

# แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจระเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์

## Mathematical model for forecasting the water content in Huai Jorakhe Mak Reservoir, Mueang district, Buriram province

ธัญญารัตน์ ทุกพันธ์<sup>1\*</sup>, กัญญาณัฐ แดงยังยืน<sup>1</sup>, วชิรารักษ์ โอโรสรัมย์<sup>2</sup>  
Thanyarat Tukpan<sup>1\*</sup>, Kanyanat Dangyangyuen<sup>1</sup>, Wachirarak Orosram<sup>2</sup>

Received: 15 September 2019 ; Revised: 12 December 2019 ; Accepted: 20 December 2019

### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับพยากรณ์ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจระเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ โดยใช้ข้อมูลปริมาณน้ำรายเดือนจากโครงการชลประทานบุรีรัมย์ สำนักชลประทานที่ 8 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2551 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2561 จำนวน 132 เดือน โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด ข้อมูลชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2551 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2560 จำนวน 120 เดือน สำหรับศึกษาตัวแบบพยากรณ์ โดยวิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลแบบไฮลท์ วิธีปรับเรียบเอ็กซ์โพเนนเชียลของวินเทอร์รูปแบบการคูณ วิธีแยกองค์ประกอบรูปแบบการคูณและการบวก และวิธีบอกรซ์-เจนกินส์ ข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2561 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2561 จำนวน 12 เดือน นำมาใช้ในการเปรียบเทียบความแม่นยำของค่าพยากรณ์ โดยใช้เกณฑ์เบี่ยงเบนสม มาตรฐานเฉลี่ย และเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ผลการศึกษาพบว่า วิธีบอกรซ์-เจนกินส์เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุด และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจระเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์คือ  $Y_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} + 0.237e_{t-1} - 0.984e_{t-12} - 0.233e_{t-13} - 0.187$ .

**คำสำคัญ:** แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พยากรณ์ ปริมาณน้ำ

### Abstract

The purpose of this research was to select a model for the accurate prediction of water content in Huai Jorakhe Mak Reservoir, Mueang District, Buriram Province. Data were obtained from the Royal Irrigation Department, Buriram Province, Irrigation Office 8 from January, 2008 to December, 2018 ; thus there are 132 values of monthly water content in reservoir. Data were separated into two sets. The first set contained 120 values of monthly water content from January, 2008 to December, 2017 and was used for construction of the model using Holt's Double Exponential Smoothing, Winters Multiplicative Exponential Smoothing Method, Classical Decomposition Method, Multiplicative Decomposition and Additive Decomposition, and Box-Jenkins method. Another set, the last 12 values from January, 2018 to December, 2018 were used for checking the accuracy of the forecasting model. The evaluation metrics were the mean absolute the determination of mean absolute deviation and root mean squared error. Research findings indicated that of all the forecasting methods, the Box-Jenkins method is the most suitable for this prediction in Buriram Province. The Mathematical model for forecasting the water content in Huai Jorakhe Mak Reservoir, Mueang District, Buriram Province is  $Y_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} + 0.237e_{t-1} - 0.984e_{t-12} - 0.233e_{t-13} - 0.187$ .

**Keywords:** Mathematical model, forecasting, water content

<sup>1</sup> นักศึกษาปริญญาตรี, คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ 31000

<sup>2</sup> ผู้ช่วยศาสตราจารย์, คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ 31000

<sup>1</sup> Undergraduate student, Faculty of Science, Buriram Rajabhat University, Mueang District, Buriram Province 31000, Thailand.

<sup>2</sup> Assist. Prof., Faculty of Science, Buriram Rajabhat University, Mueang District, Buriram Province 31000, Thailand.

\* Corresponding author. E-mail: tanyarat.tuk@bru.ac.th

## บทนำ

น้ำเป็นปัจจัยสำคัญในการดำรงชีวิตของมนุษย์และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของสิ่งมีชีวิตทั้งหลาย เราใช้น้ำเพื่อประโยชน์ในด้านต่างๆ ทั้งในด้านการอุปโภคบริโภค ด้านเกษตรกรรม และอุตสาหกรรม น้ำเป็นทรัพยากรที่เกิดขึ้นได้ตามธรรมชาติและตามฤดูกาล จากความแปรปรวนของสภาพอากาศทำให้ในช่วงฤดูฝนในบางพื้นที่มีฝนตกมากจนประสบกับปัญหาอุทกภัย บางพื้นที่ฝนไม่ตกตามฤดูกาลทำให้ประสบกับปัญหาภัยแล้ง ซึ่งบุรีรัมย์ก็เป็นจังหวัดหนึ่งที่กำลังประสบกับปัญหาภัยแล้งขึ้นวิกฤตในรอบ 10 ปี เกิดภาวะฝนทิ้งช่วงไม่ตกต้องตามฤดูกาล ส่งผลให้ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำต่างๆ เริ่มแห้งขอด รวมไปถึงอ่างเก็บน้ำห้วยจระเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ ที่มีปริมาณน้ำลดลงอย่างเห็นได้ชัด อ่างเก็บน้ำห้วยจระเข้มากนั้นมีสภาพพื้นที่เป็นอ่างเก็บน้ำขนาดใหญ่ มีพื้นที่ 3,876 ไร่ ลักษณะเป็นทะเลสาบน้ำจืด สันเขื่อนสร้างกันห้วยจระเข้มาก ซึ่งเป็นแหล่งน้ำดิบที่ใช้ผลิตน้ำประปาหล่อเลี้ยงในตัวเมืองและเขตเศรษฐกิจที่สำคัญ เป็นแหล่งเพาะพันธุ์สัตว์น้ำจืดของสถานเพาะพันธุ์สัตว์น้ำจืด เป็นแหล่งน้ำสำหรับการเกษตรและเป็นแหล่งท่องเที่ยวพักผ่อนของจังหวัดบุรีรัมย์ จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่าน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจระเข้มาก มีความสำคัญกับการดำรงชีวิตของประชาชนในตัวเมืองบุรีรัมย์เป็นอย่างมาก ดังนั้นการศึกษาความแม่นยำในการพยากรณ์ปริมาณน้ำล่วงหน้าจึงเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้องค์กรหรือหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการจัดการทรัพยากรน้ำสามารถใช้ประโยชน์จากข้อมูลการพยากรณ์ปริมาณน้ำเพื่อจัดสรรให้ประชาชนได้อย่างเพียงพอ สำหรับการศึกษาในครั้งนี้จะมุ่งเน้นการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการพยากรณ์เพื่อเลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับพยากรณ์ปริมาณน้ำรายเดือนในอ่างเก็บน้ำห้วยจระเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ โดยใช้ข้อมูลจากโครงการชลประทานบุรีรัมย์ สำนักชลประทานที่ 8

## วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาเปรียบเทียบวิธีการพยากรณ์เพื่อเลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับพยากรณ์ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจระเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์

## วัสดุอุปกรณ์และวิธีการศึกษา

การศึกษาเพื่อเลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับพยากรณ์ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจระเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ โดยใช้ข้อมูลปริมาณน้ำรายเดือนจากโครงการชลประทานบุรีรัมย์ สำนักชลประทานที่ 8 ตั้งแต่

เดือนมกราคม พ.ศ. 2551 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2561 จำนวน 132 เดือน โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด ข้อมูลชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2551 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2560 จำนวน 120 เดือน สำหรับศึกษาตัวแบบพยากรณ์ทั้ง 5 วิธี โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel และโปรแกรม SPSS ซึ่งโปรแกรม Microsoft Excel ใช้ในการศึกษาตัวแบบพยากรณ์ด้วยวิธีปรับเรียบเอกซ์โพเนนเชียลแบบไฮลท์ วิธีปรับเรียบเอกซ์โพเนนเชียลของวินเทอร์รูปแบบการคูณ และวิธีแยกองค์ประกอบ ส่วนโปรแกรม SPSS ใช้ในการศึกษาตัวแบบพยากรณ์ด้วยวิธีบอซ-เจนกินส์ ข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2561 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2561 จำนวน 12 เดือน นำมาใช้สำหรับการเปรียบเทียบความแม่นยำของค่าพยากรณ์ โดยใช้เกณฑ์เบี่ยงเบนสมบูรณ์เฉลี่ย (MAD) และเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) ที่ต่ำที่สุด<sup>5</sup>

## การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

การศึกษาลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาเป็นการพิจารณาเบื้องต้นว่าอนุกรมเวลามีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะใดมีส่วนประกอบของอนุกรมเวลาใดบ้าง (แนวโน้ม ฤดูกาล วัฏจักร หรือเหตุการณ์ที่ผิดปกติ) โดยพิจารณาจากกราฟอนุกรมเวลาเทียบกับเวลา<sup>6</sup>

## การพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอกซ์โพเนนเชียลแบบไฮลท์

เป็นวิธีที่ใช้หลักการของเอกซ์โพเนนเชียลมาใช้ซึ่งคล้ายกับวิธีปรับเรียบเอกซ์โพเนนเชียลอย่างง่ายแต่วิธีนี้มีค่าคงที่สำหรับปรับระดับ 2 ค่าคือ  $a$  แทนค่าคงที่ที่ทำให้เรียบระหว่างข้อมูลกับพยากรณ์ และ  $b$  แทนค่าคงที่ที่ทำให้เรียบระหว่างแนวโน้มจริงกับค่าประมาณแนวโน้ม ซึ่งทั้งสองค่ามีค่าระหว่าง 0 - 1 และการหาค่าพยากรณ์คำนวณได้จากสมการ<sup>6</sup>

$$Y_{t+m} = S_t + b_t m \quad (1)$$

โดยที่

$Y_{t+m}$  แทนค่าพยากรณ์ ณ ช่วงเวลา  $t+m$

$X_t$  แทนค่าข้อมูลจริง ณ ช่วงเวลา  $t$

$b_t$  แทนค่าความชันของข้อมูล

$m$  แทนระยะเวลาที่ต้องการพยากรณ์ไปข้างหน้า

$$S_t = aX_t + (1-a)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = d(S_t + S_{t-1}) + (1+d)b_{t-1}$$

### การพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอกซ์โพเนนเชียลของวินเทอร์รูปแบบการคูณ

วิธีนี้เหมาะสำหรับข้อมูลที่เป็นรายเดือน รายสัปดาห์ หรือรายวัน วิธีการนี้ยังคงใช้หลักการของเอกซ์โพเนนเชียล คือ ให้ความสำคัญกับข้อมูลไม่เท่ากัน และมีค่าปรับเรียบ 3 ค่าคือ  $a$  แทนค่าคงที่ที่ทำให้เรียบระหว่างข้อมูลกับการพยากรณ์  $b$  แทนค่าคงที่ที่ทำให้เรียบระหว่างแนวโน้มจริงกับค่าประมาณแนวโน้ม และ  $g$  แทนค่าคงที่ที่ทำให้เรียบระหว่างค่าฤดูกาลจริงกับค่าประมาณฤดูกาล ทั้งสามค่านี้มีค่าระหว่าง 0 - 1 และวิธีของวินเทอร์ มี 2 รูปแบบ คือ การปรับเรียบเอกซ์โพเนนเชียลของ วินเทอร์รูปแบบการบวก (Winter's additive exponential smoothing Method) ควรใช้กับการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่มีอัตราส่วนของความผันแปรตามฤดูกาลต่อค่าแนวโน้มคงที่ กล่าวคือ อัตราส่วนของความผันแปรตามฤดูกาลต่อค่าแนวโน้มมีค่าไม่เพิ่มขึ้นและไม่ลดลงตามเวลาที่เปลี่ยนแปลงไปและการปรับเรียบเอกซ์โพเนนเชียล ของวินเทอร์รูปแบบการคูณ (Winter's Multiplicative exponential smoothing Method) ควรใช้กับการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่มีอัตราส่วนของความผันแปรตามฤดูกาลต่อค่าแนวโน้มเพิ่มขึ้นหรือลดลงตามเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป<sup>4</sup> สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ได้ใช้วิธีการปรับเรียบเอกซ์โพเนนเชียลของวินเทอร์รูปแบบการคูณ เนื่องจากอนุกรมเวลาปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจรเข้มากของข้อมูลชุดที่ 1 ในช่วงเดือนมกราคม พ.ศ. 2551 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2560 มีอัตราส่วนของความผันแปรตามฤดูกาลต่อค่าแนวโน้มเพิ่มขึ้นหรือลดลงตามเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป<sup>6</sup> ดัง Figure 1 สมการที่ใช้ในการพยากรณ์คือ

$$Y_{t+m} = (S_t + b_t m) l_{t-L+m} \quad (2)$$

โดยที่

$Y_{t+m}$  แทนค่าพยากรณ์ ณ ช่วงเวลา  $t+m$

$X_t$  แทนค่าข้อมูลจริง ณ ช่วงเวลา  $t$

$L$  แทนช่วงฤดูกาล (จำนวนเดือนใน 1 ปี)

$m$  แทนระยะเวลาที่ต้องการพยากรณ์ไปข้างหน้า

$$S_t = a \frac{X_t}{l_{t-L}} + (1-a)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = g(S_t - S_{t-1}) + (1-g)b_{t-1}$$

$$l_t = b \frac{X_t}{S_t} + (1-b)l_{t-L}$$

### การพยากรณ์โดยวิธีแยกองค์ประกอบ

อนุกรมเวลาที่เก็บรวบรวมมาในช่วงเวลาที่ต่างกัน ได้แก่ ปี ไตรมาส เดือน สัปดาห์ วันหรือชั่วโมง อาจจะมีส่วนประกอบที่ต่างกันดังนั้นการพยากรณ์ด้วยการวิเคราะห์อนุกรมเวลาจะทำได้โดยการแยกส่วนประกอบของอนุกรมเวลาออกเป็น 4 องค์ประกอบได้แก่ แนวโน้ม (T) การผันแปรตามฤดูกาล (S) การผันแปรตามวัฏจักร (C) และความไม่แน่นอน (I) โดยสมการของการพยากรณ์แบบวิธีแยกองค์ประกอบสามารถแบ่งได้เป็น 2 รูปแบบ<sup>6</sup> คือ

1. การแยกองค์ประกอบแบบการคูณ

$$Y_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot I_t \quad (3)$$

2. การแยกองค์ประกอบแบบการบวก

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + I_t \quad (4)$$

โดยที่

$Y_t$  แทนค่าพยากรณ์ ณ ช่วงเวลา  $t$

$T_t$  แทนค่าประมาณของแนวโน้ม ณ ช่วงเวลา  $t$  เมื่อ

$$T_t = b_0 + b_1 t$$

$S_t$  แทนค่าประมาณของการแปรผันตามฤดูกาล ณ

$$\text{ช่วงเวลา } t \text{ เมื่อ } S_t = \frac{Y_t}{T_t \cdot C_t \cdot I_t}$$

$C_t$  แทนค่าประมาณของการแปรผันตามวัฏจักร ณ

$$\text{ช่วงเวลา } t \text{ เมื่อ } C_t = \frac{Y_t}{T_t \cdot S_t \cdot I_t}$$

$I_t$  แทนค่าประมาณของความไม่แน่นอน ณ

$$\text{ช่วงเวลา } t \text{ เมื่อ } I_t = \frac{C_t \cdot I_t}{C_t}$$

### การพยากรณ์โดยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์

ในการวิเคราะห์ตัวแบบเนื่องจากจะทำการตรวจสอบข้อมูลว่าเป็นสเตชันนารี(stationary) หรือไม่โดยพิจารณาจากกราฟของอนุกรมเวลา หรือพิจารณากราฟฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตนเอง(Autocorrelation Function: ACF) และฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตนเองส่วนย่อย (Partial Autocorrelation Function: PACF) ถ้าพบว่าอนุกรมเวลาไม่เป็นสเตชันนารีจะต้องแปลงใหม่ให้เป็นสเตชันนารี ทำได้โดยการจำกัดแนวโน้ม กำจัดฤดูกาล แล้วค่อยพิจารณากำหนดรูปแบบการพยากรณ์ SARIMA  $p, d, q, P, D, Q$ <sup>2,7</sup> ที่คาดว่าเหมาะสม โดยตรวจสอบจากกราฟ ACF และ PACF ของความคลาดเคลื่อน หรือใช้เกณฑ์สารสนเทศเบย์เซียน (Bayesian Information Criterion: BIC) ต่ำที่สุด มีค่าสถิติ Ljung-Box Q ที่ไม่มีนัยสำคัญ และตัวแบบทั่วไปของวิธีนี้คือ Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average: SARIMA  $p, d, q, P, D, Q$ <sup>7,8</sup> แสดงดังสมการที่ (5)

$$f_p(B) F_p(B^s) (1-B)^d (1-B^s)^D Y_t = d + q_q(B) Q_q(B^s) e_t \quad (5)$$

โดยที่

$Y_t$  แทนค่าพยากรณ์ ณ ช่วงเวลา  $t$

$t$  แทนช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง  $n$

$n$  แทนจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 1

$s$  แทนจำนวนคาบของฤดูกาล

$d$  และ  $D$  แทนลำดับของการหาผลต่าง และผลต่างฤดูกาล ตามลำดับ

$B$  แทนตัวดำเนินการถอยหลัง (Backward Operator) โดยที่  $B^s Y_t = Y_{t-s}$

$e_t$  แทนอนุกรมเวลาของความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงปกติและเป็นอิสระกัน ด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนคงที่ทุกช่วงเวลา

$d = m f_p(B) F_p(B^s)$  แทนค่าคงตัว โดยที่  $m$  แทนค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลาที่คงที่ (Stationary)

$f_p B = 1 - f_1 B - f_2 B^2 - \dots - f_p B^p$  (แทนตัวดำเนินการสหสัมพันธ์ในตัวเองแบบไม่มีฤดูกาลอันดับที่  $p$  (Non-Seasonal Autoregressive Operator of Order  $p$ : AR( $p$ )))

$F_p(B^s) = 1 - F_1 B^s - F_2 B^{2s} - \dots - F_p B^{ps}$  แทนตัวดำเนินการสหสัมพันธ์ในตัวเองแบบมีฤดูกาลอันดับที่  $P$  (Seasonal Autoregressive Operator of Order  $P$ : SAR( $P$ ))

$q_p(B) = 1 - q_1 B - q_2 B^2 - \dots - q_p B^p$  แทนตัวดำเนินการเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบไม่มีฤดูกาลอันดับที่  $q$  (Non-Seasonal moving Average Operator of Order  $q$ : MA( $q$ ))

$Q_p(B^s) = 1 - Q_1 B^s - Q_2 B^{2s} - \dots - Q_p B^{ps}$  แทนตัวดำเนินการเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบมีฤดูกาลอันดับที่  $Q$  (Seasonal moving Average Operator of Order  $Q$ : SMA( $Q$ ))<sup>3</sup>

**การเปรียบเทียบความแม่นยำของการพยากรณ์**  
วิธีที่ใช้เปรียบเทียบความแม่นยำของการพยากรณ์จะอาศัยหลักการ การเปรียบเทียบระหว่างค่าพยากรณ์ที่คำนวณได้กับข้อมูลจริงในช่วงเวลา  $t$  หากค่าพยากรณ์มีความคลาดเคลื่อนมากอาจหมายถึงวิธีการที่ใช้อยู่ไม่เหมาะสมหรืออาจ

จำเป็นต้องเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์บางค่าให้เหมาะสม สำหรับงานวิจัยนี้ใช้วิธีวัดความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ 2 วิธี คือ

1) โดยใช้เกณฑ์เบี่ยงเบนสัมบูรณ์เฉลี่ย (MAD)

$$MAD = \frac{\sum_{t=1}^n |e_t|}{n} \quad (6)$$

2) โดยใช้เกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n}} \quad (7)$$

โดยที่

$X_t$  แทนค่าข้อมูลจริง ณ ช่วงเวลา  $t$

$Y_t$  แทนค่าพยากรณ์ ณ ช่วงเวลา  $t$

$e_t$  แทนค่าความคลาดเคลื่อน ณ ช่วงเวลา  $t$

$e_t = X_t - Y_t$

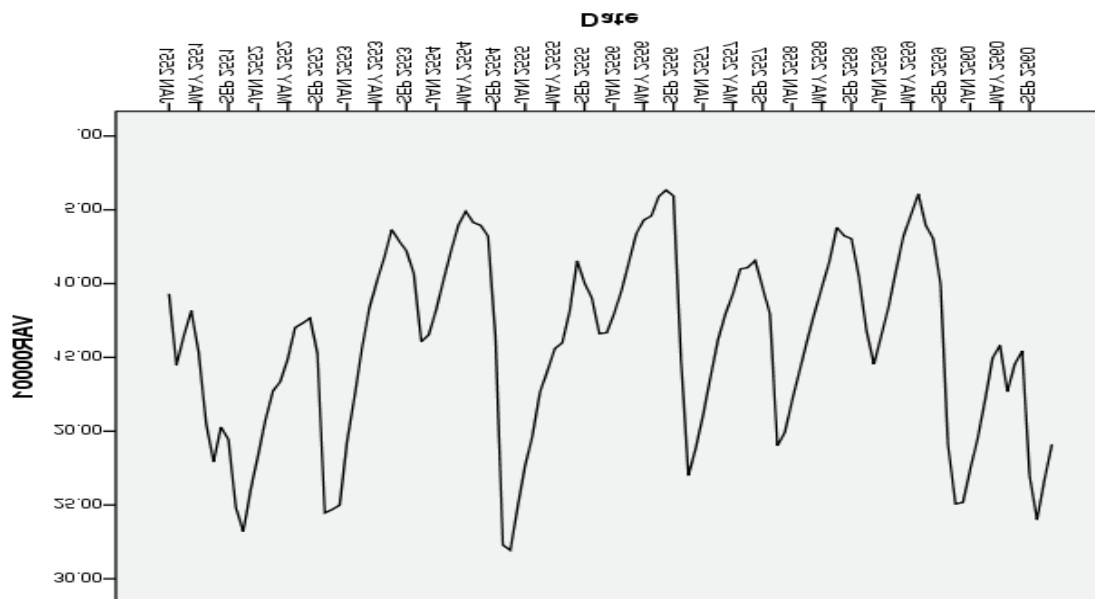
### การเลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาตัวแบบพยากรณ์ทั้ง 5 วิธี โดยใช้ข้อมูลชุดที่ 1 แล้วนำข้อมูลชุดที่ 2 มาใช้ตรวจสอบความแม่นยำของการพยากรณ์ โดยพิจารณาจากค่า MAD และ RMSE ที่มีค่าความคลาดเคลื่อนต่ำสุด จะถือว่าตัวแบบการพยากรณ์นั้นมีความแม่นยำที่สุด เนื่องจากให้ค่าพยากรณ์ที่มีความแตกต่างกับข้อมูลจริงน้อยที่สุด แล้วจะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อการพยากรณ์ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจระเข้มาก อําเภอมือง จังหวัดบุรีรัมย์

### ผลการวิจัยและวิจารณ์ผลการวิจัย

#### ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

จากการพิจารณาลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาชุดที่ 1 คือปริมาณน้ำรายเดือนในอ่างเก็บน้ำห้วยจระเข้มาก อําเภอมือง จังหวัดบุรีรัมย์ ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2551 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2560 จำนวน 120 เดือน Figure 1 พบว่า อนุกรมเวลาชุดนี้มีลักษณะความผันแปรตามฤดูกาล



**Figure 1** Movement characteristics of Time series The quantity of wather (Million cubic meters) in Huai Jorakhe Mak Reservoir, Mueang District, Buriram Province from January, 2008 to December, 2017

#### ผลการพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอ็กโพแนนเชียลแบบโฮลท์

จากสมการที่ (1) คำนวนค่าพยากรณ์ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจะเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ล่วงหน้า 12 เดือน ได้ดัง Figure 4 และแสดงค่าพยากรณ์ได้ดัง Table 1 โดยที่  $a = 0.9$  และ  $d = 0.649$

#### ผลการพยากรณ์โดยวิธีปรับเรียบเอ็กโพแนนเชียลของวินเทอร์รูปแบบการคูณ

จากสมการที่ (2) คำนวนค่าพยากรณ์ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจะเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ล่วงหน้า 12 เดือน ได้ดัง Figure 4 และแสดงค่าพยากรณ์ได้ดัง Table 1 โดยที่  $a = 0.27$ ,  $b = 0$  และ  $g = 0.38$

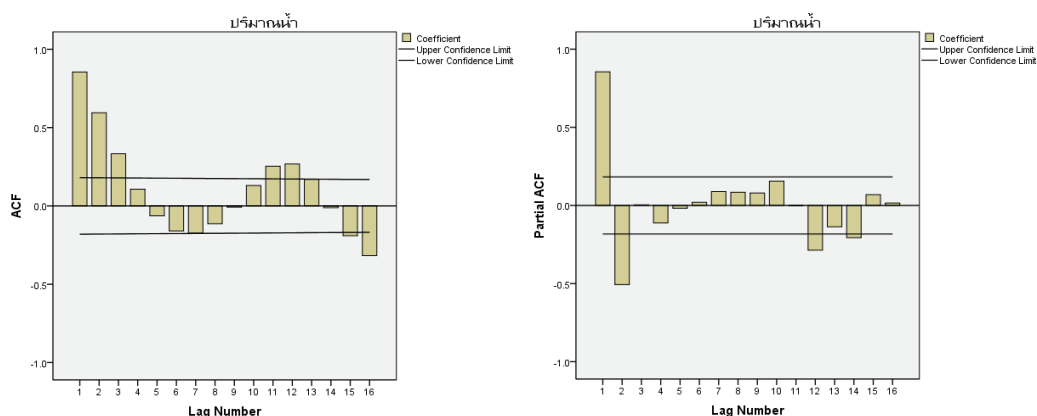
#### ผลการพยากรณ์โดยวิธีแยกองค์ประกอบ

1) การแยกองค์ประกอบแบบการคูณจากสมการที่ (3) คำนวนค่าพยากรณ์ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจะเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ล่วงหน้า 12 เดือน ได้ดัง Figure 4 และแสดงค่าพยากรณ์ได้ดัง Table 1

2) การแยกองค์ประกอบแบบการบวกจากสมการที่ (4) คำนวนค่าพยากรณ์ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจะเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ล่วงหน้า 12 เดือน ได้ดัง Figure 4 และแสดงค่าพยากรณ์ได้ดัง Tabal 1

#### ผลการพยากรณ์โดยวิธีบอซ-เจนกินส์

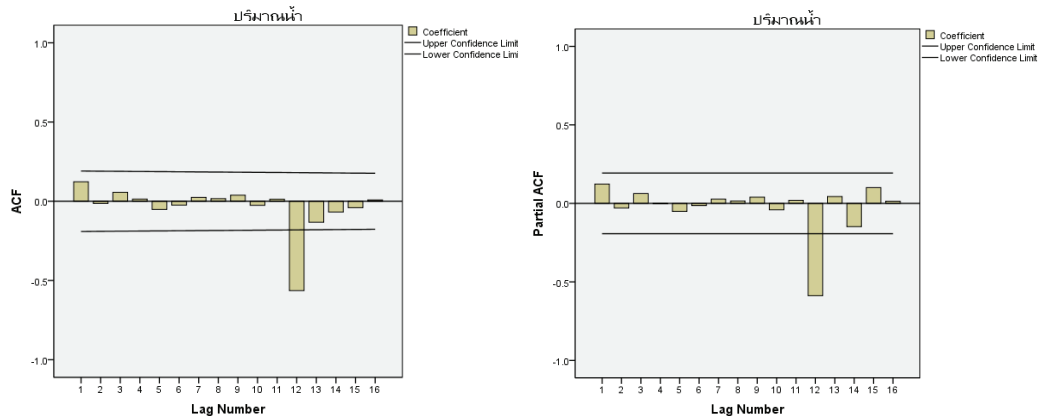
จากการตรวจสอบข้อมูลชุดที่ 1 ตรวจสอบข้อมูลเพื่อพิจารณาว่าอนุกรมเวลาเป็นสเตชันนารีหรือไม่นั้น ผู้วิจัยได้พิจารณาจากกราฟของอนุกรมเวลา ดัง Figure 1 และกราฟ ACF และ PACF Figure 2



**Figure 2** graph ACF and PACF of the quantity of water content in Huai Jorakhe Mak Reservoir, Mueang District, Buriram Province from January, 2008 to December, 2017

จาก Figure 1 และ Figure 2 พบว่าอนุกรมเวลาชุดนี้มีลักษณะไม่เป็นสเตชันนารี เนื่องจากมีส่วนประกอบของแนวโน้มและมีอิทธิพลของฤดูกาล จึงทำการแปลงอนุกรมเวลา

และโดยผลต่าง ( $d = 1$ ) เพื่อกำจัดแนวโน้มและหาผลต่างฤดูกาล ( $D = 1$ ) เพื่อกำจัดอิทธิพลของฤดูกาลทำให้ข้อมูลเป็นสเตชันนารี ได้กราฟ ACF และ PACF ดัง Figure 3



**Figure 3** graph ACF and PACF of the discrepancy when converting data to find differences ( $d = 1$ ) and find the season difference ( $D=1$ )

จาก Figure 3 พบว่าการหาผลต่างและผลต่างฤดูกาลอันดับที่ 1 ทำให้อนุกรมมีความแปรผันอย่างคงที่ และพบว่า ACF และ PACF ไม่มีนัยสำคัญ และเมื่อพิจารณาฤดูกาลพบว่า ACF และ PACF ณ lag 12 ทั้งสองจุดมีนัยสำคัญ ดังนั้นตัวแบบที่เหมาะสมจึงควรเป็นตัวแบบที่มีส่วนประกอบจาก Moving Average (MA), Seasonal Moving Average (SMA), Autoregressive (AR) และ Seasonal Autoregressive ดังนั้นผู้วิจัยจึงกำหนดค่า  $p$ ,  $q$ ,  $D$  และ  $Q$  ที่คาดว่าจะเป็นไปได้ให้กับตัวแบบ SARIMA ( $p, d, q$ ) ( $P, D, Q$ ) พร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้โปรแกรม SPSS ซึ่งพบว่าตัวแบบที่เหมาะสมสำหรับการพยากรณ์ปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจระเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์คือตัวแบบ SARIMA (0, 1, 1) (0, 1, 1) มีค่าคงที่ได้ผลดัง Figure 4 และแสดงค่าพยากรณ์ได้ดัง Table 1 โดย  $d = 0.187$ ,  $q_1 = -0.237$  และ  $Q_1 = -0.984$  โดย BIC มีค่าเท่ากับ 2.164 ซึ่งเป็นค่าต่ำสุดเมื่อเทียบกับตัวแบบอื่นๆ และจากสถิติทดสอบ Modified Box-Pierce (Ljung-Box) คำนวณ ณ lag 18 ทั้งสองจุดมีค่า  $p$ -value เท่ากับ 0.836 ซึ่งค่ามีมากกว่าระดับนัยสำคัญ 0.05

#### ผลการเปรียบเทียบความแม่นยำของการพยากรณ์

การเปรียบเทียบความแม่นยำของการพยากรณ์ทั้ง 5 วิธีโดยใช้เกณฑ์เบี่ยงเบนสมบูรณ์เฉลี่ย (MAD) และเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) ได้ผลดัง Table 1

#### การเลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาตัวแบบพยากรณ์ทั้ง 5 วิธีโดยใช้ข้อมูลชุดที่ 1 แล้วนำข้อมูลชุดที่ 2 ใช้เปรียบเทียบความแม่นยำของการพยากรณ์ โดยพิจารณาจากค่า MAD และ RMSE และจาก Table 1 พบว่าวิธีบอซ-เจนกินส์ มีความแม่นยำในการพยากรณ์มากที่สุดเนื่องจากให้ค่า MAD และ RMSE ต่ำที่สุดจากสมการที่ (5) สามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$(1 - B)^1(1 - B^{12})^1 Y_t = d + [(1 - q_1 B)(Q_1 B^{12})] e_t$$

$$1 - B - B^{12} + B^{13} Y_t = d + 1 - q_1 B - Q_1 B^{12} - q_1 Q_1 B^{13} e_t$$

$$Y_t = d + Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} - q_1 e_{t-1} - Q_1 e_{t-12} + q_1 Q_1 e_{t-13} + e_t$$

จากการแทนค่าประมาณพารามิเตอร์จะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับพยากรณ์แสดงได้ดังนี้

$$Y_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} + .237e_{t-1} - .984e_{t-12} - .233e_{t-13} - .187$$

โดยที่

$Y_t$  แทนค่าพยากรณ์ ณ ช่วงเวลา  $t$

$Y_{t-j}$  แทนอนุกรมเวลา ณ ช่วงเวลา  $t - j$

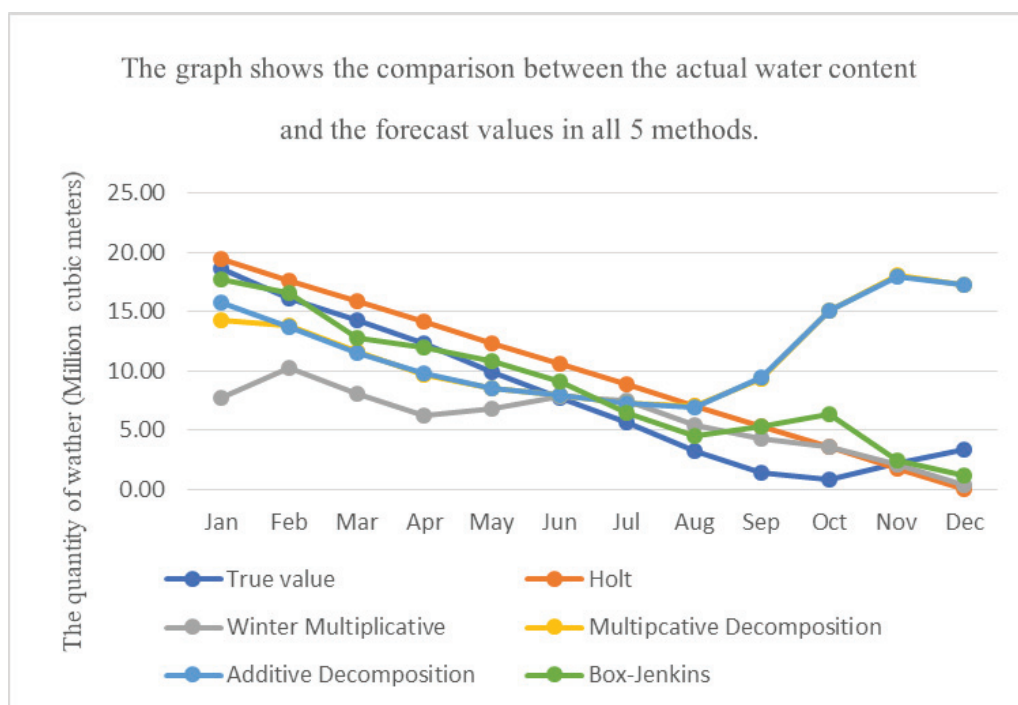
$X_{t-j}$  แทนค่าข้อมูลจริง ณ ช่วงเวลา  $t - j$

$e_{t-j}$  แทนค่าความคลาดเคลื่อน ณ ช่วงเวลา  $t - j$

$e_{t-j} = X_{t-j} - Y_{t-j}$

**Table 1** True value and prediction The quantity of wather (Million cubic meters) in Huai Jorakhe Mak Reservoir, Mueang District, Buriram Province from January, 2018 to December, 2018

| Month               | True Value | Prediction In Advance |                       |                                |          |             |
|---------------------|------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------------|----------|-------------|
|                     |            | Holt                  | Winter Multiplicative | Classical Decomposition Method |          | Box-Jenkins |
|                     |            |                       |                       | Multiplicative                 | Additive |             |
| January             | 18.71      | 19.45                 | 7.78                  | 14.35                          | 15.77    | 17.75       |
| February            | 16.09      | 17.68                 | 10.29                 | 13.85                          | 13.73    | 16.58       |
| March               | 14.26      | 15.92                 | 8.09                  | 11.6                           | 11.51    | 12.82       |
| April               | 12.31      | 14.15                 | 6.31                  | 9.75                           | 9.77     | 12.00       |
| May                 | 9.97       | 12.39                 | 6.88                  | 8.52                           | 8.56     | 10.83       |
| June                | 7.76       | 10.62                 | 7.86                  | 7.95                           | 8.03     | 9.16        |
| July                | 5.67       | 8.86                  | 7.48                  | 7.32                           | 7.24     | 6.45        |
| August              | 3.28       | 7.09                  | 5.40                  | 7.09                           | 6.92     | 4.59        |
| September           | 1.39       | 5.33                  | 4.29                  | 9.33                           | 9.43     | 5.28        |
| October             | 0.87       | 3.56                  | 3.62                  | 15.12                          | 15.11    | 6.38        |
| November            | 2.23       | 1.80                  | 2.12                  | 18.07                          | 17.97    | 2.45        |
| December            | 3.44       | 0.03                  | 0.34                  | 17.26                          | 17.28    | 1.15        |
| Fault Of prediction | MAD        | 2.38                  | 3.74                  | 5.90                           | 5.78     | 1.62        |
|                     | RMSE       | 2.62                  | 4.74                  | 7.99                           | 7.92     | 2.22        |

**Figure 4** The graph shows a comparison of monthly water content in Huai Jorakhe Mak Reservoir, Mueang District, Buriram Province. Between the true value and the forecasting values in all 5 methods.

## วิจารณ์และสรุปผล

การวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการพยากรณ์และคัดเลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับอนุกรมเวลาปริมาณน้ำในอ่างเก็บน้ำห้วยจะเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ โดยใช้ข้อมูลปริมาณน้ำรายเดือนจากโครงการชลประทานบุรีรัมย์ สำนักชลประทานที่ 8 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2551 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2561 จำนวน 132 เดือน โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด ข้อมูลชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2551 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2560 จำนวน 120 เดือน สำหรับการศึกษาตัวแบบพยากรณ์ 5 วิธี ข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2561 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2561 จำนวน 12 เดือน นำมาใช้ในการตรวจสอบความแม่นยำของค่าพยากรณ์ โดยใช้เกณฑ์เบี่ยงเบนสมบูรณ์เฉลี่ย (MAD) และเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) ผลการศึกษาพบว่าวิธีการพยากรณ์ด้วยวิธีบอซ-เจนกินส์เป็นวิธีที่มีความเหมาะสมที่สุด และมีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อการพยากรณ์ดังนี้

$$Y_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} + .237e_{t-1} - .984e_{t-12} - .233e_{t-13} - .187$$

จากวิธีบอซ-เจนกินส์โดยที่  $Y_t$  แทนค่าพยากรณ์ ณ ช่วงเวลา  $t$  ของข้อมูลปริมาณน้ำรายเดือนในอ่างเก็บน้ำห้วยจะเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์

## กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยในครั้งนี้ได้รับการสนับสนุนทุนการวิจัยจากสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ และขอขอบคุณหัวหน้าหน่วยงานอ่างเก็บน้ำห้วยจะเข้มาก โครงการชลประทานบุรีรัมย์ สำนักชลประทานที่ 8 ที่ให้ข้อมูลงานวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

## เอกสารอ้างอิง

1. อ่างเก็บน้ำห้วยจะเข้มาก อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก [http://ridceo.rid.go.th/buriram/irr\\_hjm.html](http://ridceo.rid.go.th/buriram/irr_hjm.html). 2562.
2. ทรงศิริ แท้สมบัติ. การพยากรณ์เชิงปริมาณ. พิมพ์ครั้งที่ 1 กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ; 2549.
3. วชิรารักษ์ โอธรรมย์ วัชรระ วงศา. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในเขตพื้นที่เทศบาลเมืองบุรีรัมย์. การประชุมวิชาการระดับชาติและนานาชาติครั้งที่ 3 ; 2562.

4. วรางคณา กิรติวิบูลย์. ตัวแบบพยากรณ์ปริมาณการจำหน่ายเบียร์ในประเทศไทย. วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ. 2558 ; 23(5) : 731-742
5. สุพรรณิ อึ้งปัญสัตตวงค์. เทคนิคการพยากรณ์เชิงสถิติ. พิมพ์ครั้งที่ 1 ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น ; 2551.
6. อัจฉรา จันทร์ฉาย. เทคนิคการพยากรณ์เพื่อการจัดการ. พิมพ์ครั้งที่ 1 กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ; 2557.
7. Bowerman, B.L. and O'Connell, R.T. Forecasting and Time Series: An Applied Approach, 3<sup>rd</sup> Ed. Duxbury Press: California ; 1993.
8. Box, G.E.P. Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C. Time Series Analysis: Forecasting and Control. 3<sup>rd</sup> Edition. New Jersey: Prentice Hal ; 1994.