

การพยากรณ์ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทย โดยใช้ตัวแบบ SARIMA และตัวแบบการถดถอย ที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแบบ ARMA

Forecasting Electricity Consumption of Thailand by Using SARIMA and Regression Models with ARMA Errors

นิชา แก้วหาวงษ์*

ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต ตำบลคลองหนึ่ง อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี 12120

Nicha Kaewhawong*

Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology,
Thammasat University, Rangsit Centre, Khlong Nueng, Khlong Luang, Pathum Thani 12120

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลา 2 ตัวแบบ คือ ตัวแบบ SARIMA และตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแบบ ARMA ข้อมูลที่นำมาใช้ในการศึกษาเป็นข้อมูลอนุกรมเวลารายเดือนของปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทยซึ่งแบ่งการพยากรณ์เป็น 2 ช่วงเวลา คือ การพยากรณ์ข้อมูลในอดีตตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2545 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2556 เพื่อคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดในแต่ละตัวแบบพยากรณ์ทั้ง 2 ตัวแบบ และการพยากรณ์ล่วงหน้าตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2557 ถึงเดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2557 จำนวน 5 เดือน เพื่อคัดเลือกตัวแบบที่ดีที่สุดมา 1 ตัวแบบ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ คือ ค่าเฉลี่ยของค่าสัมบูรณ์เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน (MAPE) จากการศึกษาพบว่าตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทยคือตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแบบ ARMA(2,(6,20)) โดยตัวแบบที่ได้มีค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ล่วงหน้าเมื่อวัดด้วยค่า MAPE ต่ำที่สุดเท่ากับ 1.7898 % โดยมีตัวแปรอิสระ คือ เวลา ดัชนีฤดูกาล และผลกระทบเนื่องจากเหตุการณ์ผิดปกติ และค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการพยากรณ์มีสมบัติตามทฤษฎี กล่าวคือ มีการแจกแจงแบบปกติ ไม่มีสหสัมพันธ์ในตัวเอง มีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างจากศูนย์ มีความแปรปรวนคงที่ และตัวแบบที่ได้มีความเหมาะสมเมื่อทดสอบด้วยสถิติ Q ของ Box-Ljung

คำสำคัญ : ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทย; ตัวแบบ SARIMA; ตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแบบ ARMA

Abstract

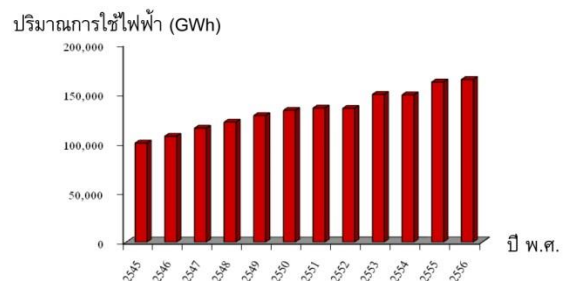
The objective of this research is compare 2 models of forecasting time series, SARIMA and regression models with ARMA errors. In this study, we use the monthly time series data of Thailand's electricity consumption. Forecasting time series were split into two groups. The first group was the data collected from January 2002 to December 2013 for selection suitable models in each forecasting methods and lead forecasting 5 months. These lead forecasting to compare with data collected from January to May 2014 for selection the most suitable model. Mean absolute percentage error (MAPE) is used as the comparative criterion. The results showed that the regression model with ARMA(2,(6,20)) errors is the most suitable model for forecasting the monthly time series data of Thailand's electricity consumption. The regression model with ARMA errors had lowest MAPE of 1.7898 % of 5 months lead forecast. The most suitable model has three independent variables: time, seasonal index and irregular effect. The best forecasting model has been checked by using residual analysis. It is concluded that the random errors are normally distributed, no autocorrelated, zero mean and constant variance. The model fitting is adequate for the data with the Portmanteau Statistic Q of Box-Ljung.

Keywords: Thailand's electricity consumption; SARIMA; regression model with ARMA error

1. คำนำ

ไฟฟ้าเป็นสิ่งจำเป็นในการดำรงชีวิตประจำวันและเป็นปัจจัยพื้นฐานที่สำคัญในการขับเคลื่อนทางเศรษฐกิจ แต่เนื่องจากไฟฟ้าเป็นสิ่งที่ไม่สามารถกักเก็บได้ ดังนั้นการไฟฟ้าจึงจำเป็นต้องจัดหาไฟฟ้าให้เพียงพอกับความต้องการใช้ไฟฟ้าภายในประเทศ ประกอบกับระบบไฟฟ้าของไทยมีการเชื่อมโยงกับประเทศเพื่อนบ้านเพียงเล็กน้อย หากเกิดการขาดแคลนไฟฟ้าในประเทศก็ไม่สามารถนำเข้าไฟฟ้าจากต่างประเทศได้อย่างเพียงพอ ดังนั้นการพยากรณ์ปริมาณการใช้ไฟฟ้าจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง เพื่อให้การไฟฟ้าของประเทศไทยนำไปใช้เป็นข้อมูลในการวางแผนขยายกำลังผลิตไฟฟ้าให้เพียงพอกับความต้องการใช้ไฟฟ้าที่มีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้นเรื่อย ๆ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2545 ถึง พ.ศ. 2556 แสดงดังรูปที่ 1 และตารางที่ 1 โดยมีอัตราการเจริญเติบโตของการใช้ไฟฟ้าเฉลี่ยปี

ละประมาณร้อยละ 4.2 (สำนักงานนโยบายและแผนพลังงาน กระทรวงพลังงาน, 2554)



รูปที่ 1 ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทย ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2545 ถึง พ.ศ. 2556

ค่าพยากรณ์ความต้องการใช้ไฟฟ้าที่น่าเชื่อถือมีความสำคัญอย่างมากต่อความมั่นคงด้านพลังงานไฟฟ้าของประเทศไทย เพราะหากผลการพยากรณ์ต่ำกว่าความเป็นจริงจะส่งผลให้ผลิตไฟฟ้าไม่เพียงพอกับความต้องการของผู้ใช้ซึ่งจะทำให้เกิด

ตารางที่ 1 ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทย
ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2545 ถึง พ.ศ. 2556

ปี พ.ศ.	ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทย (GWh)
2545	100,091
2546	106,987
2547	115,101
2548	121,240
2549	127,879
2550	133,113
2551	135,520
2552	135,181
2553	149,301
2554	148,855
2555	161,779
2556	164,341

ที่มา : สำนักงานนโยบายและแผนพลังงาน
กระทรวงพลังงาน, 2554

ปัญหาไฟตกไฟดับและจะส่งผลเสียหายต่อเศรษฐกิจโดยรวม แต่ถ้าพยากรณ์สูงกว่าความเป็นจริงจะทำให้มีการก่อสร้างโรงไฟฟ้าและระบบจำหน่ายมากเกินไปจนความจำเป็นและค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นทั้งหมดจะถูกผลักดันค่าไฟฟ้าทำให้ประชาชนต้องเป็นผู้รับภาระในที่สุด อย่างไรก็ตาม การพยากรณ์ความต้องการใช้ไฟฟ้าให้ถูกต้องแม่นยำนั้น มีปัจจัยหลายอย่างที่มีผลกระทบต่อปริมาณการใช้ไฟฟ้า ได้แก่ จำนวนประชากร สภาพเศรษฐกิจ และสภาพภูมิอากาศ เป็นต้น ดังนั้นการจัดทำค่าพยากรณ์ความต้องการใช้ไฟฟ้าให้มีความน่าเชื่อถือต้องอาศัยวิธีการพยากรณ์ที่มีความแม่นยำ หากนำเทคนิคการพยากรณ์อนุกรมเวลามาช่วยพยากรณ์ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทยได้ก็จะทำให้ทราบแนวโน้มในอนาคตและทราบว่าช่วงใดมีความต้องการใช้ไฟฟ้ามากหรือน้อย เพื่อจะได้มีการจัดหา

ไฟฟ้าให้พอเพียงต่อความต้องการของผู้ใช้ เทคนิคการพยากรณ์อนุกรมเวลาเป็นวิธีการที่อาศัยความสัมพันธ์ในตัวเองของข้อมูลในอดีตมาหารูปแบบเพื่อใช้เป็นแนวทางสำหรับการพยากรณ์ในอนาคต วิธีที่ใช้ในการพยากรณ์มีหลายวิธี แต่ละวิธีก็มีขั้นตอนการวิเคราะห์ที่แตกต่างกันไป เช่น ตัวแบบ SARIMA เป็นตัวแบบพยากรณ์อนุกรมเวลาที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน ซึ่งมีความแม่นยำมากในการพยากรณ์ทั้งระยะสั้นและระยะปานกลาง โดยมีขั้นตอน การวิเคราะห์หลายขั้นตอนเพื่อคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด (Box and Jenkins, 1976) ส่วนการพยากรณ์อนุกรมเวลาโดยใช้ตัวแบบการถดถอยเป็นการนำปัจจัยต่าง ๆ มาคิดรวมด้วยซึ่งจะทำให้มีความแม่นยำมากยิ่งขึ้น

ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพยากรณ์ปริมาณการใช้ไฟฟ้าพบว่ามีการเปรียบเทียบตัวแบบการถดถอยที่มีฤดูกาล (seasonal regression model) กับตัวแบบของโฮลท์-วินเตอร์ (Holt-Winters model) โดยใช้ข้อมูลรายเดือนของบริษัท Elektroistok ในประเทศเซอร์เบีย ผลการศึกษาพบว่าตัวแบบการถดถอยที่มีฤดูกาลเป็นวิธีพยากรณ์ที่เหมาะสมที่สุด เนื่องจากให้ค่าความคลาดเคลื่อนเมื่อวัดด้วย MAD และ RMSE ต่ำที่สุดซึ่งมีค่าเท่ากับ 12,219.44 และ 15,303.01 MWh ตามลำดับ และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) เท่ากับ 89.32 % โดยมีตัวแปรอิสระคือ เวลา (time) และตัวแปรที่มีแทนผลกระทบของฤดูกาลรายเดือน (Lepojević and Anđelković Pešić, 2011) นอกจากนี้ได้มีการพยากรณ์ปริมาณการใช้ไฟฟ้ารายเดือนประเภทบ้านอยู่อาศัยในรัฐแคลิฟอร์เนีย ประเทศสหรัฐอเมริกา โดยใช้ตัวแบบ SARIMA และตัวแบบ Neural network ผลการศึกษาพบว่าตัวแบบ SARIMA(3,0,3)(1,2,2) เป็นตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด เนื่องจากให้ค่า RMSE ต่ำที่สุดซึ่งมีค่าเท่ากับ 3.294 MWh (Kesavabhotla et

al., 2013) และมีงานวิจัยที่เปรียบเทียบตัวแบบ SARIMA กับตัวแบบ Regression with SARIMA errors (Regression-SARIMA model) ในการพยากรณ์ปริมาณการใช้ไฟฟ้ารายวันของบริษัท Eskom ประเทศแอฟริกาใต้ ผลการศึกษาพบว่าตัวแบบ Regression-SARIMA ให้ค่าความคลาดเคลื่อนเมื่อวัดด้วย RMSE, MAE และ MAPE ต่ำที่สุดเท่ากับ 539.274, 381.170 MWh และ 1.427 % ตามลำดับ โดยมีตัวแปรอิสระคือตัวแปรตามมีแทนผลกระทบของฤดูกาลรายวัน รายเดือน และ วันหยุด (Chikobvu and Sigauke, 2012) การพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแบบ ARMA เป็นวิธีพยากรณ์หนึ่งที่ใช้แก้ปัญหาการมีสหสัมพันธ์ในตัวเองของความคลาดเคลื่อนที่ได้จากสมการถดถอย (Brockwell and Davis, 2002)

ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจและต้องการที่จะเปรียบเทียบตัวแบบ SARIMA และตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแบบ ARMA และใช้ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดพยากรณ์ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทยซึ่งจะทำให้ทราบแนวโน้มในอนาคตและนำค่าพยากรณ์ที่ได้ไปใช้เป็นแนวทางให้การไฟฟ้าของประเทศไทยจัดหาไฟฟ้าให้เพียงพอต่อความต้องการของผู้ใช้ในช่วงเวลาที่มีความต้องการใช้ไฟฟ้ามาก และเพื่อประโยชน์ในการวางแผนขยายกำลังการผลิตไฟฟ้าทั้งในระยะสั้นและระยะยาวต่อไป

2. วิธีการทางสถิติที่ใช้ในงานวิจัย

2.1 การพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบ SARIMA

ตัวแบบ SARIMA ได้พัฒนาขึ้นโดย Box และ Jenkins ในปี ค.ศ. 1976 โดยมีข้อสมมติว่าค่าปัจจุบันของค่าสังเกตเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของค่า

สังเกตและค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มในอดีต ตัวแบบ SARIMA ที่ใช้ในการศึกษามีชื่อเต็มว่า Seasonal autoregressive integrated moving average model of order (p,d,q)(P,D,Q) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s มีสมการตัวแบบดังนี้

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)(1 - \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \dots - \Phi_P B^{PS})(1 - B)^d (1 - B^S)^D Y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)(1 - \Theta_1 B^S - \Theta_2 B^{2S} - \dots - \Theta_Q B^{QS}) \varepsilon_t \quad (1)$$

โดยที่ Y_t คือ ข้อมูล ณ เวลาที่ t

B คือ backshift operator

ε_t คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม (random errors) ณ เวลาที่ t , $\varepsilon_t \sim \text{Nid}(0, \sigma^2)$

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ คือ พารามิเตอร์แสดงค่าของ nonseasonal autoregressive process อันดับที่ 1, 2, ..., p ตามลำดับ

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ คือ พารามิเตอร์แสดงค่าของ nonseasonal moving average process อันดับที่ 1, 2, ..., q ตามลำดับ

$\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_P$ คือ พารามิเตอร์แสดงค่าของ seasonal autoregressive process อันดับที่ 1, 2, ..., P ตามลำดับ

$\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_Q$ คือ พารามิเตอร์แสดงค่าของ seasonal moving average process อันดับที่ 1, 2, ..., Q ตามลำดับ

p คือ อันดับที่ p ของกระบวนการ autoregressive แบบ nonseasonal

d คือ อันดับที่ d ของการหาผลต่างแบบ nonseasonal

q คือ อันดับที่ q ของกระบวนการ moving average แบบ nonseasonal

P คือ อันดับที่ P ของกระบวนการ autoregressive แบบ seasonal

D คือ อันดับที่ D ของการหาผลต่างแบบ seasonal

Q คือ อันดับที่ Q ของกระบวนการ moving average แบบ seasonal

2.2 การพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบ regression with ARMA errors

การวิเคราะห์การถดถอยเป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม (Y) และตัวแปรอิสระ (X) โดยมีแนวคิดว่าการพยากรณ์ของข้อมูลที่ต้องการพยากรณ์ถูกกำหนดขึ้นโดยมีสาเหตุมาจากการปัจจัยอื่นที่มีอิทธิพลต่อสิ่งที่พยากรณ์ในรูปแบบของความสัมพันธ์บางอย่าง ซึ่งเมื่อทำการวิเคราะห์ข้อมูลแล้วจะสามารถอธิบายถึงความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ได้ โดยสมการถดถอยที่ได้จะเป็นประโยชน์ต่อการพยากรณ์ข้อมูลที่ต้องการ แต่เนื่องจากข้อมูลที่เกิดขึ้นมาเป็นแบบอนุกรมเวลา ซึ่งค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากตัวแบบการพยากรณ์มักมีสหสัมพันธ์ในตัวเอง ดังนั้นจึงได้มีการสร้างตัวแบบ ARMA ให้กับค่าความคลาดเคลื่อนในสมการถดถอยดังนี้

2.2.1 ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแบบ ARMA มีสมการดังนี้

$$Y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_{i,t} + Z_t \quad (2)$$

โดยที่ Y_t คือ ตัวแปรตาม ณ เวลาที่ t

$X_{i,t}$ คือ ตัวแปรอิสระตัวที่ i ณ เวลาที่ t ; i = 1,2,...,k

β_0 คือ พารามิเตอร์แสดงตัวคงที่ของการถดถอย

β_i คือ พารามิเตอร์แสดงสัมประสิทธิ์การถดถอย

Z_t คือ อนุกรมเวลาของ regression errors

โดยตัวแบบ ARMA errors ของ Z_t คือ

$$\varphi(B)\Phi(B^S)Z_t = \theta(B)\Theta(B^S)\varepsilon_t \quad (3)$$

$$Z_t = \frac{\theta(B)\Theta(B^S)}{\varphi(B)\Phi(B^S)}\varepsilon_t \quad (4)$$

แทนค่าสมการที่ (4) ในสมการที่ (2) จะได้ตัวแบบ regression with ARMA errors คือ

$$Y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_{i,t} + \frac{\theta(B)\Theta(B^S)}{\varphi(B)\Phi(B^S)}\varepsilon_t \quad (5)$$

โดยที่ $\varphi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$

$$\Phi(B^S) = (1 - \phi_1 B^S - \phi_2 B^{2S} - \dots - \phi_p B^{pS})$$

$$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

$$\Theta(B^S) = (1 - \theta_1 B^S - \theta_2 B^{2S} - \dots - \theta_q B^{qS})$$

2.2.2 ตัวแบบการถดถอยที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแบบ ARMA พิจารณากรณีตัวแบบการถดถอยพหุนามที่มีค่าความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแบบ ARMA มีสมการดังนี้

$$Y_t = \beta_0 + \beta_{1,1}X_{1,t} + \beta_{1,2}X_{1,t}^2 + \dots + \beta_{1,p}X_{1,t}^p + \beta_{2,1}X_{2,t} + \beta_{2,2}X_{2,t}^2 + \dots + \beta_{2,p}X_{2,t}^p + \dots + \beta_{k,1}X_{k,t} + \beta_{k,2}X_{k,t}^2 + \dots + \beta_{k,p}X_{k,t}^p + \frac{\theta(B)\Theta(B^S)}{\varphi(B)\Phi(B^S)}\varepsilon_t \quad (6)$$

โดยที่ Y_t คือ ตัวแปรตาม ณ เวลาที่ t

$X_{i,t}$ คือ ตัวแปรอิสระตัวที่ i ณ เวลาที่ t ; i = 1,2,...,k

β_0 คือ พารามิเตอร์แสดงตัวคงที่ของการถดถอย

$\beta_{1,1}, \beta_{1,2}, \dots, \beta_{k,p}$ คือ พารามิเตอร์แสดงสัมประสิทธิ์การถดถอย

ε_t คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม (random errors) ณ เวลาที่ t, $\varepsilon_t \sim \text{Nid}(0, \sigma^2)$

2.3 การเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลา

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลา

คือค่าเฉลี่ยของค่าสัมบูรณ์เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน (mean absolute percentage error, MAPE) โดยตัวแบบที่ดีที่สุดจะต้องมีค่า MAPE ต่ำที่สุด ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสูตรดังนี้

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \times 100 \quad (7)$$

โดยที่ Y_t คือ ข้อมูล ณ เวลาที่ t

$\hat{Y}_t$ คือ ค่าพยากรณ์ของข้อมูล ณ เวลาที่ t

n คือ จำนวนข้อมูลตัวอย่าง

3. วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเพื่อเปรียบเทียบตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลา มีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

3.1 การรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ได้เก็บรวบรวมข้อมูลจากเว็บไซต์ของกระทรวงพลังงาน โดยอนุกรมเวลาที่ใช้ในการศึกษาเป็นข้อมูลปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทยรายเดือนตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2545 ถึงเดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2557 จำนวน 149 เดือน

3.2 การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล จะแบ่งข้อมูลเป็น 2 ส่วน ดังนี้ ส่วนที่ 1 ใช้ข้อมูลตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2545 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2556 จำนวน 144 เดือน เพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสมในแต่ละวิธีพยากรณ์ และส่วนที่ 2 ใช้ข้อมูลตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2557 ถึงเดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2557 จำนวน 5 เดือน นำไปเปรียบเทียบกับค่าพยากรณ์ล่วงหน้าที่ได้ในแต่ละตัวแบบการพยากรณ์ ทั้ง 2 ตัวแบบ และเลือกตัวแบบพยากรณ์ที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดเมื่อวัดด้วยค่า MAPE โดยแต่ละตัวแบบการพยากรณ์ มีขั้นตอนการวิเคราะห์ดังนี้

3.2.1 ตัวแบบ SARIMA การพยากรณ์

อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบ SARIMA มีขั้นตอนดังนี้

(1) นำข้อมูลอนุกรมเวลาไปเขียนกราฟเพื่อดูว่ามีค่าเฉลี่ยคงที่และค่าความแปรปรวนคงที่หรือไม่ กล่าวคือ ต้องมีสมบัติ stationary ถ้าหากข้อมูลอนุกรมเวลามีสมบัติ nonstationary จะต้องทำการปรับข้อมูลให้มีสมบัติ stationary ก่อนโดยการแปลงด้วย natural logarithms ให้กับข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีความแปรปรวนไม่คงที่ และทำการหาผลต่างอันดับที่ d แบบไม่มีฤดูกาล (nonseasonal difference) ให้กับข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีแนวโน้ม และในกรณีที่ข้อมูลอนุกรมเวลามีฤดูกาล จะต้องหาผลต่างอันดับที่ D แบบมีฤดูกาล (seasonal difference) เพื่อทำให้อนุกรมเวลามีค่าเฉลี่ยคงที่

(2) เมื่อปรับข้อมูลอนุกรมเวลาให้มีสมบัติ stationary แล้วจึงนำไปเขียนกราฟแสดงค่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง (autocorrelation function, ACF) และค่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองส่วนย่อย (partial autocorrelation function, PACF) เพื่อหาอันดับของ q , Q และ p , P

(3) นำอันดับ q , Q และอันดับของ p , P และ d , D ถ้ามีการหาผลต่าง มาสร้างตัวแบบที่เป็นไปได้ซึ่งแทนด้วย SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s โดยตัวแบบที่เป็นไปได้อาจมีมากกว่า 1 ตัวแบบ

(4) นำตัวแบบที่เป็นไปได้แต่ละตัวแบบมาหาค่าประมาณของพารามิเตอร์ในตัวแบบด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และทดสอบพารามิเตอร์แต่ละตัวว่าอยู่ในสมการตัวแบบหรือไม่

(5) คำนวณค่าพยากรณ์และความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ด้วยค่า MAPE

(6) ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบที่ได้ในข้อ (4)

3.2.2 ตัวแบบ regression with ARMA errors

การพยากรณ์อนุกรมเวลาโดยใช้ตัวแบบ regression with ARMA errors มีขั้นตอนดังนี้

(1) กำหนดตัวแปรที่ใช้ในการวิเคราะห์ ดังนี้ ตัวแปรตาม (dependent variable) คือ Y_t = ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทย ณ เดือนที่ t และตัวแปรอิสระ (independent variables) คือ t = เวลา, $t = 1, 2, \dots, n$

S_t = ดัชนีฤดูกาล ณ เดือนที่ t คำนวณโดยวิธีอัตราส่วนเทียบกับค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (ratio to moving average method)

I_t = ผลกระทบเนื่องจากเหตุการณ์ผิดปกติ ณ เดือนที่ t ซึ่งเป็นตัวแปรดัมมี่ (dummy variable) โดยกำหนดค่าดังนี้ $I = 1$ ในเดือนที่มีปริมาณการใช้ไฟฟ้าผิดปกติ และ $I = 0$ ในเดือนที่มีปริมาณการใช้ไฟฟ้าปกติ

(2) สร้างสมการถดถอยโดยใช้ตัวแปรอิสระที่กำหนดไว้ในข้อ (1) โดยที่ตัวแปร Y แทนปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทย

(3) ตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากตัวแบบในข้อ (2) ว่ามีสหสัมพันธ์ในตัวเองหรือไม่ ถ้าพบค่าความคลาดเคลื่อนมีสหสัมพันธ์ในตัวเอง ให้กำหนดตัวแบบ ARMA ให้กับความคลาดเคลื่อนที่อยู่ในสมการถดถอยดังกล่าว

(4) ประเมินค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และทดสอบพารามิเตอร์ แต่ละตัวว่าอยู่ในสมการตัวแบบหรือไม่

(5) คำนวณค่าพยากรณ์และความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ของสมการถดถอยที่ได้จากข้อ (3) ด้วยค่า MAPE

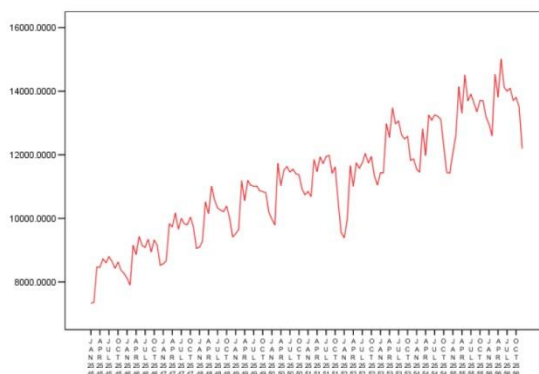
(6) ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบที่ได้ในข้อ (3)

4. ผลการวิจัย

การวิเคราะห์ข้อมูลปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทยรายเดือน โดยทำการประมวลผลด้วยโปรแกรม SPSS for Windows ได้ผลการวิจัย ดังนี้

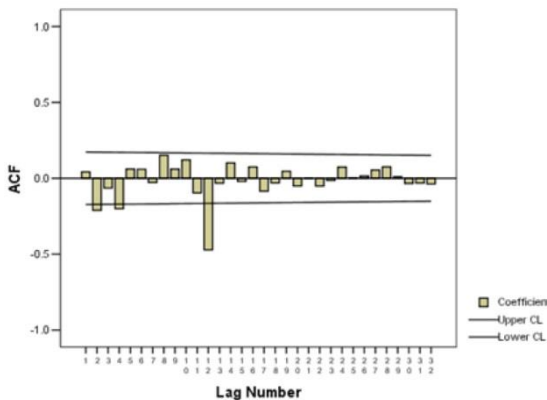
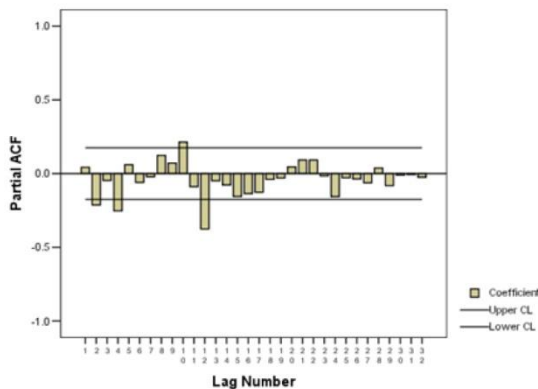
4.1 ตัวแบบ SARIMA

ในการวิเคราะห์ด้วยตัวแบบ SARIMA นั้น อนุกรมเวลาที่นำมาวิเคราะห์จะต้องมีสมบัติ stationary กล่าวคือ อนุกรมเวลาต้องมีค่าเฉลี่ยคงที่และความแปรปรวนคงที่ ดังนั้นจึงทำการวิเคราะห์ลักษณะข้อมูลเบื้องต้นด้วยกราฟแสดงดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทยรายเดือน

จากรูปที่ 2 พบว่าปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทยรายเดือนมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และมีฤดูกาลเข้ามาเกี่ยวข้องซึ่งขนาดของฤดูกาลจะแปรผันไปตามเวลาโดยอนุกรมเวลาที่มีความแปรปรวนไม่คงที่ ดังนั้นจึงต้องแปลงข้อมูลด้วย natural logarithms (แทนด้วย $\ln Y$) และหาผลต่างอันดับที่ 1 แบบ nonseasonal ($d=1$) และหาผลต่างอันดับที่ 1 แบบ seasonal ($D=1$) เพื่อทำให้อนุกรมเวลามีค่าเฉลี่ยคงที่อยู่ในระดับเดียวกัน และนำข้อมูลที่ได้ไปเขียนกราฟแสดงค่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง (ACF) และค่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองส่วนย่อย (PACF) แสดงดังรูปที่ 3 และรูปที่ 4 ตามลำดับ

รูปที่ 3 ACF ของ $\ln Y$ ที่มี $d=1$ และ $D=1$ รูปที่ 4 PACF ของ $\ln Y$ ที่มี $d=1$ และ $D=1$

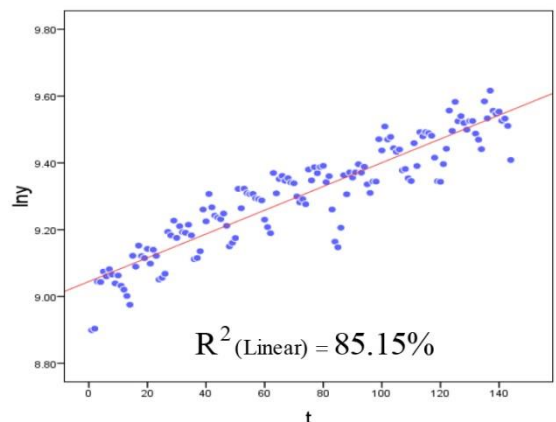
จากรูปที่ 3 และรูปที่ 4 พบว่าอนุกรมเวลา $\ln Y$ ที่มีการหาผลต่าง $d=1$ และ $D=1$ มีสหสัมพันธ์ในตัวเองและสหสัมพันธ์ในตัวเองส่วนย่อย ณ Lag ที่ 2, 4 และ 12 ตามลำดับ โดยตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด คือ $SARIMA(0,1,(2))(0,1,1)_{s=12}$ มีสมการตัวแบบ คือ $(1-B)(1-B^{12})\ln Y_t = (1-\theta_2 B^2)(1-\phi_1 B^{12})\varepsilon_t$ (8) $\ln Y_t = \ln Y_{t-1} + \ln Y_{t-12} - \ln Y_{t-13} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \phi_1 \varepsilon_{t-12} + \theta_2 \phi_1 \varepsilon_{t-14} + \varepsilon_t$ (9) และมีสมการพยากรณ์ คือ $\ln \hat{Y}_t = \ln Y_{t-1} + \ln Y_{t-12} - \ln Y_{t-13} - \hat{\theta}_2 \varepsilon_{t-2} - \hat{\phi}_1 \varepsilon_{t-12} + \hat{\theta}_2 \hat{\phi}_1 \varepsilon_{t-14}$ (10) ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ได้ค่าดังนี้ $\hat{\theta}_2 = 0.27576$

(p-value = 0.00100), $\hat{\phi}_1 = 0.87722$ (p-value = 0.00000)

สมการตัวแบบ $SARIMA(0,1,(2))(0,1,1)_{s=12}$ ดังกล่าวมีความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการพยากรณ์เมื่อวัดด้วยค่า MAPE เท่ากับ 2.0538 % และมีค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) เท่ากับ 96.48 % และเมื่อตรวจสอบสหสัมพันธ์ในตัวเองของค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้ พบว่าไม่มีสหสัมพันธ์ในตัวเอง ตั้งแต่ Lag ที่ 1 ถึง Lag ที่ 32 โดยมีค่าสถิติ Q ของ Box-Ljung เท่ากับ 26.691 และมี p-value เท่ากับ 0.732

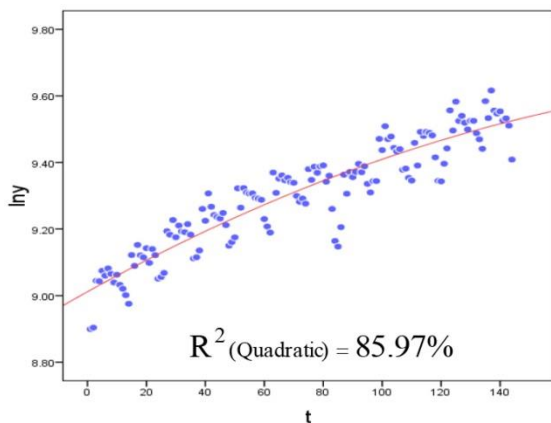
4.2 ตัวแบบ regression with ARMA errors

จากผลการวิเคราะห์ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม คือ $\ln Y$ และตัวแปรอิสระพบว่า $\ln Y$ มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับเวลา (t) ในทิศทางเดียวกัน โดยมีขนาดของความสัมพันธ์มากถึง 0.923 แผนภาพการกระจายแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\ln Y$ กับ t ด้วยรูปแบบต่าง ๆ แสดงดังรูปที่ 5-7

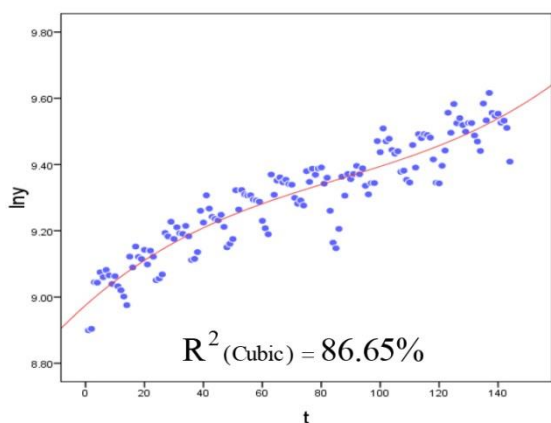
รูปที่ 5 $\ln Y$ กับ t ด้วยตัวแบบ linear

จากรูปที่ 7 พบว่า $\ln Y$ กับ t ที่มีความสัมพันธ์กันด้วยตัวแบบ cubic มีค่า R^2 มาก

ที่สุดเท่ากับ 86.65 % นอกจากนี้ตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กับ $\ln Y$ รองลงมา คือ S และ I โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.318 และ -0.211 ตามลำดับ และนำตัวแปรดังกล่าวมาสร้างสมการถดถอยแสดงดังตารางที่ 2



รูปที่ 6 $\ln Y$ กับ t ด้วยตัวแบบ quadratic



รูปที่ 7 $\ln Y$ กับ t ด้วยตัวแบบ cubic

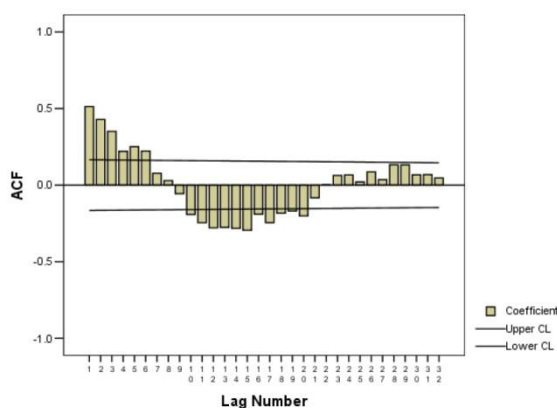
จากตารางที่ 2 พบว่าสมการถดถอยสมการที่ 3 ให้ค่า MAPE น้อยที่สุดเท่ากับ 1.9377 % และมี R^2 มากที่สุดเท่ากับ 96.95 % ดังนั้นจึงเลือกสมการถดถอยสมการที่ 3 มาใช้ในการคำนวณค่าพยากรณ์และค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ โดยค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากสมการ

ดังกล่าวมีสหสัมพันธ์ในตัวเอง (ACF) และสหสัมพันธ์ในตัวเองส่วนน้อย (PACF) แสดงดังรูปที่ 8 และ 9

ตารางที่ 2 เปรียบเทียบค่า MAPE และ R^2 ของสมการถดถอย

สมการถดถอย	MAPE (%)	R^2 (%)
1. $\ln \hat{Y} = 8.03170 + 0.00358 t + 1.01282 S - 0.11367 I$	2.6284	95.91
2. $\ln \hat{Y} = 8.00127 + 0.00498 t - (9.60841 \times 10^{-6}) t^2 + 1.00933 S - 0.11943 I$	2.1695	96.48
3. $\ln \hat{Y} = 7.96612 + 0.00767 t - (5.59928 \times 10^{-5}) t^2 + (2.13399 \times 10^{-7}) t^3 + 1.01142 S - 0.11048 I$	1.9377	96.95

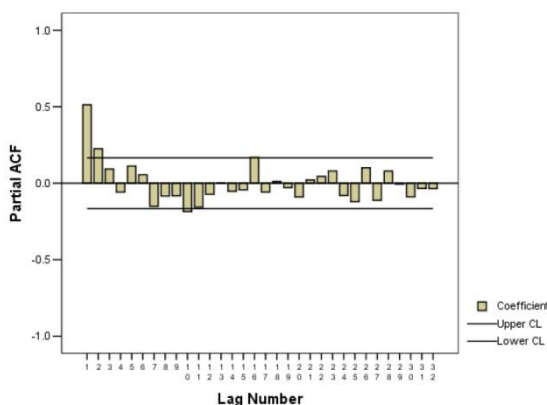
หมายเหตุ : สถิติ t ที่ใช้ทดสอบพารามิเตอร์ทุกตัว มี $p\text{-value} < 0.05$



รูปที่ 8 ACF ของ errors จากสมการที่ 3

จากรูปที่ 8 และ 9 แสดงค่า ACF และ PACF ของ errors ที่ได้จากสมการถดถอยสมการที่ 3 และจากการวิเคราะห์ตัวแบบ ARMA(p,q) ที่เป็น

ไปได้ของ errors พบว่าตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด คือ AR(1), AR(2), MA(6) และ MA(20) หรือเขียนแทนด้วย ARMA(2,(6,20)) เมื่อพิจารณาสมการถดถอยสมการที่ 3 ซึ่งมีตัวแบบคือ $\ln Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \beta_4 S_t + \beta_5 I_t + Z_t$ (11) โดยที่ Z_t เป็น regression errors มีตัวแบบเป็น ARMA(2,(6,20)) ซึ่งมีสมการคือ $Z_t = \frac{(1-\theta_6 B^6 - \theta_{20} B^{20})}{(1-\phi_1 B - \phi_2 B^2)} \varepsilon_t$ (12)

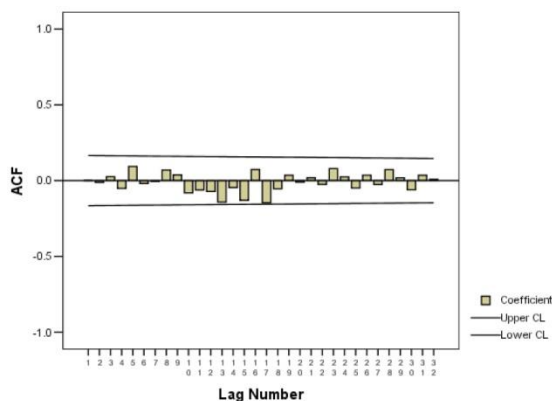


รูปที่ 9 PACF ของ errors จากสมการที่ 3

แทนค่าสมการที่ (12) ในสมการที่ (11) จะได้ตัวแบบ regression with ARMA errors คือ $\ln Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \beta_4 S_t + \beta_5 I_t + \frac{(1-\theta_6 B^6 - \theta_{20} B^{20})}{(1-\phi_1 B - \phi_2 B^2)} \varepsilon_t$ (13) และมีสมการพยากรณ์คือ $\ln \hat{Y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 t + \hat{\beta}_2 t^2 + \hat{\beta}_3 t^3 + \hat{\beta}_4 S_t + \hat{\beta}_5 I_t + \frac{(1-\hat{\theta}_6 B^6 - \hat{\theta}_{20} B^{20})}{(1-\hat{\phi}_1 B - \hat{\phi}_2 B^2)} \varepsilon_t$ (14) ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ได้ค่าดังนี้ $\hat{\beta}_0 = 7.96530$, $\hat{\beta}_1 = 0.00753$, $\hat{\beta}_2 = -5.15463 \times 10^{-5}$, $\hat{\beta}_3 = 1.84046 \times 10^{-7}$, $\hat{\beta}_4 = 1.01142$, $\hat{\beta}_5 = -0.05174$, $\hat{\theta}_6 = -0.24226$, $\hat{\theta}_{20} = 0.17987$, $\hat{\phi}_1 = 0.63546$, $\hat{\phi}_2 = 0.19470$

โดยที่สถิติ t ที่ใช้ทดสอบพารามิเตอร์ทุกตัวในสมการที่ (13) มี p-value < 0.05 และสมการ

ถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแบบ ARMA(2, (6,20)) มีค่า MAPE เท่ากับ 1.5137 % และมีค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) เท่ากับ 98.35 % และเมื่อตรวจสอบสหสัมพันธ์ในตัวเองของค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากสมการถดถอยดังกล่าว พบว่าไม่มีสหสัมพันธ์ในตัวเองตั้งแต่ Lag ที่ 1 ถึง Lag ที่ 32 แสดงดังรูปที่ 10 โดยมีค่าสถิติ Q ของ Box-Ljung เท่ากับ 20.841 และมี p-value เท่ากับ 0.935



รูปที่ 10 ACF ของค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการพยากรณ์ด้วยตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแบบ ARMA(2, (6,20))

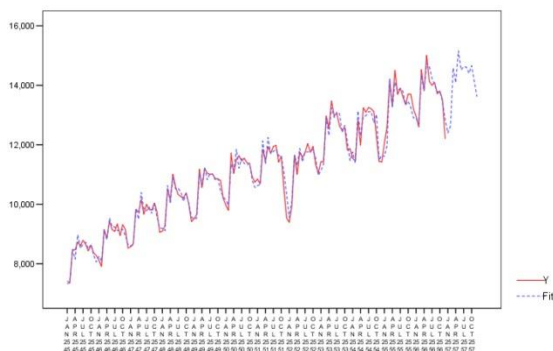
นอกจากนี้ค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการพยากรณ์ด้วยตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแบบ ARMA(2,(6,20)) มีสมบัติตามทฤษฎี กล่าวคือ มีการแจกแจงแบบปกติ (K-S = 0.624, p-value = 0.830) ไม่มีสหสัมพันธ์ในตัวเอง (Q = 20.841, p-value = 0.935) มีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างจากศูนย์ (t = 0.052, p-value = 0.959) และมีความแปรปรวนคงที่ (โดยการเขียนกราฟระหว่างค่าความคลาดเคลื่อนกับเวลาซึ่งมีการกระจายรอบ ๆ แกนศูนย์อย่างสุ่ม)

เมื่อได้ตัวแบบที่เหมาะสมในแต่ละวิธีพยากรณ์ทั้ง 2 ตัวแบบ แล้วจึงทำการพยากรณ์

ปริมาณ การใช้ไฟฟ้าของประเทศไทยรายเดือนล่วงหน้าตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2557 ถึงเดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2557 จำนวน 5 เดือน แล้วคำนวณค่า MAPE แสดงดังตารางที่ 3 และกราฟเปรียบเทียบค่าที่แท้จริงกับค่าพยากรณ์ แสดงดังรูปที่ 11 และตารางที่ 4 ตามลำดับ

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบค่า MAPE และ R^2 ของตัวแบบการพยากรณ์

ตัวแบบ	MAPE (%)		R^2 (%)
	การพยากรณ์ในอดีต ม.ค. 2545 - ธ.ค. 2556 (จำนวน 144 เดือน)	การพยากรณ์ล่วงหน้า ม.ค. 2557 - พ.ค. 2557 (จำนวน 5 เดือน)	
1. SARIMA(0,1,(2))(0,1,1) _{S=12}	2.0538	3.0225	96.48
2. Regression with ARMA (2,(6,20)) errors	1.5137	1.7898	98.35



รูปที่ 11 เปรียบเทียบค่าที่แท้จริงและค่าพยากรณ์ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทยรายเดือน โดยใช้ตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นแบบ ARMA (2,(6,20))

5. สรุปและวิจารณ์ผล

ในการเปรียบเทียบตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลา 2 ตัวแบบ คือ ตัวแบบ SARIMA และ

ตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นแบบ ARMA ในการพยากรณ์ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทยรายเดือน โดยพิจารณาจากความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ข้อมูลล่วงหน้า 5 เดือน สรุปได้ว่าตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นแบบ ARMA เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุด โดยมีค่า MAPE ต่ำที่สุดเท่ากับ 1.7898 % และมีค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) มากที่สุดเท่ากับ 98.35 % ตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนเป็นแบบ ARMA เป็นวิธีการพยากรณ์อนุกรมเวลาวิธีหนึ่งที่ใช้แก้ปัญหาการมีสหสัมพันธ์ในตัวเองของค่าความคลาดเคลื่อนที่อยู่ในสมการถดถอยได้ดี นอกจากนี้ตัวแบบที่ได้ยังมีความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ลดลงกว่าเดิมอีกด้วย และการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่มีการนำปัจจัยอื่น ๆ ที่คาดว่าจะมีอิทธิพลต่อตัวแปรที่ต้องการพยากรณ์มาคิดรวมด้วยจะทำให้มีความแม่นยำในการพยากรณ์มากกว่าการใช้ตัวแปรที่ต้องการพยากรณ์เพียงตัวแปรเดียว

6. กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณ ฝ่ายข้อมูลสถิติของสำนักงานนโยบายและแผนพลังงาน กระทรวงพลังงาน ที่ให้ความอนุเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทย

7. รายการอ้างอิง

- สำนักงานนโยบายและแผนพลังงาน กระทรวงพลังงาน, 2554, การใช้ไฟฟ้าและการผลิตไฟฟ้าของประเทศไทย, แหล่งที่มา : <http://www.eppo.go.th/power/power2554.pdf>, 28 มิถุนายน 2557.
- สำนักงานนโยบายและแผนพลังงาน กระทรวงพลังงาน, ข้อมูลปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทย, แหล่งที่มา : <http://www.eppo.go.th>, 7 กรกฎาคม 2557.

ตารางที่ 4 เปรียบเทียบค่าที่แท้จริงและค่าพยากรณ์ปริมาณการใช้ไฟฟ้าของประเทศไทย ตั้งแต่เดือน มกราคม พ.ศ. 2557 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2557

เดือน-ปี พ.ศ.	ปริมาณการใช้ไฟฟ้า (GWh)	ค่าพยากรณ์ด้วยตัวแบบ regression with ARMA(2,(6,20)) errors	ช่วง 95 % ของค่าพยากรณ์ด้วยตัวแบบ regression with ARMA(2,(6,20)) errors	
			ขีดจำกัดล่าง	ขีดจำกัดบน
มกราคม 2557	12,061	12,396	11,855	12,937
กุมภาพันธ์ 2557	12,159	12,618	11,929	13,307
มีนาคม 2557	14,598	14,583	13,689	15,477
เมษายน 2557	14,069	14,091	13,172	15,010
พฤษภาคม 2557	15,490	15,160	14,118	16,202
มิถุนายน 2557		14,515	13,480	15,550
กรกฎาคม 2557		14,630	13,499	15,761
สิงหาคม 2557		14,609	13,415	15,803
กันยายน 2557		14,403	13,170	15,636
ตุลาคม 2557		14,664	13,357	15,971
พฤศจิกายน 2557		14,140	12,833	15,447
ธันวาคม 2557		13,619	12,313	14,925

Bossche, F.V.D., Wets, G. and Brijs, T., 2004, A Regression Model with ARIMA Errors to Investigate the Frequency and Severity of Road Traffic Accidents, Belgium.

Bowerman, B.L., O'Connell, R.T. and Koehler, A.B., 2005, Forecasting, Time Series and Regression, 4th Ed., Brooks/cole, Thomson Learning Inc., U.S.A.

Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., 1976, Time Series Analysis: Forecasting and Control, 2nd Ed., Holden Day, San Francisco.

Brockwell, P.J. and Davis, R.A., 2002, Introduction to Time Series and Forecasting, 2nd Edition, Springer, New York.

Chikobvu, D. and Sigauke, C., 2012, Regression-SARIMA modelling of daily peak electricity demand in South Africa, J. Energy South. Afr. 23(3): 23-30.

Cochrane, D. and Orcutt, G.H., 1949, Application of least squares regression to relationships containing autocorrelated error terms, J. Amer. Stat. Assoc. 44: 32-61.

David, A.P., 1971, Least squares estimation in the regression model with autoregressive-moving average errors, Biometrika, 58: 299-312.

Gallant, A.R. and Goebel, J.J., 1976, Nonlinear regression with autoregressive errors, J. Amer. Stat. Assoc. 71: 961-967.

Greenhouse, J.B., Kass, R.E. and Tsay, R.S., 1987, Fitting nonlinear models with ARMA errors to biological rhythm data, *Stat. Med.* 6: 167-183.

Kesavabhotla, C., Haragopal, V.V. and Babu, A.V., 2013, Forecasting of electricity demand using SARIMA and feed forward

neural network models, *Int. J. Res. Comp. Appl. Manage.* 3(6): 1-6.

Lepojević, V. and Anđelković Pešić, M., 2011, Forecasting electricity consumption by using holt-winters and seasonal regression models, *economics and organization*, 8: 421-431.