูปแบบ ระบบจะทำการสร้างตำแหน่งที่สามารถเกิดขึ้นได้ทั้งหมดบนกระดานโดยคำนึงถึงข้อจำกัดตามกติกาหมากรุกไทย จากนั้นจึงทำการคำนวณผลลัพธ์ของแต่ละตำแหน่งว่าอยู่ในสถานะชนะหรือเสมอ ภายใต้สมมติฐานว่าทั้งฝ่ายไล่และฝ่ายหนีเดินหมากได้อย่างถูกต้องและเหมาะสมที่สุด ผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองจะถูกนำมาวิเคราะห์เพื่อหาจำนวนของตำแหน่งที่ฝ่ายไล่สามารถบังคับให้ชนะได้ รวมถึงตำแหน่งที่จบลงด้วยผลเสมอในแต่ละรูปแบบ ทั้งนี้ข้อมูลที่ได้จากฐานตารางปลายกระดานดังกล่าวสามารถใช้เป็นหลักฐานเชิงคำนวณเพื่ออธิบายลักษณะตำแหน่งปลายกระดานในหมากรุกไทย และเป็นแหล่งข้อมูลสำหรับการศึกษาและพัฒนางานวิจัยด้านหมากรุกไทยในอนาคต

3.1 หลักการสร้างฐานตารางปลายกระดาน

การสร้างฐานตารางปลายกระดานอาศัยทฤษฎีย้อนกลับในการคำนวณ โดยเริ่มต้นจากการกำหนดตำแหน่งที่เกิดการรุกจน (ตำแหน่งชนะ) จากนั้นทำการคำนวณย้อนกลับ ในทุกตาเดินของตัวหมากที่

สามารถเกิดขึ้นได้อย่างเป็นระบบ เพื่อวิเคราะห์ว่าตำแหน่งปลายกระดานแต่ละตำแหน่งจะจบลงด้วยผลแพ้ชนะ หรือเสมอ ภายใต้สมมติฐานว่าทั้งฝ่ายไล่และฝ่ายหนีเดินหมากได้อย่างถูกต้องที่สุด

3.1.1 ขั้นตอนการสร้างฐานตารางปลายกระดาน

ฐานตารางปลายกระดานถูกสร้างขึ้นโดยอาศัยทฤษฎีย้อนกลับ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวอาจต้องใช้เวลาและทรัพยากรหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์เป็นจำนวนมาก ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความซับซ้อนของรูปแบบตัวหมากที่นำมาวิเคราะห์ ขั้นตอนในการสร้างฐานตารางปลายกระดานสามารถสรุปได้ดังนี้

1) การเข้ารหัสสถานะกระดาน (State representation)

เพื่อให้คอมพิวเตอร์สามารถประมวลผลตำแหน่งกว่าสิบล้านตำแหน่งได้อย่างรวดเร็ว (Anthony et al., 2017) งานวิจัยนี้ไม่ได้จัดเก็บข้อมูลในรูปแบบตาราง 2 มิติ (8x8) แต่ใช้วิธีการเข้ารหัสสถานะ (State encoding) โดยอ้างอิงจากพิกัดของตัวหมากบนกระดาน 64 ช่อง (Index 0 ถึง 63) สถานะของเกม S สามารถแทนได้ด้วยเวกเตอร์ของตำแหน่งตัวหมาก ดังนี้

$$S = (Pos_K, Pos_{P1}, Pos_{P2}, Pos_k, Turn)$$

โดยที่ Pos_K คือ ตำแหน่งของขุนฝ่ายไล่ (ขุนขาว) $\in \{0, 1, \dots, 63\}$
 Pos_{P1} คือ ตำแหน่งของหมากชิ้นที่ 1 ฝ่ายไล่ (เช่น ม้าหรือโคน) $\in \{0, 1, \dots, 63\}$
 Pos_{P2} คือ ตำแหน่งของเบี้ยหงายฝ่ายไล่ (เบี้ยหงายขาว) $\in \{0, 1, \dots, 63\}$
 Pos_k คือ ตำแหน่งของขุนฝ่ายหนี (ขุนดำ) $\in \{0, 1, \dots, 63\}$
 $Turn$ คือ ฝ่ายที่ถึงรอบเดิน (0 = ฝ่ายไล่ และ 1 = ฝ่ายหนี)

2) โครงสร้างข้อมูลและการจัดการหน่วยความจำ (Data structure and memory handling)

ฐานตารางปลายกระดานในงานวิจัยนี้ถูกจัดเก็บในรูปแบบอาร์เรย์หนึ่งมิติ (1-Dimensional array) เพื่อให้สามารถเข้าถึงข้อมูลได้ในเวลา $O(1)$ โดยใช้ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ในการแปลงสถานะกระดาน (State) ให้กลายเป็นค่าดัชนี (Index) ซึ่งไปยังหน่วยความจำ

- Data Type อาร์เรย์แต่ละช่องใช้ชนิดข้อมูลแบบ Int8 (1 Byte) เพื่อจัดเก็บค่า Distance to Mate (DTM) หรือจำนวนตาที่น้อยที่สุดที่นำไปสู่การรุกจนหากค่าเป็น 0 หรือค่าที่กำหนดไว้เป็นพิเศษจะหมายถึงสถานะเสมอ (Draw)

- Indexing scheme & symmetry เพื่อลดขนาดของหน่วยความจำ ผู้วิจัยได้นำหลักการสมมาตร (Symmetry) มาใช้ โดยบังคับให้ตำแหน่งของขุนฝ่ายหนี (Black king) อยู่ในพื้นที่อ้างอิงหลัก (Canonical octant/quadrant) การลดรูปนี้ ทำให้จำนวนสถานะที่เป็นไปได้ทั้งหมด (State space) ลดลงอย่างมาก ฟังก์ชันดัชนีจึงเขียนได้ดังสมการที่ (1)

$$Index(S) = f(Canonical(Pos_k)) \times 64^3 + f(Pos_K) \times 64^2 + f(Pos_{P1}) \times 64 + f(Pos_{P2}) \quad (1)$$

- การสมมาตรแบบ 8 ส่วน (8-way symmetry) สำหรับรูปแบบม้ากับเบี้ยหงาย
เนื่องจากหมากทุกชิ้นในรูปแบบนี้ (ขุน, ม้า และเบี้ยหงาย) มีทิศทางการเดินที่เป็นอิสระจากทิศทางหน้ากระดาน (Isotropic movement) กระดานจึงมีคุณสมบัติสมมาตรแบบ Dihedral group of order 8 (D_8) ซึ่งประกอบด้วยการหมุน 4 ทิศทาง และการสะท้อน 4 แกน ดังนั้น พื้นที่กระดานจึงถูกแบ่งออกเป็น 8 ส่วน (Octants) และกำหนดพื้นที่อ้างอิงหลัก (C_8) เป็นรูปสามเหลี่ยมบริเวณมุมซ้ายล่างของกระดานซึ่งประกอบด้วย 10 ตำแหน่ง นิยามทางคณิตศาสตร์ดังสมการที่ (2)

$$C_8 = \{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq 3 \text{ และ } 0 \leq y \leq x \} \quad (2)$$

หาก $K_b \notin C_8$ ระบบจะทำการตรวจสอบการแปลง $T_i \in D_8$ (เมื่อ $i = 1, \dots, 8$) เพื่อหาค่า T ที่ทำให้ $T(K_b) \in C_8$ และจัดเก็บสถานะในรูปแบบ $S' = T(S)$

- การสมมาตรแบบ 2 ส่วน (2-way symmetry) สำหรับรูปแบบโคนกับเบี้ยหงาย
สำหรับรูปแบบนี้หมากโคนมีลักษณะการเดินพุ่งไปข้างหน้าตรง 1 ตา และเฉียง 4 ตา (Forward - directional movement) การหมุนกระดานหรือการสะท้อนแนวนอน (แกน X) จะทำให้ทิศทางการเดินของโคนผิดเพี้ยนไปจากกติกาจริง ด้วยเหตุนี้ คุณสมบัติสมมาตร D_4 จึงไม่สามารถใช้งานได้เหลือเพียงสมมาตรการสะท้อนตามแนวตั้ง (Vertical reflection symmetry / left-right symmetry) เท่านั้น ดังนั้นพื้นที่อ้างอิงหลัก (C_2) ดังสมการที่ (3) ซึ่งเป็นพื้นที่ครึ่งซ้ายของกระดานที่ประกอบด้วย 32 ตำแหน่ง

$$C_2 = \{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq 3 \text{ และ } 0 \leq y \leq 7 \} \quad (3)$$

ฟังก์ชันการแปลง T ในกรณีนี้จะมีเพียง Identity และการสะท้อนพิทัก x เป็น $7 - x$ เท่านั้น

3) อัลกอริทึมการวิเคราะห์แบบย้อนกลับ (Retrograde analysis algorithm)

การสร้างฐานตารางปลายกระดานใช้กระบวนการที่เรียกว่า Retrograde analysis โดยเริ่มจากสถานะรุกจน (Checkmate) แล้วคำนวณย้อนกลับไปยังสถานะก่อนหน้า (Parent states)

Algorithm: Retrograde Analysis for Endgame Tablebases

Input: Set of all valid states (S_{all})

Output: Tablebase array containing Distance-to-Mate (DTM) or DRAW

Initialize Tablebase to UNKNOWN and DTM $\leftarrow 0$

Active $\leftarrow \{ S \in S_{all} \mid S \text{ is Checkmate} \}$

For each $S \in \text{Active}$ do Tablebase[S] $\leftarrow 0$

While Active $\neq$ Empty Set do

 Next $\leftarrow$ Empty Set

 For each parent P of all $S \in \text{Active}$ where Tablebase[P] $\neq$ UNKNOWN do

```

If Turn(P) == DEFENDER then Unexplored[P] <- Unexplored[P] - 1
If Turn(P) == ATTACKER or Unexplored[P] == 0 then
    Tablebase[P] <- DTM + 1
    Next.Add(P)
Active <- Next; DTM <- DTM + 1
Set Tablebase[S] <- DRAW for all remaining UNKNOWN states
    
```

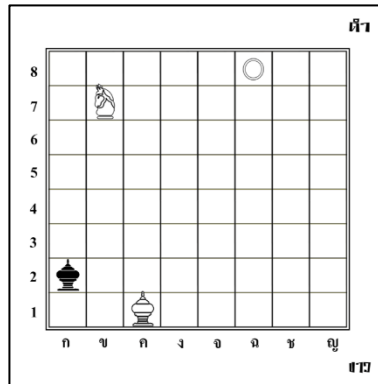
3.1.2 ฐานตารางปลายกระดานของหมากรุกไทยในรูปแบบม้ากับเบี้ยหงาย

งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการสร้างฐานตารางปลายกระดานสำหรับการไล่ศักดิ์หมากรุกไทย โดยพิจารณากรณีที่ฝ่ายไล่มีตัวหมากขุน ม้า และเบี้ยหงายอย่างละ 1 ตัว ขณะที่ฝ่ายหนีมีขุนเพียง 1 ตัว ผลการวิเคราะห์โดยใช้หลักการสมมาตรของกระดานแบบ 8 ส่วน พบว่า ในกรณีที่ฝ่ายไล่เป็นฝ่ายเริ่มเดิน จะมีตำแหน่งเริ่มต้นที่ฝ่ายไล่สามารถบังคับให้เกิดการชนะได้จำนวน 59,146 ตำแหน่ง โดยใช้จำนวนการเดินมากที่สุด 36 ครั้ง (นับเฉพาะตาเดินของฝ่ายไล่) ภายใต้สมมติฐานว่าฝ่ายหนีเดินได้อย่างถูกต้องที่สุด ผลลัพธ์ดังกล่าวสามารถแสดงดังตารางที่ 1

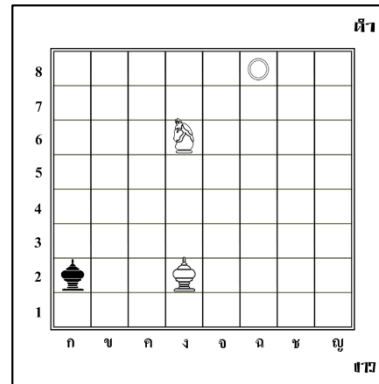
ตารางที่ 1. ผลลัพธ์ของฐานตารางปลายกระดานในรูปแบบม้ากับเบี้ยหงาย ซึ่งคำนวณโดยใช้หลักการสมมาตรของกระดานแบบ 8 ส่วน ภายใต้เงื่อนไขที่ฝ่ายไล่เป็นฝ่ายเริ่มเดิน

จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)
1	67	11	1,449	21	2,139	31	969
2	30	12	2,302	22	2,251	32	1,302
3	49	13	1,823	23	3,080	33	964
4	182	14	2,724	24	3,437	34	412
5	217	15	2,623	25	3,469	35	27
6	745	16	2,753	26	2,930	36	6
7	683	17	2,380	27	2,941	รวม	59,146
8	1,990	18	2,185	28	2,518	-	-
9	879	19	1,871	29	2,096	-	-
10	1,906	20	2,232	30	1,515	-	-

สำหรับรูปแบบม้ากับเบี้ยหงายมีจำนวนตาเดินที่มากที่สุดของฝ่ายไล่เพื่อทำให้เกิดการชนะ คือ 36 ครั้ง และมีทั้งหมด 6 ตำแหน่ง สามารถดูตำแหน่งดังกล่าวได้ดังรูปที่ 5



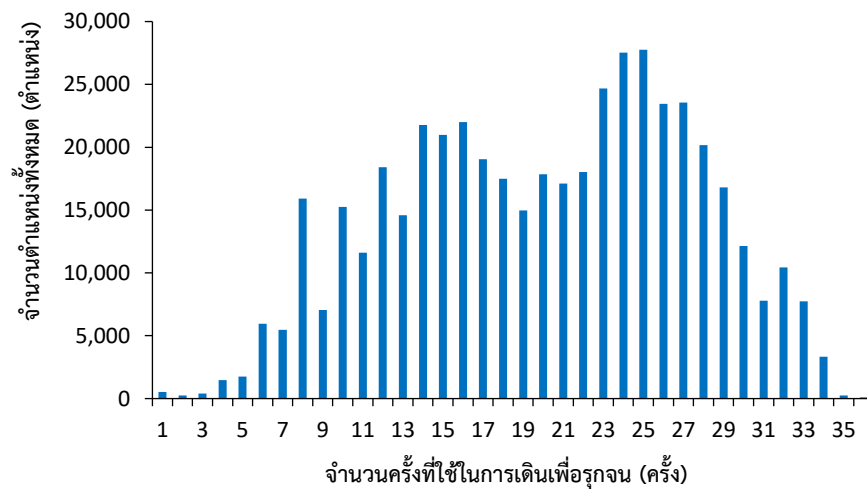
ก) ตัวอย่างที่ 1



ข) ตัวอย่างที่ 2

รูปที่ 5. ตัวอย่าง 2 จาก 6 ตำแหน่งที่ฝ่ายไล่ (ขาว) เริ่มเดิน และฝ่ายหนี (ดำ) เดินได้อย่างถูกต้องที่สุด ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ใช้จำนวนการเดินมากที่สุดในการชนะ (36 ครั้ง)

โดยฐานตารางปลายกระดานที่ได้จากการสมมาตรบนกระดานทั้งหมด 8 ส่วน สามารถกระจายทุกตำแหน่งที่สามารถทำให้เกิดการชนะได้ทั้งหมด 472,900 ตำแหน่ง สามารถแสดงผลลัพธ์ได้ดังรูปที่ 6 และแสดงดังตารางที่ 2



รูปที่ 6. ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งเริ่มต้นที่สามารถบังคับให้เกิดการชนะได้ในรูปแบบมักับเบี้ยหางยกับจำนวนการเดินที่ใช้ในการชนะ (กรณีทั้งสองฝ่ายเดินได้ดีที่สุด) ภายใต้เงื่อนไขที่ฝ่ายไล่เป็นฝ่ายเริ่มเดิน

ตารางที่ 2. ผลลัพธ์ของฐานตารางปลายกระดานในรูปแบบม้ากับเบี้ยหงาย ซึ่งพิจารณาเฉพาะตำแหน่งที่ฝ่ายไล่สามารถบังคับให้เกิดการชนะได้ทั้งหมด ภายใต้เงื่อนไขที่ฝ่ายไล่เป็นฝ่ายเริ่มต้น

จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)
1	536	11	11,592	21	17,100	31	7,752
2	240	12	18,400	22	18,008	32	10,416
3	392	13	14,568	23	24,640	33	7,696
4	1,456	14	21,748	24	27,492	34	3,292
5	1,736	15	20,972	25	27,744	35	216
6	5,956	16	21,996	26	23,436	36	48
7	5,464	17	19,032	27	23,524	รวม	472,900
8	15,912	18	17,468	28	20,140	-	-
9	7,032	19	14,956	29	16,764	-	-
10	15,232	20	17,832	30	12,112	-	-

3.1.3 ฐานตารางปลายกระดานของหมากรุกไทยในรูปแบบโคนกับเบี้ยหงาย

งานวิจัยนี้ได้ทำการสร้างฐานตารางปลายกระดานของการไล่ศักดิ์หมากในหมากรุกไทยโดยที่ฝ่ายไล่มีตัวหมากขุน โคน และเบี้ยหงาย อย่างละ 1 ตัว และฝ่ายหนีมีขุนเพียงตัวเดียว ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากหลักการสมมาตร 2 ด้าน ปรากฏว่าการที่ฝ่ายไล่เริ่มต้นก่อนจะมีตำแหน่งเริ่มต้น ที่สามารถทำให้เกิดการชนะได้ คือ 5,219,488 ตำแหน่ง และมีจำนวนครั้งที่นานที่สุดในการทำให้เกิดการชนะเป็น 57 ครั้ง (นับเฉพาะจำนวนการเดินของฝ่ายไล่) รวมถึงการที่ฝ่ายหนีสามารถเดินหนีได้อย่างถูกต้องที่สุดเท่าที่นั้น สามารถแสดงผลลัพธ์ได้แสดงดังตารางที่ 3

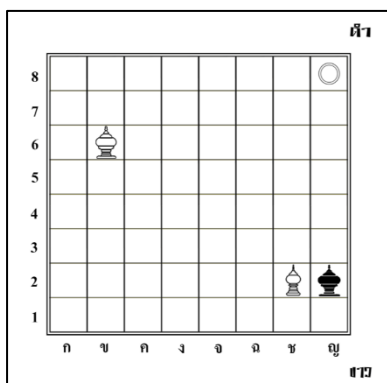
ตารางที่ 3. ผลลัพธ์ของฐานตารางปลายกระดานในรูปแบบโคนกับเบี้ยหงาย ซึ่งคำนวณโดยใช้หลักการสมมาตรของกระดานแบบ 2 ส่วน ภายใต้เงื่อนไขที่ฝ่ายไล่เป็นฝ่ายเริ่มต้น

จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)
1	1,437	16	57,752	31	203,988	46	5,868
2	1,351	17	69,002	32	233,078	47	3,320
3	1,094	18	79,742	33	276,930	48	1,721
4	3,520	19	86,958	34	331,297	49	812
5	2,590	20	93,693	35	374,890	50	396
6	5,086	21	104,109	36	391,814	51	237

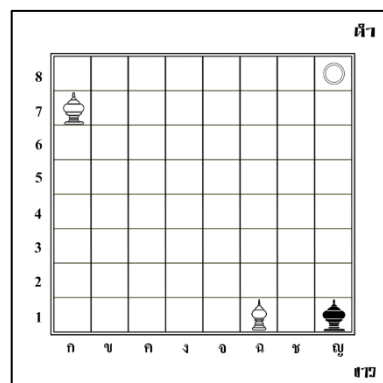
ตารางที่ 3. ผลลัพธ์ของฐานตารางปลายกระดานในรูปแบบโคนกับเบี้ยหมาย ซึ่งคำนวณโดยใช้หลักการสมมาตรของกระดานแบบ 2 ส่วน ภายใต้เงื่อนไขที่ฝ่ายไล่เป็นฝ่ายเริ่มเดิน

จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)
7	8,276	22	108,534	37	378,737	52	139
8	11,694	23	117,555	38	329,206	53	42
9	16,797	24	123,921	39	261,793	54	10
10	20,714	25	134,423	40	179,910	55	13
11	25,257	26	137,633	41	105,648	56	3
12	28,377	27	146,667	42	59,866	57	4
13	32,220	28	157,172	43	35,994	รวม	5,219,488
14	36,950	29	167,653	44	20,099	-	-
15	47,358	30	185,642	45	10,496	-	-

สำหรับรูปแบบโคนกับเบี้ยหมายมีจำนวนตาเดินที่ฝ่ายไล่ใช้เดินเพื่อชนะเป็นจำนวนมากที่สุด คือ 57 ครั้ง ซึ่งมีทั้งหมด 4 ตำแหน่ง สามารถดูตำแหน่งดังกล่าวได้ดังรูปที่ 7



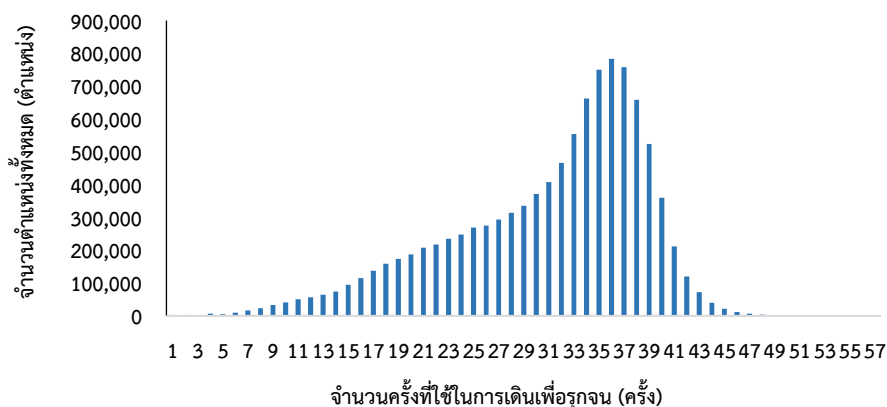
ก) ตัวอย่างที่ 1



ข) ตัวอย่างที่ 2

รูปที่ 7. ตัวอย่าง 2 จาก 4 ตำแหน่งที่ฝ่ายไล่ (ขาว) เริ่มเดิน และฝ่ายหนี (ดำ) เดินได้อย่างถูกต้องที่สุด ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ใช้จำนวนการเดินมากที่สุดในการเล่น (57 ครั้ง)

สำหรับฐานตารางปลายกระดานที่ได้จากการสมมาตรทั้งหมด 2 ส่วนของกระดาน สามารถกระจายฐานตารางทุกตำแหน่งที่สามารถทำให้เกิดการรุกจนได้ทั้งหมด 10,438,976 ตำแหน่ง สามารถแสดงผลลัพธ์ได้ดังรูปที่ 8 และแสดงดังตารางที่ 4



รูปที่ 8. ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งเริ่มต้นที่สามารถบังคับให้เกิดการชนะได้ในรูปแบบโคนกับเบี้ยหงาย กับจำนวนการเดินที่ใช้ในการชนะ (กรณีทั้งสองฝ่ายเดินได้ดีที่สุด) ภายใต้เงื่อนไขที่ฝ่ายไล่เป็นฝ่ายเริ่มเดิน

ตารางที่ 4. ผลลัพธ์ของฐานตารางปลายกระดานในรูปแบบโคนกับเบี้ยหงาย จากตำแหน่งที่ฝ่ายไล่สามารถบังคับให้เกิดการชนะได้ทั้งหมด ภายใต้เงื่อนไขที่ฝ่ายไล่เป็นฝ่ายเริ่มเดิน

จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)	จำนวนครั้งที่ชนะ (ครั้ง)	ตำแหน่งทั้งหมด (ตำแหน่ง)
1	2,874	16	115,504	31	407,976	46	11,736
2	2,702	17	138,004	32	466,156	47	6,640
3	2,188	18	159,484	33	553,860	48	3,442
4	7,040	19	173,916	34	662,594	49	1,624
5	5,180	20	187,386	35	749,780	50	792
6	10,172	21	208,218	36	783,628	51	474
7	16,552	22	217,068	37	757,474	52	278
8	23,388	23	235,110	38	658,412	53	84
9	33,594	24	247,842	39	523,586	54	20
10	41,428	25	268,846	40	359,820	55	26
11	50,514	26	275,266	41	211,296	56	6
12	56,754	27	293,334	42	119,732	57	8
13	64,440	28	314,344	43	71,988	รวม	10,438,976
14	73,900	29	335,306	44	40,198	-	-
15	94,716	30	371,284	45	20,992	-	-

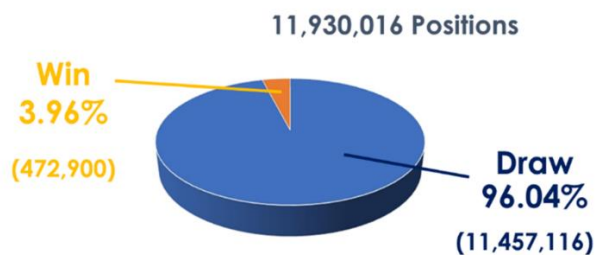
4. สรุปผลการวิจัย

4.1 สรุปผลการทดลองของรูปแบบม้ากับเบี้ยหงาย

จากงานวิจัยนี้สรุปได้ว่าถ้าในเกมหมากรุกไทยเหลือรูปแบบม้ากับเบี้ยหงาย (ฝ่ายไล่มี ขุน 1 ตัว ม้า 1 ตัว เบี้ยหงาย 1 ตัว และฝ่ายหนีมีขุน 1 ตัว) ถ้าในกรณีที่ฝ่ายไล่เริ่มเดินก่อนจะมีตำแหน่งทั้งหมดที่สามารถเกิดขึ้นได้จริง คือ 11,930,016 ตำแหน่ง โดยมีตำแหน่งที่ทำให้เกิดการชนะทั้งหมด 472,900 ตำแหน่ง ซึ่งมีจำนวนครั้งที่นานที่สุดในการทำให้เกิดการชนะเป็น 36 ครั้ง สามารถคิดอัตราการแข่งขันเป็นร้อยละ 3.96 ซึ่งถ้าตำแหน่งเริ่มต้นอยู่นอกเหนือ 472,900 ตำแหน่ง แล้วฝ่ายหนีสามารถเดินได้ถูกต้องทุกตาเดินจะทำให้เสมอกัน เนื่องจากกฎการนับศักดิ์หมาก (ศักดิ์ม้า) ของหมากรุกไทย คือ 64 ครั้ง โดยมีตำแหน่งเริ่มต้นที่เสมอกันทั้งหมด 11,457,116 ตำแหน่ง คิดอัตราการแข่งขันเป็นร้อยละ 96.04 สามารถแสดงข้อมูลได้แสดงดังตารางที่ 5 และดังรูปที่ 9

ตารางที่ 5. ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ของคอมพิวเตอร์รูปแบบม้ากับเบี้ยหงาย ภายใต้เงื่อนไขที่ฝ่ายไล่เป็นฝ่ายเริ่มเดิน

ผลลัพธ์ที่วิเคราะห์ได้ (ฝ่ายไล่เริ่มเดินก่อน)	จำนวนตำแหน่ง (ตำแหน่ง)
ตำแหน่งทั้งหมด (64*64*64*64)	16,777,216
ตำแหน่งที่ถูกกติกา	11,930,016
ตำแหน่งที่ชนะ	472,900
ตำแหน่งที่เสมอ	11,457,116



รูปที่ 9. จำนวนอัตราการแข่งขันและอัตราการแข่งขันของรูปแบบม้ากับเบี้ยหงาย ภายใต้เงื่อนไขที่ฝ่ายไล่เป็นฝ่ายเริ่มเดิน

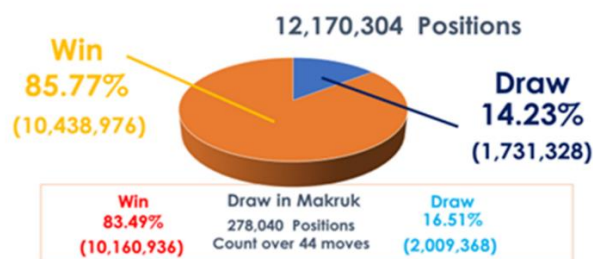
4.2 สรุปผลการทดลองของรูปแบบโคนกับเบี้ยหงาย

สำหรับรูปแบบโคนกับเบี้ยหงาย (ฝ่ายไล่มีขุน 1 ตัว โคน 1 ตัว และเบี้ยหงาย 1 ตัว โดยฝ่ายหนีมีขุน 1 ตัว) ถ้าในกรณีที่ฝ่ายไล่เริ่มเดินก่อนจะมีตำแหน่งทั้งหมดที่สามารถเกิดขึ้นได้จริง คือ 12,170,304 ตำแหน่ง โดยมีตำแหน่งที่สามารถทำให้เกิดการชนะได้ 10,438,976 ตำแหน่ง ซึ่งมีจำนวนครั้งที่นานที่สุดในการทำให้เกิดการชนะเป็น 57 ครั้ง สามารถคิดอัตราการแข่งขันเป็นร้อยละ 85.77 สำหรับตำแหน่งเริ่มต้นที่เสมอกันมีจำนวนทั้งหมด 1,731,328 ตำแหน่ง คิดอัตราการแข่งขันเป็นร้อยละ 14.23 ทั้งนี้ถ้าอ้างอิงจากกฎการนับศักดิ์หมาก (ศักดิ์โคน) ของหมากรุกไทย คือ ฝ่ายไล่สามารถใช้จำนวนการเดินได้ไม่เกิน 41 ครั้ง จะมี

ตำแหน่งที่สามารถทำให้เกิดการชนะลดเหลือ 10,160,936 ตำแหน่ง คิออัตราการแข่งขันเป็นร้อยละ 83.49 สามารถแสดงข้อมูลได้แสดงดังตารางที่ 6 และดังรูปที่ 10

ตารางที่ 6. ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ของคอมพิวเตอร์รูปแบบโคกับเบี้ยหงาย ภายใต้เงื่อนไขที่ฝ่ายไล่เป็นฝ่ายเริ่มเดิน

ผลลัพธ์ที่วิเคราะห์ได้ (ฝ่ายไล่เริ่มเดินก่อน)	จำนวนตำแหน่ง (ตำแหน่ง)
ตำแหน่งทั้งหมด ($64 \times 64 \times 64 \times 64$)	16,777,216
ตำแหน่งที่ถูกกีดกัน	12,170,304
ตำแหน่งที่ชนะ	10,438,976
ตำแหน่งที่เสมอ	1,731,328
ตำแหน่งที่เสมอด้วยกฎการนับศักดิ์หมาก (ศักดิ์โคน) ฝ่ายไล่ใช้จำนวนการเดินเกิน 41 ครั้ง	278,040



รูปที่ 10. จำนวนอัตราการชนะและอัตราการเสมอของรูปแบบโคกับเบี้ยหงาย ภายใต้เงื่อนไขที่ฝ่ายไล่เป็นฝ่ายเริ่มเดิน

4.3 การวิเคราะห์เชิงกลยุทธ์ของผลการทดลอง

จากผลการทดลอง พบว่า รูปแบบม้ากับเบี้ยหงาย (Knight with Promoted Pawn) มีอัตราการชนะเพียงร้อยละ 3.96 ในขณะที่รูปแบบโคกับเบี้ยหงาย (Bishop with Promoted Pawn) มีอัตราการชนะสูงถึงร้อยละ 85.77 จากผลการวิเคราะห์ดังกล่าวสามารถตีความเชิงกลยุทธ์ได้ว่า สาเหตุสำคัญที่ทำให้รูปแบบม้ากับเบี้ยหงายมีอัตราการชนะต่ำ เกิดจากข้อจำกัดด้านการควบคุมพื้นที่ของตัวหมาก โดยเฉพาะลักษณะของเบี้ยหงายที่มีการเดินในแนวทแยงมุมเพียงช่องเดียวและคงอยู่ในแนวช่องสีเดิมตลอดเกม (Color-Bound characteristic) ประกอบกับม้าที่สามารถสลับตำแหน่งได้ แต่มีข้อจำกัดในการควบคุมพื้นที่แบบต่อเนื่องในแนวเส้นตรง ส่งผลให้การประสานงานระหว่างตัวหมากทั้งสองไม่สามารถสร้างแรงกดดันต่อขุนฝ่ายหนีได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทำให้ผลจากการทดลองในงานวิจัยนี้ยังสะท้อนให้เห็นว่า การรุกรานในรูปแบบดังกล่าวมักเกิดขึ้นได้เฉพาะในกรณีที่ขุนฝ่ายหนีถูกจำกัดพื้นที่ให้อยู่บริเวณขอบกระดาน และใกล้กับมุมที่สอดคล้องกับแนวเดินของเบี้ยหงายที่เรียกว่า “เบี้ยหงายตรงมุม” ซึ่งสามารถอธิบายได้ในเชิงแนวคิดของ “มุมอันตราย” (เบี้ยหงายตรงมุม) และ “มุมปลอดภัย” (เบี้ยหงายไม่ตรงมุม) สรุปได้ว่าหากขุนฝ่ายหนีสามารถเข้าสู่พื้นที่กลางกระดาน หรือมุมที่ไม่สอดคล้องกับแนวเดินของเบี้ยหงาย (เบี้ยหงายไม่ตรง

มุม) จะทำให้ฝ่ายไล่ไม่สามารถสร้างรูปแบบการรุกจน (ชนะ) ได้ ส่งผลให้ตำแหน่งส่วนใหญ่ร้อยละ 96.04 จบลงด้วยผลเสมอ

สำหรับรูปแบบโค่นกับเบี้ยหงายมีศักยภาพในการควบคุมพื้นที่สูงกว่า เนื่องจากโค่นสามารถเคลื่อนที่ได้ทั้งในแนวทแยงและแนวตรงไปข้างหน้า ทำให้เมื่อประสานงานกับเบี้ยหงายแล้ว สามารถสร้างลักษณะการควบคุมพื้นที่คล้าย “กำแพงกัน (Barrier formation)” เพื่อจำกัดพื้นที่การเดินของขุนฝ่ายหนีได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งผลลัพธ์เชิงคำนวณของงานวิจัยนี้ พบว่า ฝ่ายไล่สามารถบังคับให้ขุนฝ่ายหนีเข้าสู่มุมกระดานได้ในหลายกรณี ส่งผลให้อัตราการชนะสูงถึงร้อยละ 85.77 แต่ยังมีบางตำแหน่งที่ไม่สามารถรุกจนได้ทันในข้อจำกัดของกติกาการนับศักดิ์หมากของโค่น จึงทำให้ตำแหน่งส่วนน้อยจบลงด้วยผลเสมอ

4.4 การตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ (Validation of results)

เพื่อยืนยันความถูกต้องของฐานตารางปลายกระดานที่สร้างขึ้น ผู้วิจัยได้กำหนดกระบวนการทวนสอบ (Verification) ทั้งในเชิงคณิตศาสตร์และเชิงตรรกะ โดยแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอนหลัก ดังนี้

1) การทวนสอบปริภูมิสถานะเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical state space verification)

ผู้วิจัยได้ทำการตรวจสอบจำนวนสถานะทั้งหมดที่โปรแกรมสร้างขึ้นเทียบกับการคำนวณเชิงการจัด (Combinatorics) ของกระดาน 64 ช่อง โดยหักลบสถานะที่ผิดกติกา (Illegal states) ออกไป เช่น กรณีที่ขุนทั้งสองฝ่ายอยู่ติดกัน หรือกรณีที่ขุนฝ่ายหนีอยู่ในการโจมตีจากตัวหมากของฝ่ายไล่ ผลการตรวจสอบพบว่า จำนวนสถานะที่ถูกต้อง (Legal positions) ของทั้งสองรูปแบบ ตรงกับการคำนวณเชิงทฤษฎีทุกประการ (11,930,016 และ 12,170,304 ตำแหน่งตามลำดับ)

2) การตรวจสอบความสอดคล้องเชิงตรรกะแบบย้อนกลับ (Backward logical consistency check)

ฐานตารางได้รับการทดสอบความสอดคล้องของค่าระยะห่างจนถึงการรุกจน โดยใช้อัลกอริทึมตรวจสอบทุกสถานะ S ในตาราง หากสถานะ S มีค่า $DTM = n$ (เมื่อ $n > 0$) อัลกอริทึมจะตรวจสอบว่าในการเดินที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Legal moves) จะต้องมีย่าน้อยหนึ่งเส้นทางที่นำไปสู่สถานะลูก (Child state) ที่มีค่า $DTM = n - 1$ ผลการตรวจสอบยืนยันว่าโครงสร้าง DTM มีความสอดคล้องทางตรรกะร้อยละ 100 ไม่มีสถานะใดขัดแย้งกัน

3) การทดสอบเชิงประจักษ์ด้วยการสุ่มตำแหน่ง (Empirical playout validation)

ผู้วิจัยได้ทำการสุ่มตัวอย่างสถานะตั้งต้นจำนวน 1,000 ตำแหน่งจากฐานตาราง และให้โปรแกรมจำลองการเล่น (Simulation) โดยกำหนดให้ทั้งสองฝ่ายเดินหมากด้วยกลยุทธ์ที่ดีที่สุดตามค่า DTM ในฐานตาราง (Perfect play) ผลการจำลองพบว่า ฝ่ายไล่สามารถรุกจนได้ภายในจำนวนตาเดินที่ระบุไว้ในฐานตารางอย่างแม่นยำทุกกรณี ซึ่งเป็นการยืนยันความถูกต้องของฐานตารางอย่างสมบูรณ์

เอกสารอ้างอิง (References)

Anthony, T., Tian, Z., & Barber, D. (2017). Thinking fast and slow with deep learning and tree search. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1705.08439>

- Breda, G. (2006). *KRK chess endgame database knowledge extraction and compression* [Master's thesis, Technische Universität Darmstadt]. Tubiblio. <https://tubiblio.ulb.tu-darmstadt.de/51627/>
- Haque, R., Wei, T. H., & Müller, M. (2022). On the road to perfection? Evaluating leela chess zero against endgame tablebases. In C. Browne, A. Kishimoto & J. Schaeffer (Eds.), *Advances in computer games, Lecture Notes in Computer Science* (Vol. 13262, pp. 142-152). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-11488-5_13
- Haworth, G. M. (2019). Chess endgame news: 7-man 'Syzygy' DTZ 50 EGTs. *ICGA Journal*, 40(10), 1-2. <https://doi.org/10.3233/ICG-190087>
- Huntington, G., & Haworth, G. M. (2015). Depth to mate and the 50-move rule. *ICGA Journal*, 38(2), 93-98. <https://centaur.reading.ac.uk/id/eprint/39103>
- Janko, V., & Guid, M. (2016). A program for Progressive chess. *Theoretical Computer Science*, 644, 76-91. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2016.06.028>
- Nalimov, E. V., Haworth, G. M., & Heinz, E. A. (2000). Space-efficient indexing of chess endgame tables. *ICGA Journal*, 23(3), 148-162. <https://doi.org/10.3233/icg-2000-23304>
- Prapaithrakul, T. (2023). *Winning strategies of multimove games on some asian chess games* [Doctoral dissertation, Thammasat University]. Thammasat University e-Thesis Archive. (in Thai)
- Rodloytuk, P. (2024). Communicating the soft power of Thailand's cultural heritage through traditional sport (Thai Chess). *Arts of Management Journal*, 8(3), 15-38. (in Thai)
- Sadmine, Q. A., Husna, A., & Müller, M. (2024). Stockfish or Leela Chess Zero? A comparison against endgame tablebases. In M. Hartisch, C.-H. Hsueh, & J. Schaeffer (Eds.), *Advances in computer games* (pp. 26-35). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-54968-7_3
- Silver, D., Hubert, T., Schrittwieser, J., Antonoglou, I., Lai, M., Guez, A., Lanctot, M., Sifre, L., Kumaran, D., Graepel, T., Lillicrap, T., Simonyan, K., & Hassabis, D. (2018). A general reinforcement learning algorithm that masters chess, shogi, and Go through self-play. *Science*, 362(6419), 1140-1144. <https://doi.org/10.1126/science.aar6404>
- Tudsuan, T., & Jearanaitanakij, K. (2021). Heuristic method for tablebases: A case study of Thai chess endgame in king-knight-queen-king pattern. *Ladkrabang Engineering Journal*, 38(2), 17-30. (in Thai)
- Van Rijn, J. N., & Vis, K. (2014). Endgame analysis of Dou Shou Qi. *ICCA Journal*, 37, 120-124. <https://doi.org/10.3233/ICG-2014-37208>

Wu, R., & Beal, D. F. (2001). Fast, memory-efficient retrograde algorithms. *ICGA Journal*, 24(3), 147-159. <https://doi.org/10.3233/icg-2001-24303>