

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบภาวะความเท่ากันของ ความแปรปรวน สำหรับสามประชากร ภายใต้ค่ากลางที่ปรับแก้

ในกรณีการแจกแจงสมมาตร

Efficiency Comparison of Homogeneity of Variance Tests for Three Populations under Modified Central Tendency in Case of Symmetric Distributions

กชพร สร้อยเกลียว* และอัทฉา อระวีพร

ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ถนนฉลองกรุง เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร 10520

Kotchaporn Soikliew* and Autcha Araveeporn

Department of Statistics, Faculty of Science, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang,

Chalongkrung Road, Ladkrabang, Bangkok 10520

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบบาร์ตเลต (B) บ็อกซ์ - แอนเดอร์สัน (BA) สถิติทดสอบแจ็คไนฟ์ (J) และสถิติทดสอบที่ปรับแก้ ได้แก่ สถิติทดสอบปรับแก้ของบาร์ตเลต (MB) สถิติทดสอบปรับแก้ของบ็อกซ์ - แอนเดอร์สัน (MBA) และสถิติทดสอบปรับแก้ของแจ็คไนฟ์ (MJ) ในกรณีการแจกแจงสมมาตร ได้แก่ การแจกแจงปกติ การแจกแจงยูนิฟอร์ม และการแจกแจงลาปลาซ ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากัน คือ 10, 30 และ 60 สำหรับข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลและทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ เกณฑ์ที่ใช้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 โดยใช้เกณฑ์ของ Bradley และกำลังการทดสอบ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 ผลการวิจัยพบว่าสถิติทดสอบ MB มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดเกือบทุกกรณีที่มีการแจกแจงปกติ สำหรับการแจกแจงยูนิฟอร์ม สถิติทดสอบ MJ มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดทุกกรณี สำหรับการแจกแจงลาปลาซ สถิติทดสอบ MBA และ BA มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดเกือบทุกกรณีที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 ตามลำดับ

คำสำคัญ : ความเท่ากันของความแปรปรวน; ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1; กำลังของการทดสอบ

Abstract

The objective of this research is to compare the efficiency of Bartlett (B) test, Box-Andersen (BA) test, Jackknife (J) test and three modified tests consists of Modified Bartlett (MB) test, Modified

Box-Andersen (MBA) test and Modified Jackknife (MJ) test. The three symmetric distributions: Normal, uniform, and Laplace distributions with sample sizes of 10, 30 and 60 are considered. The data in this research is simulated through the Monte Carlo technique with 1,000 replications for each situation. The criterion employed for comparing the efficiency of test statistics are controlling of the probability of type I error according to Bradley criterion and power of a test. The significance levels are 0.01 and 0.05. The results are found that MB test shows the highest power of a test in almost case with normal distribution. For uniform distribution, MJ test shows the highest power of a test all cases. For Laplace distribution, MBA test and BA test show the highest power of a test in almost case with 0.01 and 0.05 significance levels, respectively.

Keywords: homogeneity of variance; probability of type I error; power of a test

1. บทนำ

การอนุมานเชิงสถิติ (statistical inference) เกี่ยวกับประชากรนั้นมีวัตถุประสงค์หลักที่สำคัญ คือ การประมาณค่า (estimation) และการทดสอบสมมติฐาน (test of hypothesis) โดยเฉพาะการทดสอบสมมติฐานเพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากร ได้แก่ การเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม สถิติทดสอบที่นิยมคือ สถิติทดสอบเอฟ (F- test) ภายใต้การวิเคราะห์ความแปรปรวน (analysis of variance, ANOVA) ซึ่งจำเป็นต้องตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้น (assumption) เกี่ยวกับภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน (homogeneity of variance) ของประชากรแต่ละกลุ่มก่อนการวิเคราะห์ความแปรปรวน เนื่องจากหากมีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับภาวะความเท่ากันของความแปรปรวนจะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการสรุปผลและมีผลต่อความเชื่อถือได้ในการอ้างอิงไปยังประชากร [1]

นักสถิติหลายคนได้พยายามคิดค้นและพัฒนาสถิติทดสอบที่ใช้ทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนหลายกลุ่มซึ่งเป็นอิสระต่อกัน สถิติทดสอบที่ได้รับความนิยมมากที่สุด คือ สถิติทดสอบบาร์ตเลต

(B) ซึ่งจะให้กำลังการทดสอบสูง ภายใต้การแจกแจงปกติ [2] และจากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า ในปี ค.ศ. 1973 Layard [3] ได้ศึกษาความแกร่งของสถิติทดสอบที่ใช้ทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน ในกรณีที่มีขนาดตัวอย่าง 10 และ 25 โดยศึกษาสถิติทดสอบบาร์ตเลต สถิติทดสอบ $L - \chi^2$ สถิติทดสอบบ็อกซ์ สถิติทดสอบแจคไนฟ์ พบว่าสถิติทดสอบบาร์ตเลตมีกำลังการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบอื่น ๆ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ และในกรณีการแจกแจงยูนิฟอร์ม และการแจกแจงดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล พบว่า สถิติทดสอบแต่ละตัวมีกำลังของการทดสอบไม่แตกต่างกัน

Box และ Andersen (1955) [4] ได้พัฒนาสถิติทดสอบโดยการปรับแก้ของสถิติทดสอบบาร์ตเลต ภายใต้ทฤษฎีการเรียงสับเปลี่ยน (permutation theory) ข้อมูลของพวกเขานั้นชี้ให้เห็นว่าสถิติทดสอบนั้นเหมาะสมสำหรับการแจกแจงปกติ (normal distribution) การแจกแจงสี่เหลี่ยมผืนผ้า (rectangular distribution) และการแจกแจงดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล (double exponential distribution)

Gogoi และ Gogoi (2015) [5] ได้เปรียบเทียบความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1

และกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบ Levene สถิติทดสอบ Bartlett สถิติทดสอบ modified Bartlett สถิติทดสอบ Box-Andersen สถิติทดสอบ Jackknife และสถิติทดสอบ Lepage ในกรณีที่มิขนาดตัวอย่างเล็ก พบว่าสถิติทดสอบ Jackknife เป็นสถิติทดสอบที่ดีที่สุดเทียบเท่าสถิติทดสอบ Bartlett เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติและการแจกแจงโลจิสติก

ปี พ.ศ. 2557 ดวงพร [6] ได้เปรียบเทียบความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 และกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบ Levene Modified - Levene Bartlett Box - Andersen Jackknife Z - variance O'Brien และ Overall - Woodward Modified Z - variance ซึ่งใช้ทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน พบว่าในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงปกติ สถิติทดสอบ Bartlett box - Andersen และ Z - variance เป็นสถิติทดสอบที่ดีที่สุดเพราะไม่ว่าจะใช้ขนาดตัวอย่างน้อยหรือมากก็ให้กำลังของการทดสอบมาก และต่อมาปี พ.ศ. 2559 Hatchavanich [7] ได้เปรียบเทียบสถิติทดสอบที่ใช้พารามิเตอร์และสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน พบว่าสำหรับการแจกแจงโคเคาลังสอง สถิติทดสอบ Box - Andersen และ Levene เป็นสถิติทดสอบที่ดีที่สุด สำหรับการแจกแจงยูนิฟอร์ม และการแจกแจงเอ็กซ์โปเนนเชียล สถิติทดสอบ Jackknife และ Levene เป็นสถิติทดสอบที่ดีที่สุด

ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน 3 สถิติทดสอบ และสถิติทดสอบปรับแก้ 3 สถิติทดสอบ รวมทั้งหมด 6 สถิติทดสอบ ได้แก่ (1) สถิติทดสอบบาร์ตเลต (B) (2) สถิติทดสอบบ็อกซ์ - แอนเดอร์สัน (BA) (3) สถิติทดสอบแจ๊คไนฟ์ (J) (4) สถิติทดสอบปรับแก้ของบาร์ตเลต (MB)

(5) สถิติทดสอบปรับแก้ของบ็อกซ์ - แอนเดอร์สัน (MBA) และ (6) สถิติทดสอบปรับแก้ของแจ๊คไนฟ์ (MJ) ซึ่งผู้วิจัยปรับแก้สถิติทดสอบเหล่านั้นขึ้นด้วยการปรับแก้ค่ากลาง โดยการใช้มัธยฐาน (median) แทนค่าเฉลี่ย (mean) ตามแนวความคิดของ Brown และ Forsythe (1974) [8] เพื่อพัฒนาสถิติทดสอบให้มิกำลังการทดสอบสูงขึ้น และเป็นที่น่าสนใจว่าสถิติทดสอบที่พัฒนาขึ้นมานั้นจะให้กำลังการทดสอบสูงสุด

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบบาร์ตเลต (B) สถิติทดสอบบ็อกซ์ - แอนเดอร์สัน (BA) สถิติทดสอบแจ๊คไนฟ์ (J) สถิติทดสอบปรับแก้ของบาร์ตเลต (MB) สถิติทดสอบปรับแก้ของบ็อกซ์ - แอนเดอร์สัน (MBA) และสถิติทดสอบปรับแก้ของแจ๊คไนฟ์ (MJ)

2. สถิติที่ใช้ในงานวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้ศึกษาสถิติที่ใช้ทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม โดยมีสมมติฐานว่าง (H_0) และสมมติฐานทางเลือก (H_1) ดังนี้

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$$

$$H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2 \text{ อย่างน้อย 1 คู่ โดยที่ } i \neq j$$

สถิติที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

2.1 สถิติทดสอบบาร์ตเลต (Bartlett test, B) (Snedecor และ Cochran, 1983) [9]

ใช้สำหรับทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างหลายกลุ่ม

สถิติทดสอบบาร์ตเลต (B) คำนวณจาก

$$B = \frac{(N-k) \ln(S_p^2) - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \ln(S_i^2)}{1 + \left(\frac{1}{3(k-1)} \right) \left(\left(\sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i} - 1 \right) - \frac{1}{(N-k)} \right)} \quad (1)$$

โดยที่ S_i^2 คือ ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างที่ i

$$หาได้จาก S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n_i - 1}; i=1,2,...,k \quad (2)$$

โดย X_{ij} คือ ข้อมูลลำดับที่ j ในกลุ่มตัวอย่างที่ i ; $\bar{X}_i$ คือ ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ i ; k คือ จำนวนประชากร; n_i คือ จำนวนตัวอย่างของกลุ่มตัวอย่างที่ i ; N คือ จำนวนตัวอย่างทั้งหมด

$$(N = \sum_{i=1}^k n_i) \text{ และ } S_p^2 \text{ หาได้จาก } S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2}{N - k}; i=1,2,...,k \quad (3)$$

เกณฑ์การตัดสินใจ จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $B > \chi_{1-\alpha, k-1}^2$ โดยที่ $\chi_{1-\alpha, k-1}^2$ เป็นค่าวิกฤตของการแจกแจงไคกำลังสอง องศาอิสระ $(k-1)$ ที่ระดับนัยสำคัญ (α)

3. วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีขั้นตอนดังนี้

3.1 กำหนดจำนวนประชากรเป็น 3 ประชากร

3.2 กำหนดกลุ่มตัวอย่างของประชากร โดยงานวิจัยนี้กำหนดกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเท่ากัน คือ 10, 30 และ 60

3.3 กำหนดการแจกแจงของประชากร 3 แบบ ได้แก่

3.3.1 การแจกแจงปกติ (normal distribution) ประกอบด้วยค่าพารามิเตอร์เป็น μ และ σ^2 โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น คือ $f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}, -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$ โดยมีค่าเฉลี่ย คือ $E(X) = \mu$ และค่าความแปรปรวน คือ $Var(X) = \sigma^2$

3.3.2 การแจกแจงยูนิฟอร์ม (uniform distribution) ประกอบด้วยค่าพารามิเตอร์เป็น a

และ b โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x; a, b) = \frac{1}{b-a}, x \in [a, b], -\infty < a < b < \infty$$

โดยมีค่าเฉลี่ย คือ $E(X) = \frac{1}{2}(a+b)$ และค่าความแปรปรวน คือ $Var(X) = \frac{1}{12}(b-a)^2$

3.3.3 การแจกแจงลาปลาซ (Laplace distribution) ประกอบด้วยค่าพารามิเตอร์เป็น μ และ b โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น ดังนี้ $f(x, \mu, b) = \frac{1}{2b} e^{-\frac{|x-\mu|}{b}}, -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, -\infty < b < \infty$ โดยมีค่าเฉลี่ย คือ $E(X) = \mu$ และค่าความแปรปรวน คือ $Var(X) = 2b^2$

3.4 กำหนดความแตกต่างของความแปรปรวน โดยใช้ค่าอนเซนทรลิตีพารามิเตอร์ ϕ (non-centrality parameter) [11] เป็นเกณฑ์วัดความแตกต่างของความแปรปรวน โดยที่

$$\phi = \left[\left(\sum_{i=1}^k (\sigma_i^2 - \bar{\sigma}^2)^2 / k \right) / \sigma_1^2 \right]^{1/2}$$

เมื่อ σ_1^2 คือ ค่าความแปรปรวนของประชากรที่มีค่าต่ำที่สุด; σ_i^2 คือ ค่าความแปรปรวนของประชากรที่ i โดยที่ $i = 1, 2, \dots, k$; $\bar{\sigma}^2$ คือ ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนของประชากรทั้ง k กลุ่ม

รายละเอียดระดับความแตกต่างของความแปรปรวนที่ใช้ในงานวิจัยมีดังนี้

ระดับความแตกต่างของความแปรปรวน	ความแปรปรวนแต่ละประชากร	ϕ
มีความแตกต่างกันน้อย ($0 < \phi < 1.5$)	1:2:4	1.25
มีความแตกต่างกันปานกลาง ($1.5 \leq \phi < 3.0$)	1:4:8	2.87
มีความแตกต่างกันมาก ($\phi \geq 3.0$)	1:8:16	6.13

3.5 กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) 2 ระดับ คือ 0.01 และ 0.05

3.6 ใช้โปรแกรมอาร์ เวอร์ชัน 3.3.2 ในการจำลองและวิเคราะห์ข้อมูล ทดลองซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

3.7 คำนวณหาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ซึ่งคำนวณได้จาก [จำนวนครั้งที่ได้ผลการทดสอบปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง] ÷ [จำนวนครั้งที่ทำซ้ำ (1,000 ครั้ง)]

3.8 เปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ตามเกณฑ์ของ Bradley [12] สามารถจำแนกตามระดับนัยสำคัญได้ดังนี้ $\alpha = 0.01$ ช่วงที่กำหนด [0.005, 0.015] และ $\alpha = 0.05$ ช่วงที่กำหนด [0.025, 0.075]

3.9 คำนวณหาค่าลังการทดสอบ ซึ่งคำนวณได้จาก [จำนวนครั้งที่ได้ผลการทดสอบปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง] ÷ [จำนวนครั้งที่ทำซ้ำ (1,000 ครั้ง)]

ตารางที่ 1 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของสถิติทดสอบ B, MB, BA, MBA, J และ MJ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ การแจกแจงยูนิฟอร์ม และการแจกแจงลาปลาซ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05

ระดับนัยสำคัญ	รูปแบบการแจกแจง	ขนาดตัวอย่าง	สถิติทดสอบ					
			B	MB	BA	MBA	J	MJ
0.01	ปกติ	10	0.010*	0.010*	0.010*	0.012*	0.009*	0.014*
		30	0.015*	0.015*	0.010*	0.011*	0.015*	0.018
		60	0.010*	0.009*	0.009*	0.006*	0.010*	0.011*
	ยูนิฟอร์ม	10	0.000	0.000	0.009*	0.017	0.006*	0.008*
		30	0.000	0.000	0.013*	0.021	0.009*	0.010*
		60	0.000	0.000	0.008*	0.016	0.008*	0.009*
	ลาปลาซ	10	0.068	0.074	0.008*	0.011*	0.022	0.031
		30	0.127	0.127	0.009*	0.009*	0.027	0.030
		60	0.139	0.137	0.011*	0.010*	0.017	0.019
0.05	ปกติ	10	0.054*	0.058*	0.063*	0.067*	0.046*	0.059*
		30	0.055*	0.053*	0.056*	0.059*	0.052*	0.058*
		60	0.052*	0.054*	0.050*	0.052*	0.052*	0.054*
	ยูนิฟอร์ม	10	0.005	0.006	0.047*	0.055*	0.028*	0.036*
		30	0.002	0.002	0.065*	0.074*	0.035*	0.046*
		60	0.001	0.003	0.058*	0.069*	0.044*	0.046*
	ลาปลาซ	10	0.221	0.227	0.069*	0.071*	0.089	0.102
		30	0.271	0.265	0.059*	0.058*	0.076	0.083
		60	0.267	0.272	0.045*	0.045*	0.065*	0.067*

* หมายถึง สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ตามเกณฑ์ของ Bradley ได้

3.10 เปรียบเทียบกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ของ Bradley โดยกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบตัดไครมาสูงที่สุดจะเป็นสถิติทดสอบที่ดีที่สุด

4. ผลการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และกำลังการทดสอบ

4.1 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1

พิจารณาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 ของการแจกแจงปกติ การแจกแจงยูนิฟอร์มและการแจกแจงลาปลาซ

4.1.1 ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 1 พบว่าเมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ สถิติทดสอบ B, MB, MBA และ J สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ทุกกรณี ส่วนสถิติทดสอบ MJ สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้เกือบทุกกรณี ยกเว้นขนาดตัวอย่าง 30 สำหรับการแจกแจงยูนิฟอร์ม สถิติทดสอบ BA, J และ MJ สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ทุกกรณี สำหรับการแจกแจงลาปลาซ สถิติทดสอบ BA และ MBA สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ทุกกรณี

4.1.2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

จากตารางที่ 1 พบว่าเมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ สถิติทดสอบทุกตัว สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ทุกกรณี สำหรับการแจกแจงยูนิฟอร์ม สถิติทดสอบ BA, MBA,

J และ MJ สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ทุกกรณี สำหรับการแจกแจงลาปลาซ สถิติทดสอบ BA และ MBA สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ทุกกรณี ส่วนสถิติทดสอบ J และ MJ สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้เฉพาะกรณีขนาดตัวอย่าง 60 เท่านั้น

4.2 กำลังการทดสอบ

การเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบจะเปรียบเทียบเฉพาะสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้เท่านั้น โดยพิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 (ตารางที่ 2 และ 3)

จากผลการวิจัยดังตารางที่ 2 และ 3 ทำให้ได้สถิติทดสอบที่มีกำลังการทดสอบสูงที่สุด ซึ่งแสดงดังตารางที่ 4 ดังนี้

4.2.1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากตารางที่ 4 พบว่าเมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ สถิติทดสอบ MB มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดเกือบทุกกรณี ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง 30 และ 60 เมื่อ $\rho = 1.25$ ขณะที่สถิติทดสอบ B มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดเกือบทุกกรณี ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง 10 เมื่อ $\rho = 1.25$ และ 6.13 ส่วนสถิติทดสอบ J มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดเมื่อขนาดตัวอย่าง 30 และ $\rho = 6.13$ และเมื่อขนาดตัวอย่าง 60 $\rho = 2.87$ และ 6.13 สถิติทดสอบทุกตัวมีกำลังการทดสอบสูงที่สุด สำหรับการแจกแจงยูนิฟอร์ม สถิติทดสอบ MJ มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดทุกกรณี ขณะที่สถิติทดสอบ BA และ J จะมีกำลังการทดสอบสูงที่สุดเทียบเท่าสถิติทดสอบ MJ กรณีขนาดตัวอย่าง 30 เมื่อ $\rho = 2.87$ และ 6.13 และกรณีขนาดตัวอย่าง 60 ทุกค่า ρ สำหรับการแจกแจงลาปลาซ สถิติทดสอบ MBA มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดเกือบทุก

ตารางที่ 2 กำลังการทดสอบของสถิติทดสอบ B, MB, BA, MBA, J และ MJ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ การแจกแจงยูนิฟอร์ม และการแจกแจงลาปลาซ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

รูปแบบการแจกแจง	ขนาดตัวอย่าง	ค่าอนเซนทรลิตี้พารามิเตอร์ (φ)	สถิติทดสอบ					
			B	MB	BA	MBA	J	MJ
ปกติ	10	1.25	0.177	0.189	0.113	0.122	0.146	0.170
		2.87	0.473	0.473	0.327	0.326	0.402	0.454
		6.13	0.829	0.837	0.605	0.612	0.724	0.762
	30	1.25	0.769	0.765	0.645	0.643	0.715	-
		2.87	0.995	0.995	0.970	0.973	0.987	-
		6.13	1.000	1.000	0.999	0.999	1.000	-
	60	1.25	0.992	0.991	0.975	0.975	0.987	0.987
		2.87	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
		6.13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
ยูนิฟอร์ม	10	1.25	-	-	0.229	-	0.207	0.260
		2.87	-	-	0.567	-	0.640	0.720
		6.13	-	-	0.857	-	0.924	0.944
	30	1.25	-	-	0.969	-	0.986	0.989
		2.87	-	-	1.000	-	1.000	1.000
		6.13	-	-	1.000	-	1.000	1.000
	60	1.25	-	-	1.000	-	1.000	1.000
		2.87	-	-	1.000	-	1.000	1.000
		6.13	-	-	1.000	-	1.000	1.000
ลาปลาซ	10	1.25	-	-	0.054	0.057	-	-
		2.87	-	-	0.146	0.153	-	-
		6.13	-	-	0.328	0.331	-	-
	30	1.25	-	-	0.250	0.253	-	-
		2.87	-	-	0.631	0.633	-	-
		6.13	-	-	0.904	0.904	-	-
	60	1.25	-	-	0.627	0.624	-	-
		2.87	-	-	0.954	0.954	-	-
		6.13	-	-	0.997	0.997	-	-

ตัวหนา หมายถึง สถิติทดสอบที่มีกำลังการทดสอบสูงที่สุด; - หมายถึง ไม่พิจารณา กำลังการทดสอบของสถิติทดสอบ เนื่องจากไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้

ตารางที่ 3 กำลังการทดสอบของสถิติทดสอบ B, MB, BA, MBA, J และ MJ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ การแจกแจงยูนิฟอร์ม และการแจกแจงลาปลาซ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

รูปแบบการแจกแจง	ขนาดตัวอย่าง	ค่าอนเซนทรลิตี้พารามิเตอร์ (ρ)	สถิติทดสอบ					
			B	MB	BA	MBA	J	MJ
ปกติ	10	1.25	0.393	0.402	0.335	0.337	0.323	0.364
		2.87	0.761	0.763	0.654	0.662	0.658	0.710
		6.13	0.951	0.953	0.884	0.881	0.874	0.893
	30	1.25	0.912	0.911	0.879	0.881	0.891	0.898
		2.87	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999
		6.13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	60	1.25	0.998	0.998	0.995	0.995	0.997	0.997
		2.87	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
		6.13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
ยูนิฟอร์ม	10	1.25	-	-	0.502	0.510	0.453	0.514
		2.87	-	-	0.850	0.841	0.869	0.903
		6.13	-	-	0.973	0.969	0.979	0.983
	30	1.25	-	-	0.994	0.994	0.996	0.996
		2.87	-	-	1.000	1.000	1.000	1.000
		6.13	-	-	1.000	1.000	1.000	1.000
	60	1.25	-	-	1.000	1.000	1.000	1.000
		2.87	-	-	1.000	1.000	1.000	1.000
		6.13	-	-	1.000	1.000	1.000	1.000
ลาปลาซ	10	1.25	-	-	0.209	0.205	-	-
		2.87	-	-	0.401	0.401	-	-
		6.13	-	-	0.662	0.661	-	-
	30	1.25	-	-	0.543	0.542	-	-
		2.87	-	-	0.875	0.874	-	-
		6.13	-	-	0.989	0.988	-	-
	60	1.25	-	-	0.844	0.844	0.840	0.848
		2.87	-	-	0.994	0.994	0.989	0.990
		6.13	-	-	1.000	1.000	1.000	1.000

ตัวหนา หมายถึง สถิติทดสอบที่มีกำลังการทดสอบสูงที่สุด; - หมายถึง ไม่พิจารณา กำลังการทดสอบของสถิติทดสอบ เนื่องจากไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้

ตารางที่ 4 สถิติทดสอบที่มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดของการแจกแจงปกติ การแจกแจงยูนิฟอร์ม และการแจกแจงลาปลาซ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05

ระดับ นัยสำคัญ	รูปแบบ การแจกแจง	ขนาด ตัวอย่าง	ค่านอนเซนทรัลลิตีพารามิเตอร์ (φ)		
			1.25	2.87	6.13
0.01	ปกติ	10	MB	B, MB	MB
		30	B	B, MB	B, MB, J
		60	B	B, MB, BA, MBA, J, MJ	B, MB, BA, MBA, J, MJ
	ยูนิฟอร์ม	10	MJ	MJ	MJ
		30	MJ	BA, J, MJ	BA, J, MJ
		60	BA, J, MJ	BA, J, MJ	BA, J, MJ
	ลาปลาซ	10	MBA	MBA	MBA
		30	MBA	MBA	BA, MBA
		60	BA	BA, MBA	BA, MBA
0.05	ปกติ	10	MB	MB	MB
		30	B	B, MB, BA, MBA, J, MJ	B, MB, BA, MBA, J, MJ
		60	B, MB	B, MB, BA, MBA, J, MJ	B, MB, BA, MBA, J, MJ
	ยูนิฟอร์ม	10	MJ	MJ	MJ
		30	J, MJ	BA, MBA, J, MJ	BA, MBA, J, MJ
		60	BA, MBA, J, MJ	BA, MBA, J, MJ	BA, MBA, J, MJ
	ลาปลาซ	10	BA	BA, MBA	BA
		30	BA	BA	BA
		60	MJ	BA, MBA	BA, MBA, J, MJ

กรณี ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง 60 เมื่อ $\varphi = 1.25$ ขณะที่สถิติทดสอบ BA จะมีกำลังการทดสอบสูงที่สุด เทียบเท่าสถิติทดสอบ MBA กรณีขนาดตัวอย่าง 30 เมื่อ $\varphi = 6.13$ และกรณีขนาดตัวอย่าง 60 ทุกค่า φ

4.2.2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

จากตารางที่ 4 พบว่าเมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ สถิติทดสอบ MB มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดเกือบทุกกรณี ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง 30 เมื่อ $\varphi = 1.25$ ขณะที่สถิติทดสอบ B มี

กำลังการทดสอบสูงที่สุดเกือบทุกกรณี ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง 10 ทุกค่า φ เมื่อขนาดตัวอย่าง 30 และ 60 $\varphi = 2.87$ และ 6.13 สถิติทดสอบทุกตัวมีกำลังการทดสอบสูงที่สุด สำหรับการแจกแจงยูนิฟอร์ม สถิติทดสอบ MJ มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดทุกกรณี ขณะที่สถิติทดสอบ J มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดเกือบทุกกรณี ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง 10 ทุกค่า φ ส่วนสถิติทดสอบ BA และ MBA จะมีกำลังการทดสอบสูงที่สุดเทียบเท่าสถิติทดสอบ MJ และ J กรณีขนาด

ตัวอย่าง 30 เมื่อ $\rho = 2.87$ และ 6.13 และกรณีขนาดตัวอย่าง 60 ทุกค่า ρ สำหรับการแจกแจงลาปลาซ สถิติทดสอบ BA มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดทุกกรณี ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง 60 เมื่อ $\rho = 1.25$ ขณะที่สถิติทดสอบ MBA จะมีกำลังการทดสอบสูงที่สุด เทียบเท่าสถิติทดสอบ BA กรณีขนาดตัวอย่าง 10 เมื่อ $\rho = 2.87$ และกรณีขนาดตัวอย่าง 60 เมื่อ $\rho = 2.87$ และ 6.13 ส่วนสถิติทดสอบ MJ มีกำลังการทดสอบสูงที่สุด เพียงวิธีเดียวเท่านั้น กรณีขนาดตัวอย่าง 60 เมื่อ $\rho = 1.25$ นอกจากนี้สถิติทดสอบ MJ J และ MBA จะมีกำลังการทดสอบสูงที่สุดเทียบเท่าสถิติทดสอบ BA กรณีขนาดตัวอย่าง 60 เมื่อ $\rho = 6.13$

5. สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้ต้องการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของสามประชากร กรณีที่ประชากรมีการแจกแจงปกติ สถิติทดสอบปรับแก้ของบาร์ตเลต (MB) เป็นสถิติทดสอบที่ดีที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีจำนวนไม่มากและทุกระดับอัตราส่วนของความแปรปรวน และสถิติทดสอบตัวอื่น ๆ เป็นสถิติทดสอบที่ดีที่สุดเทียบเท่าสถิติทดสอบปรับแก้ของบาร์ตเลต (MB) เมื่อขนาดตัวอย่างมีจำนวนมากขึ้น สำหรับกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงยูนิฟอร์ม สถิติทดสอบปรับแก้ของแจ๊คไนฟ์ (MJ) เป็นสถิติทดสอบที่ดีที่สุด สำหรับกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงลาปลาซ สถิติทดสอบปรับแก้ของบ็อกซ์ - แอนเดอร์สัน (MBA) สถิติทดสอบบ็อกซ์ - แอนเดอร์สัน (BA) เป็นสถิติทดสอบที่ดีที่สุด ซึ่งขึ้นอยู่กับระดับนัยสำคัญ

6. ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยครั้งนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการเลือกสถิติทดสอบที่เหมาะสมสำหรับทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวนกับประชากรที่มีการ

แจกแจงปกติ ยูนิฟอร์ม และลาปลาซ นอกจากนี้ยังสามารถนำไปศึกษาต่อเมื่อประชากรมีการแจกแจงในรูปแบบอื่น ๆ และศึกษาในกรณีที่มีค่าอนเซนทรลิตี้มากขึ้น ได้แก่ 7, 8, 9 หรือมากกว่า

7. รายการอ้างอิง

- [1] Mendes, M. and Pala, A., 2004, Evaluation of four tests when normality and homogeneity of variance Assumptions are violated, J. App. Sci. 4: 38-42.
- [2] เยาวภา ไชยศรี, 2542, การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบบาร์ตเลต เลวิน และบราวน์ - ฟอร์ลิตี สำหรับทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากร, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ กรุงเทพฯ.
- [3] Layard, M.W.J., 1973, Robust large - sample tests for homogeneity of variances, J. Amer. Statist. Assoc. 68: 195-198.
- [4] Box, G.E.P. and Andersen S.L., 1955, Permutation theory in the derivation of robust criteria and the study of departures from Assumption, J. Roy. Statist. Soc. Series B 17: 1-34.
- [5] Gogoi, P. and Gogoi, B., 2015, Multi-sample scale tests for comparing scale parameters with equal and unequal location differences, In. Adv. Res. J. in Sci. 2: 26-31.
- [6] ดวงพร หัซซะวนิช, 2557, การเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน, ว.วิทยาศาสตร์ลาดกระบัง

- 23(1): 17-28.
- [7] Hatchavanich, D. 2016, A comparison of type I error and power of statistics and nonparametric statistics for homogeneity of variance tests, p. 48, , The 4th Academic Science and Technology Conference, Bangkok.
- [8] Brown, M.B. and Forsythe, A.B., 1974, Robust tests for equality of variances, J. Amer. Statist. Assoc., 69: 364-367.
- [9] Snedecor, G.W. and Cochran, W.G., 1989, Statistical Methods, 8th Ed, Iowa State University Press, Iowa.
- [10] Miller, R.G., 1968, Jackknifing variances, Ann. Math. Statist. 39: 567-582.
- [11] Games, P.A., Wilkier, H.B. and Probert, D.A., 1972, Robust tests for homogeneity of variance, J. Educ. Meas. 32: 887-909.
- [12] Bradley, J.V., 1978, Robustness?, Br. J. Math. Stat. Psychol. 31: 144-152.