

**การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาคอสมอสัมพันธ์อันดับหนึ่ง
ของความคลาดเคลื่อนในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย**
**Comparison of Remedial Methods of First-Order Autoregressive
Error in Simple Linear Regression**

ยุภาวดี สำราญฤทธิ์ และ สมศรี บัณฑิตวิไล
ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาคอสมอสัมพันธ์อันดับหนึ่งของความคลาดเคลื่อนในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายโดยใช้ 3 วิธี ได้แก่ วิธีที่ 1 Cochrane – Orcutt วิธีที่ 2 Prais – Winsten และ วิธีที่ 3 Hildreth – Lu และตรวจสอบความเหมาะสมของการพยากรณ์ที่ได้จากแต่ละวิธี โดยกำหนดขนาดตัวอย่างเป็น 10, 30 และ 100 และระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์เป็น 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 และ 1.0 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษานี้เป็นข้อมูลที่ได้จากการจำลองแบบด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล รวม 30 กรณี แต่ละกรณีทำการจำลองซ้ำ 2,000 ครั้ง โดยใช้สถิติทดสอบเคอร์บิน - วัดสันในการตรวจสอบว่าความคลาดเคลื่อนมีอัตโนมัติสัมพันธ์หรือไม่ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหา คือ วิธีที่มีจำนวนชุดข้อมูลที่ยอมรับสมมติฐานหลัก $H_0: \rho = 0$ (ค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน) มากที่สุดจะเป็นวิธีที่แก้ปัญหาคอสมอสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่ดีที่สุด ส่วนเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความเหมาะสมในการพยากรณ์ คือ การพิจารณาค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนวิธีใดที่ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยต่ำที่สุด จะเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์

ผลการวิจัยพบว่า

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 10 ความสามารถในการแก้ปัญหาคอสมอสัมพันธ์ของวิธี Cochrane – Orcutt ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.9 และ 1.0 สามารถแก้ปัญหามากกว่าร้อยละ 68.65 และวิธี Hildreth – Lu ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์เท่ากับ 0.8 สามารถแก้ปัญหามากกว่าร้อยละ 69.65
2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 30 ความสามารถในการแก้ปัญหาคอสมอสัมพันธ์ของวิธี Cochrane – Orcutt ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์เท่ากับ 0.2 ถึง 1.0 สามารถ

แก้ปัญหามากกว่าร้อยละ 88.00 และ วิธี Prais – Winsten ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 สามารถแก้ปัญหามากกว่าร้อยละ 99.6

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 100 ความสามารถในการแก้ปัญหาคือวิธีของวิธี Cochrane – Orcutt ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.8 และ 1.0 สามารถแก้ปัญหามากกว่าร้อยละ 90.05 และ วิธี Prais – Winsten ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.6, 0.9 และ 1.0 สามารถแก้ปัญหามากกว่าร้อยละ 90.05

4. วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์ 0.2, 0.3 และ 0.8 ส่วนวิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์ 0.5, 0.7 และ 0.9 เมื่อขนาดตัวอย่าง 30 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์ 0.1 ถึง 0.4 และวิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์ 0.1, 0.4, 0.6 และ 1.0 เมื่อขนาดตัวอย่าง 30 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์ 0.5 ถึง 1.0 และเมื่อขนาดตัวอย่าง 100 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์ 0.1 ถึง 1.0

คำสำคัญ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten วิธี Hildreth – Lu
อัตโนมัติสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่ง

Abstract

The purpose of this study is to compare the remedial methods of first-order autoregressive error in simple linear regression by three methods : 1. Cochrane – Orcutt, 2. Prais – Winsten , 3. Hildreth – Lu . By using three different sample sizes of 10, 30 and 100 and in 10 levels of autocorrelation : 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 and 1.0. The data of this study are generated through the Monte Carlo simulation technique in 30 different cases. Each case repeats 2,000 times. The Durbin - Watson statistic is employed for detecting autocorrelation. The method which gives highest percentage of data sets that show nonsignificant result of testing $H_0: \rho = 0$ is considered to be the best method for solving autocorrelation. While the minimum average MSE is used as a criterion for choosing the method that gives best forecast.

The results of this research are as followed:

1. For $n = 10$; the best method for solving autocorrelation problem is Cochrane – Orcutt method, when $\rho = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.9$, and 1.0, which can solve more than 68.65% and Hildreth – Lu method , when $\rho = 0.8$, which can solve more than 69.65%

2. For $n = 30$; the best method for solving autocorrelation problem is Cochrane – Orcutt method ,when $\rho = 0.2$ to 1.0 , which can solve more than 88.00% and Prais – Winsten method ,when $\rho = 0.1$, which can solve more than 99.6%

3. For $n = 100$; the best method for solving autocorrelation problem is Cochrane – Orcutt method ,when $\rho = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.8$ and 1.0 , which can solve more than 90.05% and Prais – Winsten method, when $\rho = 0.1, 0.2, 0.3, 0.6, 0.9$ and 1.0 , which can solve more than 90.05%

4. Cochrane – Orcutt method gives the best forecast for $n=10$, when $\rho = 0.2, 0.3$ and 0.8 . Prais – Winsten method gives the best forecast for $n = 10$, when $\rho = 0.5, 0.7, 0.9$, and for $n=30$, when $\rho = 0.1$ to 0.4 . Hildreth – Lu gives the best forecast for $n = 10$, when $\rho = 0.1, 0.4, 0.6, 1.0$, and for $n = 30$, when $\rho = 0.5$ to 1.0 , and for $n=100$, when $\rho = 0.1$ to 1.0 .

Keywords Cochrane – Orcutt method Prais – Winsten method Hildreth – Lu method

First-order autoregressive error (AR1)

1. บทนำ

ในปัจจุบันการพยากรณ์มีบทบาทสำคัญอย่างมากต่อหน่วยงานราชการหรือองค์กรเอกชน ข้อมูลทางเศรษฐศาสตร์มักจะเก็บรวบรวมตามลำดับเวลา หรือเรียกว่า ข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series Data) ลักษณะของข้อมูลมักจะเกิดปัญหาเกี่ยวกับค่าความคลาดเคลื่อนที่มีความสัมพันธ์กัน[7] การศึกษาข้อมูลอนุกรมเวลามีหลายวัตถุประสงค์ด้วยกันแต่ที่นิยม คือนำมาใช้ในการวิเคราะห์เพื่อการประมาณค่าหรือการพยากรณ์

ในการวิจัยนี้สนใจศึกษาการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ซึ่งมีรูปแบบดังนี้ คือ

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t, t = 1, 2, \dots, n$$

โดยที่ Y_t คือ ค่าของตัวแปรตาม Y ณ เวลาที่ t

X_t คือ ค่าตัวแปรอิสระ X ณ เวลาที่ t

β_0 และ β_1 คือ ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย

ε_t คือเป็นตัวแปรสุ่มแทนความคลาดเคลื่อน(Error Term) ของค่าสังเกต ณ เวลาที่ t

โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ผู้วิจัยนิยมใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด(Ordinary Least Squares: OLS) ซึ่งเป็นวิธีที่ทำให้ได้ตัวประมาณที่มีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงเชิงเส้นที่ดีที่สุด (Best Linear Unbiased Estimator: BLUE) ตามทฤษฎีเกาส์ – มาร์คอฟ (Gauss – Markov Theorem) ทั้งนี้มีข้อสมมติเบื้องต้นของความคลาดเคลื่อน (ε_t)[8] ดังนี้

1. มีค่าคาดหวัง (Expected Value) เป็น 0 หรือ $E(\varepsilon_t) = 0$

2. ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \sigma^2$

3. ε_i และ ε_j ไม่มีอัตตสหสัมพันธ์กัน (เป็นอิสระกัน) หรือความแปรปรวนร่วมเป็น 0 หรือ $\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ สำหรับ $i \neq j$

ในทางปฏิบัติปัญหาที่พบบ่อย โดยเฉพาะเมื่อตัวแปรเป็นอนุกรมเวลาพบว่า ข้อสมมติข้อที่ 3 ไม่เป็นจริง นั่นคือ ความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์กัน การเกิดอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนมักจะเกิดกับกรณีที่ค่าของตัวแปรตามและตัวแปรอิสระมีการเก็บข้อมูลตามลำดับเวลา ข้อมูลส่วนใหญ่ที่นำมาวิเคราะห์มักจะเป็นข้อมูลทางเศรษฐศาสตร์และธุรกิจ และลักษณะอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่พบโดยทั่วไปจะเป็นอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่ง (First Order Autoregressive Model: AR (1)) ซึ่งจะเกิดขึ้นกับข้อมูลรายปี เช่น GNP ดัชนีราคา (Price Index) การผลิต (Production) การจ้างงาน (Employment) และการว่างงาน (Unemployment) เป็นต้น

การเกิดปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน จะทำให้ตัวประมาณของพารามิเตอร์ β_i ไม่เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงเชิงเส้นที่ดีที่สุด เนื่องจากไม่เป็นไปตามข้อสมมติเบื้องต้นทำให้ค่าความแปรปรวนของตัวประมาณไม่ต่ำที่สุด และผลการอนุมานเกิดความผิดพลาดร้ายแรง มีผลให้การประมาณหรือการพยากรณ์จากสมการถดถอยไม่มีประสิทธิภาพและขาดความแม่นยำ

การแก้ไขปัญหาดัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่ง AR(1) มี 3 วิธี คือ (1) เพิ่มตัวแปรอิสระที่มีความสำคัญต่อตัวแปรตามเข้าในสมการถดถอย (2) วิธีการแปลงข้อมูล และ (3) วิธีการประมาณค่า [4] ซึ่งงานวิจัยนี้จะใช้วิธีการแปลงข้อมูลในการแก้ไขปัญหา

ในปี พ.ศ. 2544 โชติรส เทียนถาวร [1] ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบการถดถอยที่มีอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่ง (AR(1)) โดยใช้การแปลงข้อมูล 3 วิธี คือ วิธี Cochrane-Orcutt วิธี Durbin และวิธี Prais – Winsten พบว่า วิธี Prais – Winsten ให้ประสิทธิภาพสูงสุด กรณีที่มีขนาดตัวอย่าง 20 และ 50 เมื่อ $\rho \geq 0.2$

ในปี พ.ศ. 2547 อรจิรา คำหังสสา [5] ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาดัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่มีสาเหตุมาจากธรรมชาติของข้อมูล ในการวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย จากข้อมูลอนุกรมเวลาทางเศรษฐกิจที่สำคัญๆ โดยการแปลงข้อมูล 3 วิธี คือ วิธี Generalized differencing วิธี Durbin's Two-step และวิธี Cochrane-Orcutt iteration พบว่า วิธี Cochrane-Orcutt iteration เป็นวิธีที่เหมาะสมในแก้ปัญหาดัตตสหสัมพันธ์ กรณีที่มีขนาดตัวอย่าง 10 และ 50 เมื่อ $\rho = 0.5 - 0.99$ ขนาดตัวอย่าง 30 เมื่อ $\rho = 0.1 - 0.49$ แต่วิธี Durbin's Two-step เป็นวิธีที่แก้ปัญหาก็ให้ค่าพยากรณ์ดีกว่า วิธี Cochrane-Orcutt iteration เมื่ออัตตสหสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและกลาง

ในปี พ.ศ. 2548 ปิยดา พุกสวัสดิ์สินธุ์ [3] ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในสมการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ ที่มีอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่ 1, 2 และ 3 โดยใช้วิธีการประมาณค่า 4 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธี Cochrane-Orcutt วิธี

Hildreth – Lu และวิธีผลต่างอันดับที่หนึ่ง พบว่า เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนอันดับที่ 1 ทุกขนาด ตัวอย่าง เมื่อ $\rho = 0.1 - 0.7$ วิธี Hildreth – Lu จะให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนอันดับที่ 2 ตัวอย่างขนาดเล็ก วิธี Hildreth – Lu จะให้ค่า MSE ต่ำที่สุดทุกค่าอัตสหสัมพันธ์ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนอันดับที่ 3 ตัวอย่างขนาดเล็ก วิธี Hildreth – Lu จะให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ทุกค่าอัตสหสัมพันธ์ ตัวอย่างขนาดใหญ่ วิธี Cochrane-Orcutt จะให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ทุกค่าอัตสหสัมพันธ์

จากงานวิจัยที่ได้กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาวิธีการแก้ไขปัญหาค่าอัตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่ง (AR (1)) ในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายด้วยวิธีการแปลงข้อมูล 3 วิธี คือ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu งานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะศึกษาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาค่าอัตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่งที่ดีที่สุดและวิธีการแก้ปัญหาค่าพยากรณ์ที่ดีที่สุด

2.วิธีการวิจัย

2.1 ขอบเขตของการศึกษา

2.1.1 ตัวแบบการถดถอยที่ใช้ในการศึกษาเป็นตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย

2.1.2 กำหนดให้ค่าความคลาดเคลื่อนมีอัตสหสัมพันธ์กัน โดยมีรูปแบบความสัมพันธ์เป็นอัตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1))

2.1.3 กำหนดให้ตัวแปรอิสระ X และค่าความคลาดเคลื่อน V_t มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนเท่ากับหนึ่ง

2.1.4 เนื่องจาก Tse [10] ได้ทำการทดลอง ณ ค่าต่าง ๆ ของ β_0 และ β_1 พบว่า ไม่ว่า β_0 และ β_1 จะเป็นค่าใดก็ตาม ได้ผลสรุปไม่แตกต่างกัน ดังนั้นจึงกำหนดค่าให้กับ $\beta_0 = 0$ และ $\beta_1 = 1$ เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์

2.1.5 งานวิจัยนี้จะศึกษาเฉพาะปัญหาค่าอัตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนทางบวก เนื่องจากจะมีผลให้การอนุมานเกิดความผิดพลาดร้ายแรงกว่าอัตสหสัมพันธ์ทางลบ โดยจำลองข้อมูลให้ค่าความคลาดเคลื่อนมีอัตสหสัมพันธ์กันในรูปแบบ AR(1) ซึ่งมีระดับสัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์ (ρ) 10 ระดับ ($\rho = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ และ 1.0) และขนาดตัวอย่าง 3 ขนาด ($n = 10, 30$ และ 100) สถานการณ์ที่นำมาศึกษาจึงมีทั้งสิ้น 30 สถานการณ์

โดยกำหนดให้ $n = 10$ ตัวอย่างขนาดเล็ก

$n = 30$ ตัวอย่างขนาดกลาง

$n = 100$ ตัวอย่างขนาดใหญ่

2.1.6 โดยการใช้การแปลงข้อมูล 3 วิธี คือ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu

2.1.7 ในแต่ละสถานการณ์ทำการจำลองซ้ำ 2,000 ครั้ง

2.2. ขั้นตอนการวิจัย

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนหลักคือ

2.2.1. สร้างข้อมูลที่มีอัตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนในระดับต่าง ๆ โดยใช้โปรแกรม MATLAB ตามขั้นตอนดังนี้

2.2.1.1 สร้างความคลาดเคลื่อน (ε_t) ที่มีอัตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) โดยความสัมพันธ์

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + V_t$$

โดยที่ ρ คือ สัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์

($\rho = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ และ 1.0)

V_t คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่ไม่มีอัตสหสัมพันธ์กัน $V_t \sim N(0,1)$

$t = 1, \dots, n$

$n = 10, 30, 100$

2.2.1.2 สร้างข้อมูล (X_t, Y_t) ให้มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง (เนื่องจาก $\beta_0 = 0$ และ $\beta_1 = 1$) จึงได้รูปแบบเป็น $Y_t = X_t + \varepsilon_t$

2.2.1.3 นำข้อมูลที่สร้างไปทดสอบด้วยสถิติทดสอบเดอร์บิน – วัดสัน [2]

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

โดยที่ e_t คือ เศษตกค้าง (residual) ที่ t หรือ $Y_t - \hat{Y}_t$, $t = 1, 2, \dots, n$

n คือ จำนวนค่าสังเกต

เกณฑ์การตัดสินใจเพื่อสรุปผลการทดสอบ โดยนำค่า d ไปเทียบกับค่า $d_{L,\alpha}$ และ $d_{U,\alpha}$ ดังนี้

- ถ้าค่า $d < d_{L,\alpha}$ แสดงว่ามีอัตสหสัมพันธ์ทางบวก เกิดขึ้นในความคลาดเคลื่อน
- ถ้าค่า $d > d_{U,\alpha}$ แสดงว่าไม่มีอัตสหสัมพันธ์กันเกิดขึ้นในความคลาดเคลื่อน
- ถ้าค่า $d_{L,\alpha} < d < d_{U,\alpha}$ ไม่สามารถสรุปได้ เมื่อ $d_{L,\alpha}$ และ $d_{U,\alpha}$ เป็นค่าวิกฤตที่ได้

จากการเปิดตารางค่าสถิติเดอร์บินและวัดสัน ที่ระดับนัยสำคัญ α

- ถ้าทดสอบแล้วพบว่าไม่มีอัตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน ก็กลับไปทำ

ขั้นตอนที่ 2.2.1.1 และ 2.2.1.2 ใหม่ และ ถ้าทดสอบแล้วพบว่าไม่มีอัตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน ไปทำขั้นตอนที่ 2.2.2 ต่อไป

2.2.2 นำข้อมูลที่สร้างขึ้นมาแก้ปัญหาอัตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธีการแก้ปัญหา 3 วิธี ได้แก่

2.2.2.1 วิธี Cochrane – Orcutt [6] มีขั้นตอนดังนี้

2.2.2.1.1 ทำการประมาณค่า $\hat{\rho}$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จาก

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^n e_{t-1} e_t}{\sum_{t=2}^n e_{t-1}^2}$$

2.2.2.1.2 ทำการแปลงข้อมูลใหม่เป็น

$$Y'_t = Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1}$$

$$X'_t = X_t - \hat{\rho} X_{t-1}$$

2.2.2.1.3 สร้างสมการถดถอยโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จากข้อมูลของตัวแปรที่แปลงแล้ว ได้สมการ $\hat{Y}'_t = b'_0 + b'_1 X'_t$

2.2.2.1.4 คำนวณค่าเศษตกค้างจากสมการถดถอยที่สร้างขึ้นจากข้อมูลที่แปลงแล้ว โดย $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ และนำมาทำการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนว่ามีอัตรสหสัมพันธ์หรือไม่ โดยใช้สถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสันและทำการแปลงสมการ $\hat{Y}'_t = b'_0 + b'_1 X'_t$ กลับไปเป็นสมการ $\hat{Y}_t = b_0 + b_1 X_t$ โดย $b_0 = \frac{b'_0}{1 - \hat{\rho}}$ และ $b_1 = b'_1$

- ถ้าทดสอบแล้วพบว่าค่าความคลาดเคลื่อนมีอัตรสหสัมพันธ์ ทำการประมาณค่า $\hat{\rho}$ ใหม่ ตามขั้นตอน 2.2.2.1.1 – 2.2.2.1.4

- ถ้าทดสอบแล้วพบว่าค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีอัตรสหสัมพันธ์ ก็จะสิ้นสุดวิธี Cochrane-Orcutt

2.2.2.2 วิธี Prais – Winsten [6] ทำคล้ายกับวิธี Cochrane – Orcutt โดย

$$Y'_1 = \sqrt{1 - \hat{\rho}^2} Y_1 \quad \text{และ} \quad X'_1 = \sqrt{1 - \hat{\rho}^2} X_1 \quad \text{เมื่อ } t = 1$$

$$Y'_t = Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1} \quad \text{และ} \quad X'_t = X_t - \hat{\rho} X_{t-1} \quad \text{เมื่อ } t = 2, \dots, n$$

2.2.2.3 วิธี Hildreth – Lu [9] ทำคล้ายกับวิธี Cochrane – Orcutt แต่เพิ่มเติมขั้นตอนการหาค่า $\hat{\rho}$ ที่ทำให้ผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (SSE) ที่มีค่าน้อยที่สุด โดยจะทำการแปลงข้อมูลเพียง 1 รอบเท่านั้น

2.2.3. เมื่อทดสอบค่าความคลาดเคลื่อนหลังจากทำการแก้ปัญหาวัดสหสัมพันธ์ของแต่ละวิธี ในกรณีที่แก้ปัญหาวัดสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนได้ จะคำนวณค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (MSE) [2] โดยสมการ

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n}$$

2.2.4. สรุปผลการวิจัย โดยมีเกณฑ์การตัดสินใจ คือ การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาอัตรสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่ง พิจารณาโดยใช้เกณฑ์นับความสามารถในการ

แก้ไขปัญหาโดยวิธีที่มีจำนวนชุดข้อมูลที่ยอมรับสมมติฐานหลักมากที่สุดจะเป็นวิธีที่แก้ปัญหาคัดสรรสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่ดีที่สุด

การเปรียบเทียบความเหมาะสมในการพยากรณ์ พิจารณาโดยใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน โดยวิธีใดที่ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยต่ำที่สุด จะเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์

2.2.5. นำข้อมูลจริงทางเศรษฐศาสตร์มาเป็นกรณีศึกษา โดยให้สินค้านำเข้าเป็นตัวแปรอิสระ และข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ เป็นตัวแปรตาม (หน่วย : ล้านบาท) มาแก้ปัญหาด้วยทั้ง 3 วิธี

3. ผลการดำเนินการวิจัย

3.1 ผลจากการจำลองข้อมูล ตัวอย่างขนาดเล็ก ($n = 10$) ขนาดกลาง ($n = 30$) และขนาดใหญ่ ($n = 100$) ซึ่งแบ่งระดับสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์ (ρ) เป็น 3 ระดับ คือ ระดับต่ำ ($\rho = 0.1, 0.2, 0.3$ และ 0.4) ระดับกลาง ($\rho = 0.5, 0.6$ และ 0.7) และระดับสูง ($\rho = 0.8, 0.9$ และ 1.0)

ตารางที่ 1 แสดงร้อยละของชุดข้อมูลที่สามารถแก้ปัญหาคัดสรรสัมพันธ์ของทั้ง 3 วิธี ที่

จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับอัตโนมัติสัมพันธ์ (ρ)

ρ	วิธี Cochrane – Orcutt			วิธี Prais – Winsten			วิธี Hildreth – Lu		
	$n=10$	$n=30$	$n=100$	$n=10$	$n=30$	$n=100$	$n=10$	$n=30$	$n=100$
0.1	77.80 %	99.50 %	100.0 %	68.60 %	99.60 %	100.0 %	77.10 %	27.70 %	20.60 %
0.2	77.00 %	99.35 %	100.0 %	65.70 %	99.30 %	100.0 %	75.85 %	22.30 %	19.70 %
0.3	77.20 %	99.30 %	99.95 %	65.95 %	99.00 %	99.95 %	75.45 %	21.15 %	19.75 %
0.4	73.50 %	98.60 %	100.00 %	61.05 %	98.35 %	99.95 %	72.95 %	18.05 %	18.20 %
0.5	73.85 %	97.70 %	99.60 %	62.20 %	97.65 %	99.55 %	72.95 %	16.65 %	15.00 %
0.6	72.55 %	96.40 %	98.25 %	62.20 %	95.80 %	98.45 %	72.15 %	11.55 %	13.70 %
0.7	70.50 %	94.75 %	97.00 %	60.90 %	93.75 %	96.70 %	70.15 %	7.35 %	11.75 %
0.8	68.65 %	92.05 %	94.55 %	60.05 %	90.85 %	94.25 %	69.65 %	4.55 %	8.05 %
0.9	69.10 %	89.60 %	91.70 %	61.05 %	88.85 %	92.00 %	68.95 %	2.65 %	4.90 %
1.0	68.65 %	88.00 %	90.05 %	65.90 %	87.60 %	90.05 %	67.20 %	0.85 %	18.75 %

จากตารางที่ 1 จะพบว่า วิธีการแก้ปัญหาคัดสรรสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่ง (AR(1)) ได้ผลดังนี้

เมื่อ $n = 10$ และ $\rho = 0.1$ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu สามารถแก้ปัญหาคัดสรรสัมพันธ์ได้ร้อยละ 77.80, 68.60 และ 77.10 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าวิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหาคัดสรรสัมพันธ์

เมื่อ $n = 30$ และ $\rho = 0.1$ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu สามารถแก้ปัญหาค่าคลาดเคลื่อนได้ร้อยละ 99.50, 99.60 และ 27.70 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหาค่าคลาดเคลื่อน

เมื่อ $n = 100$ และ $\rho = 0.1$ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu สามารถแก้ปัญหาค่าคลาดเคลื่อนได้ร้อยละ 100.0, 100.0 และ 20.60 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหาค่าคลาดเคลื่อน

ตารางที่ 2 แสดงค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด เมื่อแก้ปัญหาค่าด้วย 3 วิธี จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับอัตราสัมพันธ์ (ρ)

ρ	วิธี Cochrane – Orcutt			วิธี Prais – Winsten			วิธี Hildreth – Lu		
	$n=10$	$n=30$	$n=100$	$n=10$	$n=30$	$n=100$	$n=10$	$n=30$	$n=100$
0.1	20.358	0.991	1.016	22.802	0.986	1.025	9.210	1.026	0.993
0.2	6.702	1.058	1.043	7.474	1.053	1.053	8.882	1.129	1.027
0.3	9.861	1.118	1.081	10.818	1.112	1.09	14.884	1.169	1.05
0.4	225.746	1.199	1.157	270.82	1.193	1.166	21.344	1.217	1.121
0.5	4.08	1.26	1.285	4.055	1.253	1.293	21.078	1.25	1.245
0.6	996.135	1.381	1.479	1161	1.371	1.488	30.666	1.306	1.388
0.7	6.609	1.634	1.821	6.569	1.618	1.829	40.100	1.423	1.739
0.8	35.394	1.989	2.468	39.746	1.967	2.473	68.074	1.588	2.253
0.9	83.731	15.76	4.209	42.26	15.459	4.209	94.288	1.681	3.776
1.0	482.908	145.981	3019.3	501.68	146.94	3028.8	253.424	1.61	125.729

จากตารางที่ 2 จะพบว่า ความสามารถในการพยากรณ์ของค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด ได้ผลดังนี้

เมื่อ $n = 10$ และ $\rho = 0.1$ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 20.358, 22.802 และ 9.210 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์

เมื่อ $n = 30$ และ $\rho = 0.1$ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 0.991, 0.986 และ 1.026 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์

เมื่อ $n = 100$ และ $\rho = 0.1$ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1.016, 1.025 และ 0.993 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์

3.2 ผลจากการใช้ข้อมูลจริง ทางเศรษฐศาสตร์มาเป็นกรณีศึกษา กำหนดให้ ข้อมูลสินค้านำเข้า เป็นตัวแปรอิสระ และข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ เป็นตัวแปรตาม (หน่วย : ล้านบาท) มีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 มี $p = 0.37$ ทำการแก้ปัญหาด้วย 3 วิธี พบว่า วิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten สามารถแก้ไขปัญหาคอสมอสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนได้ โดยแต่ละวิธีทำการวนซ้ำ 2 รอบ แต่วิธี Hildreth – Lu ไม่สามารถแก้ไขปัญหาคอสมอสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนได้ โดยวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดเท่ากับ 5.47×10^{-12} และ 5.04×10^{-12} ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นวิธี Cochrane - Orcutt และวิธี Prais – Winsten จึงเป็นวิธีที่เหมาะสมในการพยากรณ์

จะเห็นว่า ผลจากกรณีศึกษาสอดคล้องกับผลที่ได้จากข้อมูลจำลอง

4.สรุปผลการวิจัย

ผลจากการวิจัย สามารถสรุปวิธีการแก้ปัญหาคอสมอสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่ง (AR(1)) และวิธีที่เหมาะสมในการพยากรณ์ที่ดีที่สุด ได้ดังตารางที่ 3

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 10 ความสามารถในการแก้ปัญหาคอสมอสัมพันธ์ของวิธี Cochrane – Orcutt ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.9 และ 1.0 สามารถแก้ปัญหามากกว่าร้อยละ 68.65 และวิธี Hildreth – Lu ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์เท่ากับ 0.8 สามารถแก้ปัญหามากกว่าร้อยละ 69.65

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 30 ความสามารถในการแก้ปัญหาคอสมอสัมพันธ์ของวิธี Cochrane – Orcutt ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์เท่ากับ 0.2 ถึง 1.0 สามารถแก้ปัญหามากกว่าร้อยละ 88.00 และ วิธี Prais – Winsten ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 สามารถแก้ปัญหามากกว่าร้อยละ 99.6

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 100 ความสามารถในการแก้ปัญหาคอสมอสัมพันธ์ของวิธี Cochrane – Orcutt ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.8 และ 1.0 สามารถแก้ปัญหามากกว่าร้อยละ 90.05 และ วิธี Prais – Winsten ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.6, 0.9 และ 1.0 สามารถแก้ปัญหามากกว่าร้อยละ 90.05

วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ที่ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์ 0.2, 0.3 และ 0.8 ส่วนวิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ที่ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์ 0.5, 0.7 และ 0.9 เมื่อขนาดตัวอย่าง 30 ที่ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์ 0.1 ถึง 0.4 และวิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ที่ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์ 0.1, 0.4, 0.6 และ 1.0 เมื่อขนาดตัวอย่าง 30 ที่ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์ 0.5 ถึง 1.0 และเมื่อขนาดตัวอย่าง 100 ที่ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์ 0.1 ถึง 1.0

ตารางที่ 3 แสดงวิธีการแก้ไขปัญหาคอสมอสัมพันธ์และวิธีที่เหมาะสมในการพยากรณ์ที่ดีที่สุด

จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับคอสมอสัมพันธ์ (ρ)

ระดับสัมประสิทธิ์คอสมอสัมพันธ์		ขนาดเล็ก(10)	ขนาดกลาง(30)	ขนาดใหญ่(100)
ระดับต่ำ	0.1	*วิธี Cochrane – Orcutt (77.80%) **วิธี Hildreth – Lu	วิธี Prais – Winsten (99.60%)	*วิธี Cochrane – Orcutt (100.0%) *วิธี Prais – Winsten (100.0%) **วิธี Hildreth – Lu
	0.2	วิธี Cochrane – Orcutt (77.00%)	*วิธี Cochrane – Orcutt (99.35%) **วิธี Prais – Winsten	*วิธี Cochrane – Orcutt (100.0%) *วิธี Prais – Winsten (100.0%) **วิธี Hildreth – Lu
	0.3	วิธี Cochrane – Orcutt (77.20%)	*วิธี Cochrane – Orcutt (99.30%) **วิธี Prais – Winsten	*วิธี Cochrane – Orcutt (99.95%) *วิธี Prais – Winsten (99.95%) **วิธี Hildreth – Lu
	0.4	*วิธี Cochrane – Orcutt (73.50%) **วิธี Hildreth – Lu	*วิธี Cochrane – Orcutt (98.60%) **วิธี Prais – Winsten	*วิธี Cochrane – Orcutt (100.0%) **วิธี Hildreth – Lu
ระดับกลาง	0.5	*วิธี Cochrane – Orcutt (73.85%) **วิธี Prais – Winsten	*วิธี Cochrane – Orcutt (97.70%) **วิธี Hildreth – Lu	*วิธี Cochrane – Orcutt (99.60%) **วิธี Hildreth – Lu
	0.6	*วิธี Cochrane – Orcutt (72.55%) **วิธี Hildreth – Lu	*วิธี Cochrane – Orcutt (96.40%) **วิธี Hildreth – Lu	*วิธี Prais – Winsten (98.45%) **วิธี Hildreth – Lu
	0.7	*วิธี Cochrane – Orcutt (70.50%) **วิธี Prais – Winsten	*วิธี Cochrane – Orcutt (94.75%) **วิธี Hildreth – Lu	*วิธี Cochrane – Orcutt (97.00%) **วิธี Hildreth – Lu
ระดับสูง	0.8	*วิธี Hildreth – Lu (69.65%) **วิธี Cochrane – Orcutt	*วิธี Cochrane – Orcutt (92.05%) **วิธี Hildreth – Lu	*วิธี Cochrane – Orcutt (94.55%) **วิธี Hildreth – Lu
	0.9	*วิธี Cochrane – Orcutt (69.10%) **วิธี Prais – Winsten	*วิธี Cochrane – Orcutt (89.60%) **วิธี Hildreth – Lu	*วิธี Prais – Winsten (92.00%) **วิธี Hildreth – Lu
	1.0	*วิธี Cochrane – Orcutt (68.65%) **วิธี Hildreth – Lu	*วิธี Cochrane – Orcutt (88.00%) **วิธี Hildreth – Lu	*วิธี Cochrane – Orcutt (90.05%) *วิธี Prais – Winsten (87.4%) **วิธี Hildreth – Lu

หมายเหตุ ถ้ามีเครื่องหมาย * คือ วิธีการแก้ปัญหาคอสมอสัมพันธ์

ถ้ามีเครื่องหมาย ** คือ วิธีที่เหมาะสมในการพยากรณ์

ถ้ามีเครื่องหมาย ____ คือ วิธีการแก้ปัญหาคอสมอสัมพันธ์และวิธีที่เหมาะสมในการพยากรณ์

5. ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาคอสมอสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน โดยกำหนดรูปแบบการถดถอยที่ใช้เป็นรูปแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย และระดับความคลาดเคลื่อนมีคอสมอสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) ดังนั้นผู้วิจัยที่สนใจดำเนินการวิจัยเรื่องนี้ต่อไป

อาจทำการแก้ไขปัญหาคอขวดของความสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน ด้วยวิธีการประมาณค่าแบบอื่นๆ หรือ ทำการศึกษากรณีรูปแบบการถดถอยเชิงเส้นแบบพหุที่ความคลาดเคลื่อนเกิดปัญหาคอขวดสัมพันธ์กัน ในอันดับที่สูงขึ้นเช่น AR(2), AR(3) และอื่นๆ

เอกสารอ้างอิง

- [1] โชติรส เทียนถาวร . 2544. “การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนแบบคอขวดสัมพันธ์” . วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- [2] ทรงศิริ แด่สมบัติ. 2548. การวิเคราะห์การถดถอย. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- [3] ปิยะดา พุกสวัสดิ์นันท์ . 2548. “การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ ที่มีทอมความคลาดเคลื่อนแบบออโตรีเกรสซีฟอันดับที่ 1, 2 และ 3”. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- [4] วิรัช พานิชวงค์. 2549. การวิเคราะห์การถดถอย. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: ศูนย์ผลิตตำราเรียนสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- [5] อรจิรา คำหงส์สา . 2547. “การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาคอขวดของความสัมพันธ์ที่มีความคลาดเคลื่อนที่มีสาเหตุมาจากธรรมชาติของข้อมูล” . วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- [6] Damodar N. Gujarati. 1995. **Basic Econometrics**, 3rd ed. New York: McGraw-Hell.
- [7] George G.Judge. 1985. **The Theory and practice of econometrics**. 2nded. New York: John Wiley and Sons.
- [8] Michael H. Kunter, Christopher J. Nachtsheim, John Neter. 2004. **Applied Linear Statistical Model**. 4th ed., McGraw-Hill/Irwin. New York.
- [9] Ramu Ramanathan.1995. **Introductory econometrics with applications**. 3rd ed. Fort worth: Dryden Press.
- [10] Tse Yiu Kuen. 1984 .“An Empirical Comparison of Small Sample Distributions of Estimators of the First Order Autoregression”. Journal of Statistical Computation and Simulation., 19: 227-236.