

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบ สำหรับการทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน

A Comparison of the Efficiency of the Test Statistics for Testing Homogeneity of Variance

วรางคณา เรียนสุทธิ์*

สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ
วิทยาเขตพัทลุง ตำบลบ้านพร้าว อำเภอป่าพะยอม จังหวัดพัทลุง 93210

Warangkhan Riansut*

Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science, Thaksin University,
Phatthalung Campus, Ban Phrao, Pa Phayom, Phatthalung 93210

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ คือ เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบทั้งหมด 6 วิธี ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์ ตัวสถิติทดสอบของเลวิน ตัวสถิติทดสอบของบราวน์-ฟอร์สตี ตัวสถิติทดสอบของโอไบร์น ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์ และตัวสถิติทดสอบของมูต รวมถึงเพื่อเสนอแนะตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสม โดยการคำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และกำลังการทดสอบ จำแนกสถานการณ์โดยกำหนดประชากรที่มีทั้งการแจกแจงปกติ การแจกแจงเบ้ซ้ายที่มีความโด่งสูงกว่าปกติ การแจกแจงเบ้ซ้ายที่มีความโด่งต่ำกว่าปกติ การแจกแจงเบ้ขวาที่มีความโด่งสูงกว่าปกติ และการแจกแจงเบ้ขวาที่มีความโด่งต่ำกว่าปกติ กำหนดจำนวนประชากร 3 และ 4 กลุ่ม และศึกษาทั้งกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเท่ากันและไม่เท่ากัน โดยแบ่งเป็นตัวอย่างขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ กำหนดความแตกต่างของความแปรปรวนประชากร 3 ระดับ คือ น้อย ปานกลาง และมาก ระดับนัยสำคัญที่ศึกษา คือ 0.01 และ 0.05 จำลองข้อมูลด้วยการเขียนโปรแกรม SAS กำหนดจำนวนรอบของการทำซ้ำ คือ 1,000 รอบ ผลการศึกษาพบว่า เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์ มีความเหมาะสมมากที่สุด แต่เมื่อประชากรไม่มีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์และตัวสถิติทดสอบของมูตมีความเหมาะสมมากที่สุด กรณีความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันปานกลางจนถึงมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบโดยส่วนใหญ่มีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน และถ้าหากต้องการให้กำลังการทดสอบมีค่าสูง ควรเพิ่มขนาดตัวอย่างที่จะศึกษา

คำสำคัญ : การทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน; ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1; กำลังการทดสอบ

Abstract

The objectives of this study were to compare the efficiency of six statistics tests: Bartlett's test, Levene's test, Brown-Forsythe's test, O'Brien's test, Klotz's test, and Mood's test, including the recommending the appropriate test statistic by calculate the probability of type I error and power of a test, classification of the population according to normal distribution, left-skewed and leptokurtic kurtosis distribution, left-skewed and platykurtic kurtosis distribution, right-skewed and leptokurtic kurtosis distribution, and right-skewed and platykurtic kurtosis distribution. Study three and four populations, including the sample sizes were equal and unequal. Sample sizes were divided into small, medium, and large size. Defined the difference of the population variance into three levels: low, moderate, and high difference. The significance levels to study were 0.01 and 0.05. The data were simulated by using SAS programming with 1,000 replicates. Results of the research were as follows. When the population was normal distribution, Bartlett's test was the most appropriate. But when the population was non-normal, Klotz's Test and Mood's Test were the most appropriate. If the difference of population variance was moderate to high difference, it was found that almost all test statistics were appropriate. In order to increase the power of a test, should increase the sample size.

Keywords: testing homogeneity of variance; probability of type I error; power of a test

1. บทนำ

การศึกษาค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม โดยใช้ตัวสถิติทดสอบเอฟ (F-test) ของการวิเคราะห์ความแปรปรวน (analysis of variance) จะมีข้อสมมุติ (assumption) คือ ค่าสังเกตต้องมาจากตัวอย่างที่สุ่ม (random sample) มาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ (normal distribution) และมีภาวะความแปรปรวนเท่ากัน (homoscedasticity) ดังนั้นก่อนการศึกษาเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม จึงจำเป็นต้องตรวจสอบข้อสมมุติก่อน ซึ่งปัญหาที่ผู้วิจัยมักพบ คือ ลักษณะการแจกแจงของประชากรไม่เป็นไปตามข้อสมมุติ ถ้ายังคงใช้ตัวสถิติทดสอบเอฟของการวิเคราะห์ความแปรปรวน จะทำให้ผลการทดสอบสมมุติฐานเกิดความผิดพลาดได้ โดย Scheffe [1] ได้แสดงความ

คิดเห็นว่าตามข้อสมมุติเกี่ยวกับการแจกแจงของประชากรซึ่งต้องเป็นการแจกแจงปกตินั้น หากลักษณะของการแจกแจงของประชากรไม่เป็นไปตามข้อสมมุติจะส่งผลให้การประมาณค่าหรือการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าความแปรปรวนของประชากรเกิดความผิดพลาดได้ รวมถึงการฝ่าฝืนข้อสมมุติเกี่ยวกับภาวะความเท่ากันของความแปรปรวนจะมีผลอย่างมากต่อการสรุปผลที่ได้จากการใช้ตัวสถิติทดสอบเอฟของการวิเคราะห์ความแปรปรวน โดยเฉพาะเมื่อขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน ดังนั้นก่อนการวิเคราะห์ข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาไม่ว่าจะเป็นงานวิจัยในสาขาใดจึงควรจะต้องมีการตรวจสอบข้อสมมุติก่อนและอนันต์ชัย เขื่อนธรรม [2] สรุปไว้ว่าก่อนที่จะวิเคราะห์ความแปรปรวน เราจำเป็นจะต้องทดสอบว่าแต่ละประชากรมีความแปรปรวนเท่ากันหรือไม่ ทั้งนี้

เพื่อให้ผลการทดสอบที่ได้เป็นความแตกต่างของค่าเฉลี่ยประชากรจริง ๆ หากไม่มีข้อสมมุติข้อนี้ ผลการทดสอบอาจเป็นผลจากความแตกต่างของความแปรปรวนของข้อมูลก็ได้ ซึ่งถ้าหากไม่เป็นไปตามข้อสมมุติเกี่ยวกับภาวะความเท่ากันของความแปรปรวนในกรณีที่ขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มเท่ากันและความแปรปรวนแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย ตัวสถิติทดสอบเอฟของการวิเคราะห์ความแปรปรวนยังคงมีความแกร่ง (robust) ต่อลักษณะที่ไม่เป็นไปตามข้อสมมุติเกี่ยวกับภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน แต่ถ้าความแปรปรวนมีความแตกต่างกันค่อนข้างมาก จะมีผลกระทบต่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ ในขณะที่ความคลาดเคลื่อนของการทดลองที่ไม่มีการแจกแจงปกติ เช่น เป้ไปข้างใดข้างหนึ่ง จะมีผลทำให้ความแปรปรวนไม่เท่ากัน ซึ่งส่งผลกระทบต่อการมีนัยสำคัญทางสถิติ

วิธีการทางสถิติที่นิยมใช้ในการทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวนมีมากมายทั้งการทดสอบอิงพารามิเตอร์ (parametric test) และการทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ (nonparametric test) ซึ่งแต่ละการทดสอบจะมีข้อจำกัดในการใช้ที่แตกต่างกัน เช่น

1.1 การทดสอบของบาร์ตเลตต์ (Bartlett's test) การทดสอบของเลวิน (Levene's test) การทดสอบของบราวน์-ฟอร์ลิตี (Brown-Forsythe's test) และการทดสอบของโอ'Brien (O'Brien's Test) เป็นการทดสอบอิงพารามิเตอร์ โดยตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์มีการแจกแจงไคกำลังสอง (Chi-square distribution) ซึ่งบาร์ตเลตต์ได้พัฒนาตัวสถิติทดสอบมาจากวิธีการของนิวแมนและเพียร์สัน สำหรับใช้ทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน ทั้งกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเท่ากันและไม่เท่ากัน เป็นตัวสถิติทดสอบที่มีความยุ่งยากในการคำนวณและมีความไวต่อ

ข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงปกติ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อข้อมูลมีความโด่งผิดปกติ กล่าวคือ สำหรับข้อมูลที่มีความโด่งสูงกว่าปกติ (leptokurtic) ตัวสถิติทดสอบนี้จะมีโอกาสปฏิเสธสมมุติฐานว่างมากกว่าที่ควรจะเป็น และเมื่อข้อมูลมีความโด่งต่ำกว่าปกติ (platykurtic) ตัวสถิติทดสอบนี้จะมีโอกาสปฏิเสธสมมุติฐานว่างน้อยกว่าที่ควรจะเป็น ตัวสถิติทดสอบของเลวินมีการแจกแจงโดยประมาณแบบเอฟ (F distribution) มีวิธีการคำนวณเช่นเดียวกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว โดยการแทนค่าสังเกตในการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวแต่ละค่าด้วยค่าสัมบูรณ์ของส่วนเบี่ยงเบนระหว่างค่าสังเกตแต่ละค่ากับค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง ตัวสถิติทดสอบนี้มีความแกร่งเมื่อประชากรไม่มีการแจกแจงปกติ [3] ตัวสถิติทดสอบของบราวน์-ฟอร์ลิตีได้พัฒนามาจากตัวสถิติทดสอบของเลวิน โดยการใช้ค่ามัธยฐานแทนค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง เพราะฉะนั้นจะแทนค่าสังเกตแต่ละค่าด้วยค่าสัมบูรณ์ของส่วนเบี่ยงเบนระหว่างค่าสังเกตแต่ละค่ากับค่ามัธยฐานของตัวอย่าง ตัวสถิติทดสอบนี้ยังคงมีความแกร่งเมื่อประชากรไม่มีการแจกแจงปกติเช่นเดียวกับตัวสถิติทดสอบของเลวิน [4] สำหรับตัวสถิติทดสอบของโอ'Brienจะเป็นตัวสถิติทดสอบที่มีกำลังการทดสอบ (power of a test) สูงกว่าตัวสถิติทดสอบของเลวิน และตัวสถิติทดสอบของบราวน์-ฟอร์ลิตีเมื่อประชากรไม่มีการแจกแจงปกติ [5]

1.2 การทดสอบของคล็อทซ์ (Klotz's test) และการทดสอบของมู้ด (Mood's test) เป็นการทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ที่ไม่ขึ้นกับการแจกแจง (distribution-free test) ดังนั้นจึงนับเป็นข้อดีของการทดสอบประเภทนี้ คือ ไม่จำเป็นต้องทราบการแจกแจงของประชากร อีกทั้งยังเป็นการทดสอบที่ไม่มีปัญหาในกรณีที่ข้อมูลมีความเบ้หรือมีค่าผิดปกติ เช่น มากผิดปกติหรือน้อยผิดปกติ เนื่องจากการทดสอบไม่อิง

พารามิเตอร์มักใช้เพียงความถี่ หรือลำดับที่ หรือเครื่องหมายในการวิเคราะห์ข้อมูล ไม่ได้ใช้ค่าของข้อมูลจริง [6]

ในงานวิจัยทางการแพทย์ การศึกษา การตลาด หรืองานทางด้านจิตวิทยา มักไม่มีการตรวจสอบข้อสมมุติเกี่ยวกับภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน หรือถ้ามีการตรวจสอบก็มักใช้การทดสอบของเลวิน ทั้งๆ ที่มีวิธีการทดสอบที่เหมาะสมมากมายถึง 6 วิธี เป็นอย่างน้อยดังที่ได้กล่าวไปแล้ว อีกทั้งการทดสอบของเลวินไม่ใช้การทดสอบที่ดีที่สุด [7] ผลสรุปที่ได้จากการทดสอบนี้อาจขัดแย้งกับความเป็นจริง และระดับนัยสำคัญ (significance level) หรือความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 (probability of type I error) ไม่เป็นไปตามที่กำหนดไว้ รวมถึงอาจมีกำลังการทดสอบต่ำ อย่างไรก็ตาม คำกล่าวที่ว่าผลสรุปขัดแย้งกับความจริง ระดับนัยสำคัญไม่เป็นไปตามที่กำหนด และกำลังการทดสอบต่ำนั้นยังขาดการยืนยันในเชิงทฤษฎี ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดที่จะศึกษาการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวนทั้งหมด 6 วิธี จำแนกเป็นตัวสถิติทดสอบอิงพารามิเตอร์ 4 วิธี ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์ ตัวสถิติทดสอบของเลวิน ตัวสถิติทดสอบของบราวน์-ฟอร์สตี และตัวสถิติทดสอบของโอปรีน และตัวสถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์อีก 2 วิธี ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์และตัวสถิติทดสอบของมูด การเปรียบเทียบประสิทธิภาพจะกระทำภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ทั้งกรณีการแจกแจง จำนวนประชากร ขนาดตัวอย่าง ความแปรปรวน และระดับนัยสำคัญที่แตก ต่างกัน ผู้วิจัยคาดว่าผลการศึกษาที่ได้จะทำให้ทราบความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวนทั้งหมด 6 วิธี ได้ทราบว่าวิธี

ใดมีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนด และมีกำลังการทดสอบสูงที่สุด ภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อเป็นแนวทางให้กับนิสิต คณาจารย์ และบุคคลทั่วไป สำหรับใช้ประโยชน์ในการตัดสินใจเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสมกับการทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน ซึ่งจะส่งผลดีต่อการวิจัย การผลิต การพัฒนาครู อาจารย์ และบุคลากรทางการศึกษาให้มีคุณภาพสูง สอดคล้อง และรองรับกับแนวทางการพัฒนาประเทศ ต่อไป

2. วิธีการวิจัย

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย แสดงดังนี้

2.1 จำลองข้อมูลของประชากร 3 และ 4 กลุ่มด้วยโปรแกรม SAS รุ่น 9.0 กำหนดการแจกแจงความน่าจะเป็นของประชากรที่ศึกษา 5 การแจกแจง ได้แก่ การแจกแจงปกติ โดยใช้คำสั่ง rand('normal', 0, 1) การแจกแจงเบ้ซ้ายที่มีความโด่งสูงกว่าปกติ (ความเบ้ = -2, ความโด่ง = 12) การแจกแจงเบ้ซ้ายที่มีความโด่งต่ำกว่าปกติ (ความเบ้ = -0.4, ความโด่ง = 2.2) การแจกแจงเบ้ขวาที่มีความโด่งสูงกว่าปกติ (ความเบ้ = 2, ความโด่ง = 12) และการแจกแจงเบ้ขวาที่มีความโด่งต่ำกว่าปกติ (ความเบ้ = 0.4, ความโด่ง = 2.2) สำหรับการจำลองข้อมูลที่มีลักษณะไม่สมมาตร (เบ้ซ้าย เบ้ขวา ความโด่งสูงกว่าปกติ และความโด่งต่ำกว่าปกติ) จะเริ่มต้นจากการจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงเอกรูปในช่วง (0, 1) โดยใช้คำสั่ง rand('uniform') แล้วแปลงข้อมูลตามวิธีการของ Ramberg และคณะ [8] ซึ่งสร้างตัวแปรสุ่ม X ที่ขึ้นอยู่กับความเบ้ (skewness) และความโด่ง (kurtosis) ดังนี้

$$X = \lambda_1 + \frac{U^{\lambda_3} - (1-U)^{\lambda_4}}{\lambda_2} \quad (1)$$

เมื่อ U แทนตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปในช่วง (0, 1), λ_1 แทนพารามิเตอร์ตำแหน่ง (location

parameter), λ_2 แทนพารามิเตอร์มาตราส่วน (scale parameter), λ_3 , λ_4 แทนพารามิเตอร์รูปร่าง (shape parameter)

ค่าของพารามิเตอร์ λ_1 , λ_2 , λ_3 และ λ_4 ได้จากตารางที่ 1 หน้า 205 หรือตารางที่ 4 หน้า 210-214 ในบทความของ Ramberg และคณะ [8] โดยค่าของพารามิเตอร์ทั้ง 4 ตัวจะให้ข้อมูลที่มีการแจกแจงเบ้ขวา สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงเบ้ซ้ายให้สลับค่าของ

λ_3 และ λ_4 และปรับเครื่องหมายของ λ_1 เป็นตรงข้าม ดังนั้นถ้าต้องการข้อมูลที่มีการแจกแจงตามที่กำหนด ต้องมีค่าของพารามิเตอร์ λ_1 , λ_2 , λ_3 และ λ_4 ดังนี้

2.1.1 การแจกแจงเบ้ซ้ายที่มีความโด่งสูง
กว่าปกติ (ความเบ้ = -2, ความโด่ง = 12) $\lambda_1 = 0.579$, $\lambda_2 = -0.1423$, $\lambda_3 = -0.0995$ และ $\lambda_4 = -0.0273$

ตารางที่ 1 ขนาดตัวอย่างสำหรับประชากร 3 และ 4 กลุ่ม

ประชากร	ลักษณะขนาดตัวอย่าง	ขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่ม		
		ขนาดเล็ก	ขนาดกลาง	ขนาดใหญ่
3 กลุ่ม	เท่ากัน	(10, 10, 10)	(30, 30, 30)	(100, 100, 100)
	ไม่เท่ากัน	(4, 7, 10)	(20, 25, 30)	(80, 90, 100)
4 กลุ่ม	เท่ากัน	(10, 10, 10, 10)	(30, 30, 30, 30)	(100, 100, 100, 100)
	ไม่เท่ากัน	(4, 7, 10, 13)	(20, 25, 30, 35)	(80, 90, 100, 110)

ตารางที่ 2 ความแตกต่างของความแปรปรวนประชากร

ประชากร	ความแปรปรวน	ความแตกต่างของความแปรปรวน	ϕ
3 กลุ่ม	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 1.0$, $\sigma_3^2 = 1.0$	ไม่แตกต่าง	0
	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 1.2$, $\sigma_3^2 = 1.4$	น้อย ($0 < \phi < 1.5$)	0.1633
	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 2.0$, $\sigma_3^2 = 3.0$		0.8165
	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 3.0$, $\sigma_3^2 = 5.0$	ปานกลาง ($1.5 \leq \phi < 3$)	1.6330
	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 4.0$, $\sigma_3^2 = 7.0$		2.4495
	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 5.0$, $\sigma_3^2 = 9.0$	มาก ($\phi \geq 3$)	3.2660
	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 6.0$, $\sigma_3^2 = 11.0$		4.0825
4 กลุ่ม	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 1.0$, $\sigma_3^2 = 1.0$, $\sigma_4^2 = 1.0$	ไม่แตกต่าง	0
	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 1.2$, $\sigma_3^2 = 1.4$, $\sigma_4^2 = 1.6$	น้อย ($0 < \phi < 1.5$)	0.2236
	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 2.0$, $\sigma_3^2 = 3.0$, $\sigma_4^2 = 4.0$		1.1180
	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 3.0$, $\sigma_3^2 = 5.0$, $\sigma_4^2 = 7.0$	ปานกลาง ($1.5 \leq \phi < 3$)	2.2361
	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 4.0$, $\sigma_3^2 = 6.0$, $\sigma_4^2 = 8.0$		2.5860
	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 4.0$, $\sigma_3^2 = 7.0$, $\sigma_4^2 = 10.0$	มาก ($\phi \geq 3$)	3.3541
	$\sigma_1^2 = 1.0$, $\sigma_2^2 = 5.0$, $\sigma_3^2 = 9.0$, $\sigma_4^2 = 13.0$		4.4721

2.1.2 การแจกแจงเบ้ซ้ายที่มีความโด่งต่ำ
กว่าปกติ (ความเบ้ = -0.4, ความโด่ง = 2.2) $\lambda_1 = 1.354$, $\lambda_2 = 0.2582$, $\lambda_3 = 0.5683$ และ $\lambda_4 = 0.0129$

2.1.3 การแจกแจงเบ้ขวาที่มีความโด่งสูง
กว่าปกติ (ความเบ้ = 2, ความโด่ง = 12) $\lambda_1 = -0.579$, $\lambda_2 = -0.1423$, $\lambda_3 = -0.0273$ และ $\lambda_4 = -0.0995$

2.1.4 การแจกแจงเบ้ขวาที่มีความโด่งต่ำ
กว่าปกติ (ความเบ้ = 0.4, ความโด่ง = 2.2) $\lambda_1 = -1.354$, $\lambda_2 = 0.2582$, $\lambda_3 = 0.0129$ และ $\lambda_4 = 0.5683$

กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน
ทั้งตัวอย่างขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ ดัง
ตารางที่ 1

กำหนดค่าเฉลี่ยประชากรทุกกลุ่มเท่ากัน
คือ เท่ากับ 10 และกำหนดความแตกต่างของความ
แปรปรวนประชากร โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ไม่ศูนย์กลาง
(ϕ) ซึ่งเสนอโดย Games และคนะ [9] ดังตารางที่ 2
แล้วแปลงข้อมูลแต่ละประชากรให้มีความแปรปรวน
ตามที่กำหนด โดยใช้สูตร

$$Y = \mu + \sigma X \quad (2)$$

เมื่อ X แทนแปรสุ่มที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความ
แปรปรวนเท่ากับ 1, Y แทนแปรสุ่มที่มีค่าเฉลี่ย
เท่ากับ μ (การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้กำหนด $\mu = 10$) และ
ความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

2.2 คำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบ (test
statistic) และค่า p (p-value) ของการทดสอบภาวะ
ความเท่ากันของความแปรปรวนทั้งหมด 6 วิธี ได้แก่
ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์ ตัวสถิติทดสอบของ
เลวิน ตัวสถิติทดสอบของบราวน์-ฟอร์ลิสต์ [10] ตัวสถิติ
ทดสอบของโอเบิร์น [11] ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์
และตัวสถิติทดสอบของมูด์ [12] เพื่อเปรียบเทียบกับ

ระดับนัยสำคัญที่กำหนด (0.01 และ 0.05) โดยถ้าค่าที่
น้อยกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญ จะตัดสินใจปฏิเสธ
สมมุติฐานว่าง (ปฏิเสธ H_0) และถ้าค่าที่มากกว่าระดับ
นัยสำคัญ จะตัดสินใจไม่ปฏิเสธสมมุติฐานว่าง

2.3 คำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาด
แบบที่ 1 และกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ
ภาวะความเท่ากันของความแปรปรวนทั้งหมด 6 วิธี
โดยการนับจำนวนครั้งที่ตัดสินใจปฏิเสธสมมุติฐานว่าง
นำมาหารด้วยจำนวนรอบของการทำซ้ำ ซึ่งคือ 1,000
รอบ ดังนี้

2.3.1 กรณีความแปรปรวนของประชากร
ไม่แตกต่างกัน ($\phi = 0$) จะได้ว่าความน่าจะเป็นของความ
ผิดพลาดแบบที่ 1 นั้นคือ

$$\alpha = (\text{จำนวนครั้งที่ตัดสินใจปฏิเสธ } H_0 \text{ เมื่อ } \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2) \div 1,000 \quad (3)$$

นำค่า α ที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับ
กับเกณฑ์การทดสอบทวินาม [13] ดังนี้

- กรณีระดับนัยสำคัญเท่ากับ $\alpha_0 = 0.01$ จะกล่าวว่าตัวสถิติทดสอบสามารถควบคุมความ
น่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ก็ต่อเมื่อ
ค่า α ที่คำนวณได้จากสมการที่ (3) อยู่ในช่วง

$$\alpha_0 - Z_{0.01/2} \sqrt{\frac{\alpha_0(1-\alpha_0)}{n}} < \alpha < \alpha_0 + Z_{0.01/2} \sqrt{\frac{\alpha_0(1-\alpha_0)}{n}} \quad (4)$$

แทนค่า α_0 ที่กำหนด คือ 0.01, $Z_{0.01/2} = Z_{0.005} = 2.576$, n แทนจำนวนรอบของการทำซ้ำ = 1,000 จะ
ได้ $0.0019 < \alpha < 0.0181$

- กรณีระดับนัยสำคัญเท่ากับ $\alpha_0 = 0.05$ จะกล่าวว่าตัวสถิติทดสอบสามารถควบคุมความ
น่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ก็ต่อเมื่อค่า
 α ที่คำนวณได้จากสมการที่ (3) อยู่ในช่วงที่ (4) เมื่อ
แทนค่า α_0 ที่กำหนด คือ 0.05, $Z_{0.05/2} = Z_{0.025} = 1.96$, n แทนจำนวนรอบของการทำซ้ำ = 1,000 จะได้
 $0.0365 < \alpha < 0.0635$

2.3.2 กรณีความแปรปรวนของประชากร

การแตกต่างกัน ($\phi > 0$) จะได้กำลังการทดสอบ นั่นคือ

$$1 - \beta = (\text{จำนวนครั้งที่ตัดสินใจปฏิเสธ } H_0$$

เมื่อ $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ อย่างน้อยหนึ่งค่าของ $i \neq j$) $\div 1,000$ (5)

2.4 สรุปผลและเสนอแนะว่าตัวสถิติทดสอบ

สำหรับการทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวนทั้งหมด 6 วิธี วิธีใดมีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนด และมีกำลังการทดสอบสูงที่สุดภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ทั้งกรณีการแจกแจง จำนวน

ประชากร ขนาดตัวอย่าง ความแปรปรวน และระดับนัยสำคัญที่แตกต่างกัน

3. ผลการวิจัย

การศึกษาครั้งนี้จะแบ่งผลการวิจัยออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

3.1 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของแต่ละตัวสถิติทดสอบ สรุปได้ดังตารางที่ 3-8

ตารางที่ 3 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์

ประชากร	n	ระดับนัยสำคัญ 0.01					ระดับนัยสำคัญ 0.05				
		ปกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ	ปกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ
3 กลุ่ม	(10, 10, 10)	0.013	0.141*	0.002	0.154*	0.006	0.053	0.276*	0.024*	0.286*	0.031*
	(30, 30, 30)	0.010	0.239*	0.002	0.267*	0.000*	0.039	0.404*	0.009*	0.413*	0.012*
	(100, 100, 100)	0.004	0.313*	0.000*	0.353*	0.000*	0.042	0.465*	0.007*	0.502*	0.015*
	(4, 7, 10)	0.010	0.076*	0.007	0.091*	0.007	0.061	0.202*	0.033*	0.224*	0.026*
	(20, 25, 30)	0.013	0.233*	0.002	0.226*	0.003	0.045	0.380*	0.012*	0.373*	0.012*
	(80, 90, 100)	0.016	0.328*	0.000*	0.314*	0.000*	0.060	0.497*	0.007*	0.479*	0.006*
4 กลุ่ม	(10, 10, 10, 10)	0.016	0.191*	0.002	0.177*	0.001*	0.061	0.346*	0.011*	0.346*	0.015*
	(30, 30, 30, 30)	0.009	0.348*	0.000*	0.327*	0.002	0.052	0.496*	0.003*	0.481*	0.012*
	(100, 100, 100, 100)	0.006	0.394*	0.001*	0.414*	0.000*	0.049	0.562*	0.009*	0.567*	0.002*
	(4, 7, 10, 13)	0.010	0.143*	0.004	0.143*	0.006	0.048	0.298*	0.023*	0.279*	0.025*
	(20, 25, 30, 35)	0.013	0.315*	0.001*	0.326*	0.000*	0.055	0.482*	0.004*	0.490*	0.009*
	(80, 90, 100, 110)	0.016	0.400*	0.000*	0.424*	0.001*	0.060	0.564*	0.006*	0.602*	0.004*

*ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนด

ตารางที่ 3 พบว่าเมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดทุกกรณี ทั้งกรณีจำนวนประชากร 3 และ 4 กลุ่ม ขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน และ

ทุกระดับนัยสำคัญที่ศึกษา เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายหรือเบ้ขวาที่มีความโด่งสูงกว่าปกติ ตัวสถิติทดสอบนี้ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดทุกกรณี ทั้งกรณีจำนวนประชากร 3 และ 4 กลุ่ม ขนาดตัวอย่าง

เท่ากันและไม่เท่ากัน และทุกระดับนัยสำคัญที่ศึกษา แต่เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายหรือเบ้ขวาที่มีความโด่งต่ำกว่าปกติ ตัวสถิติทดสอบนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้

ตามเกณฑ์ที่กำหนดเพียงบางกรณี เฉพาะที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เช่น กรณีจำนวนประชากร 3 กลุ่ม และขนาดตัวอย่างเท่ากันเป็น (10, 10, 10)

ตารางที่ 4 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบของเลวิน

ประชากร	n	ระดับนัยสำคัญ 0.01					ระดับนัยสำคัญ 0.05				
		ปกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ	ปกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ
3 กลุ่ม	(10, 10, 10)	0.011	0.024*	0.015	0.042*	0.023*	0.063	0.125*	0.092*	0.130*	0.082*
	(30, 30, 30)	0.007	0.033*	0.018	0.044*	0.018	0.055	0.133*	0.064*	0.140*	0.055
	(100, 100, 100)	0.007	0.033*	0.012	0.039*	0.021*	0.042	0.115*	0.075*	0.125*	0.076*
	(4, 7, 10)	0.017	0.042*	0.022*	0.053*	0.019*	0.073*	0.141*	0.095*	0.153*	0.089*
	(20, 25, 30)	0.013	0.042*	0.018	0.037*	0.015	0.052	0.130*	0.074*	0.133*	0.077*
	(80, 90, 100)	0.008	0.039*	0.015	0.033*	0.016	0.053	0.133*	0.071*	0.116*	0.077*
4 กลุ่ม	(10, 10, 10, 10)	0.019*	0.063*	0.018	0.055*	0.020*	0.075*	0.152*	0.080*	0.156*	0.091*
	(30, 30, 30, 30)	0.010	0.043*	0.017	0.041*	0.020*	0.061	0.137*	0.067*	0.147*	0.091*
	(100, 100, 100, 100)	0.009	0.048*	0.016	0.057*	0.010	0.052	0.135*	0.073*	0.153*	0.059
	(4, 7, 10, 13)	0.020*	0.065*	0.029*	0.055*	0.031*	0.058	0.171*	0.108*	0.152*	0.104*
	(20, 25, 30, 35)	0.015	0.048*	0.008	0.046*	0.018	0.056	0.148*	0.076*	0.141*	0.068*
	(80, 90, 100, 110)	0.014	0.040*	0.020*	0.045*	0.013	0.065*	0.135*	0.076*	0.146*	0.067*

*ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนด

ตารางที่ 4 พบว่า เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบของเลวินสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเกือบทุกกรณี ยกเว้นกรณีระดับนัยสำคัญ 0.01 จำนวนประชากร 4 กลุ่ม ขนาดตัวอย่างเป็น (10, 10, 10, 10) และ (4, 7, 10, 13) และกรณีระดับนัยสำคัญ 0.05 จำนวนประชากร 3 กลุ่ม ขนาดตัวอย่างเป็น (4, 7, 10) จำนวนประชากร 4 กลุ่ม ขนาดตัวอย่างเป็น (10, 10, 10, 10) และ (80, 90, 100, 110) เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายหรือเบ้ขวาที่มีความโด่งสูงกว่าปกติ ตัวสถิติทดสอบนี้ไม่สามารถ

ควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดทุกกรณี ทั้งกรณีจำนวนประชากร 3 และ 4 กลุ่ม ขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน และทุกระดับนัยสำคัญที่ศึกษา แต่เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายหรือเบ้ขวาที่มีความโด่งต่ำกว่าปกติ ตัวสถิติทดสอบนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเพียงบางกรณี เช่น กรณีจำนวนประชากร 3 กลุ่ม ขนาดตัวอย่างเท่ากันเป็น (30, 30, 30) และระดับนัยสำคัญ 0.01

ตารางที่ 5 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบของบราวน์-ฟอร์ลิต

ประชากร	n	ระดับนัยสำคัญ 0.01					ระดับนัยสำคัญ 0.05				
		ปรกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ	ปรกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ
3 กลุ่ม	(10, 10, 10)	0.005	0.001*	0.006	0.013	0.014	0.036*	0.034*	0.040	0.040	0.039
	(30, 30, 30)	0.005	0.008	0.009	0.013	0.013	0.038	0.048	0.039	0.045	0.040
	(100, 100, 100)	0.005	0.013	0.010	0.011	0.013	0.036*	0.047	0.051	0.055	0.061
	(4, 7, 10)	0.006	0.015	0.008	0.017	0.003	0.036*	0.053	0.035*	0.041	0.029*
	(20, 25, 30)	0.008	0.008	0.007	0.005	0.009	0.040	0.041	0.036*	0.049	0.039
	(80, 90, 100)	0.007	0.011	0.009	0.009	0.006	0.044	0.054	0.049	0.045	0.056
4 กลุ่ม	(10, 10, 10, 10)	0.007	0.012	0.007	0.012	0.003	0.033*	0.034*	0.033*	0.027*	0.030*
	(30, 30, 30, 30)	0.007	0.004	0.008	0.008	0.005	0.050	0.042	0.031*	0.039	0.046
	(100, 100, 100, 100)	0.008	0.002	0.009	0.013	0.003	0.050	0.046	0.051	0.049	0.038
	(4, 7, 10, 13)	0.006	0.009	0.005	0.007	0.002	0.022*	0.041	0.030*	0.035*	0.024*
	(20, 25, 30, 35)	0.009	0.011	0.002	0.008	0.004	0.040	0.041	0.032*	0.040	0.026*
	(80, 90, 100, 110)	0.014	0.003	0.010	0.009	0.006	0.061	0.041	0.051	0.047	0.039

*ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนด

ตารางที่ 6 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบของโอปรีน

ประชากร	n	ระดับนัยสำคัญ 0.01					ระดับนัยสำคัญ 0.05				
		ปรกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ	ปรกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ
3 กลุ่ม	(10, 10, 10)	0.005	0.006	0.007	0.008	0.012	0.035*	0.037	0.054	0.043	0.051
	(30, 30, 30)	0.005	0.009	0.008	0.006	0.010	0.040	0.038	0.054	0.050	0.047
	(100, 100, 100)	0.007	0.006	0.006	0.004	0.014	0.038	0.036*	0.053	0.051	0.056
	(4, 7, 10)	0.009	0.015	0.008	0.015	0.011	0.035*	0.057	0.044	0.059	0.037
	(20, 25, 30)	0.009	0.010	0.007	0.011	0.009	0.037	0.049	0.053	0.050	0.047
	(80, 90, 100)	0.011	0.006	0.010	0.005	0.007	0.054	0.035*	0.059	0.034*	0.058
4 กลุ่ม	(10, 10, 10, 10)	0.007	0.018	0.010	0.008	0.009	0.041	0.055	0.039	0.050	0.046
	(30, 30, 30, 30)	0.010	0.011	0.007	0.010	0.009	0.052	0.040	0.046	0.034*	0.050
	(100, 100, 100, 100)	0.008	0.002	0.014	0.010	0.005	0.041	0.027*	0.057	0.045	0.044
	(4, 7, 10, 13)	0.009	0.014	0.016	0.015	0.013	0.036*	0.083*	0.050	0.072*	0.048
	(20, 25, 30, 35)	0.009	0.011	0.006	0.011	0.012	0.049	0.044	0.051	0.045	0.048
	(80, 90, 100, 110)	0.017	0.005	0.007	0.007	0.006	0.063	0.035*	0.056	0.042	0.040

*ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนด

ตารางที่ 5 พบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ทุกการแจกแจง ตัวสถิติทดสอบของบราวน์-ฟอร์สตีสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเกือบทุกกรณี ยกเว้นกรณีจำนวนประชากร 3 กลุ่ม ขนาดตัวอย่างเป็น (10, 10, 10) การแจกแจงเบ้ซ้ายที่มีความโด่งสูงกว่าปกติ แต่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวสถิติทดสอบนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเพียงบางกรณี

ตารางที่ 6 พบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ทุกการแจกแจง ตัวสถิติทดสอบของโอเบิร์นสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดทุกกรณี ทั้งกรณีจำนวนประชากร 3 และ 4 กลุ่ม ขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน แต่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวสถิติทดสอบนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเพียงบางกรณี

ตารางที่ 7 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์

ประชากร	n	ระดับนัยสำคัญ 0.01					ระดับนัยสำคัญ 0.05				
		ปกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ	ปกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ
3 กลุ่ม	(10, 10, 10)	0.004	0.002	0.007	0.005	0.006	0.050	0.049	0.045	0.049	0.034*
	(30, 30, 30)	0.005	0.006	0.003	0.010	0.007	0.045	0.050	0.048	0.048	0.047
	(100, 100, 100)	0.005	0.014	0.005	0.011	0.012	0.035*	0.043	0.055	0.056	0.049
	(4, 7, 10)	0.004	0.010	0.002	0.006	0.003	0.038	0.033*	0.025*	0.048	0.029*
	(20, 25, 30)	0.008	0.008	0.006	0.011	0.007	0.041	0.044	0.043	0.057	0.040
	(80, 90, 100)	0.010	0.010	0.007	0.012	0.005	0.053	0.061	0.053	0.045	0.048
4 กลุ่ม	(10, 10, 10, 10)	0.006	0.007	0.004	0.007	0.005	0.041	0.038	0.043	0.045	0.045
	(30, 30, 30, 30)	0.010	0.008	0.005	0.009	0.006	0.049	0.029*	0.038	0.050	0.045
	(100, 100, 100, 100)	0.007	0.007	0.010	0.010	0.002	0.048	0.038	0.051	0.049	0.032*
	(4, 7, 10, 13)	0.007	0.006	0.010	0.005	0.008	0.036*	0.043	0.037	0.033*	0.043
	(20, 25, 30, 35)	0.011	0.007	0.006	0.008	0.006	0.048	0.042	0.041	0.046	0.048
	(80, 90, 100, 110)	0.014	0.007	0.006	0.009	0.006	0.063	0.038	0.050	0.040	0.039

*ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนด

ตารางที่ 7 พบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ทุกการแจกแจง ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดทุกกรณี ทั้งกรณีจำนวนประชากร

3 และ 4 กลุ่ม ขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน แต่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวสถิติทดสอบนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเพียงบางกรณี

ตารางที่ 8 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบของมูต

ประชากร	n	ระดับนัยสำคัญ 0.01					ระดับนัยสำคัญ 0.05				
		ปรกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ	ปรกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ
3 กลุ่ม	(10, 10, 10)	0.004	0.003	0.009	0.006	0.011	0.052	0.043	0.053	0.062	0.039
	(30, 30, 30)	0.007	0.006	0.006	0.008	0.015	0.046	0.045	0.045	0.047	0.044
	(100, 100, 100)	0.003	0.008	0.007	0.013	0.015	0.038	0.048	0.048	0.060	0.058
	(4, 7, 10)	0.009	0.008	0.003	0.009	0.003	0.044	0.039	0.037	0.049	0.036*
	(20, 25, 30)	0.010	0.010	0.005	0.016	0.011	0.048	0.054	0.037	0.059	0.048
	(80, 90, 100)	0.009	0.014	0.010	0.008	0.006	0.049	0.056	0.048	0.051	0.056
4 กลุ่ม	(10, 10, 10, 10)	0.008	0.004	0.006	0.011	0.006	0.050	0.040	0.043	0.048	0.049
	(30, 30, 30, 30)	0.007	0.008	0.012	0.010	0.005	0.052	0.036*	0.045	0.052	0.050
	(100, 100, 100, 100)	0.009	0.003	0.012	0.008	0.003	0.054	0.050	0.052	0.045	0.038
	(4, 7, 10, 13)	0.004	0.008	0.007	0.005	0.004	0.031*	0.053	0.034*	0.033*	0.044
	(20, 25, 30, 35)	0.016	0.008	0.009	0.009	0.008	0.056	0.051	0.043	0.046	0.050
	(80, 90, 100, 110)	0.012	0.005	0.010	0.009	0.008	0.066*	0.047	0.044	0.040	0.042

*ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนด

ตารางที่ 9 ตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสมกับการทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน

ขนาดตัวอย่าง	การแจกแจง				
	ปรกติ	เบ้ซ้ายโด่งสูง	เบ้ซ้ายโด่งต่ำ	เบ้ขวาโด่งสูง	เบ้ขวาโด่งต่ำ
เล็กและเท่ากัน	B	M	L, M	M	M
กลางและเท่ากัน	B	M	K	M	K
ใหญ่และเท่ากัน	B ¹	K, M ¹	K ¹	K, M ¹	K ¹
	* 2	* 2	* 2	* 2	* 2
เล็กและไม่เท่ากัน	B	M	B, M	BF, M	B, OB
กลางและไม่เท่ากัน	B	M	K, M	M	K, M
ใหญ่และไม่เท่ากัน	B ¹	K, M ¹	K ¹	K, M ¹	K ¹
	* 2	* 2	* 2	* 2	* 2

B = ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์, L = ตัวสถิติทดสอบของเลวิน, BF = ตัวสถิติทดสอบของบราวน์-ฟอร์ลิตี, OB = ตัวสถิติทดสอบของโอเบิร์น, K = ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์, M = ตัวสถิติทดสอบของมูต, *ตั้งแต่ 3 ตัวสถิติทดสอบขึ้นไปไม่เหมาะสม, 1 = เมื่อพิจารณาที่ความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันน้อย, 2 = เมื่อพิจารณาที่ความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันปานกลางจนถึงมาก

ตารางที่ 8 พบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ทุกการแจกแจง ตัวสถิติทดสอบของมู้ดสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดทุกกรณี ทั้งกรณีจำนวนประชากร 3 และ 4 กลุ่ม ขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน แต่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวสถิติทดสอบนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเพียงบางกรณี

3.2 ตัวสถิติทดสอบที่มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดในกลุ่มที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนด จึงมีความเหมาะสมกับการทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน สรุปได้ดังตารางที่ 9

ผลการศึกษาเกี่ยวกับกำลังการทดสอบ พบว่ากำลังการทดสอบจะแปรผันตรงกับจำนวนประชากร ขนาดตัวอย่าง ความแตกต่างของความแปรปรวนประชากร และระดับนัยสำคัญ และจากตารางที่ 9 พบว่าตัวสถิติทดสอบที่มีความเหมาะสมกับการทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน จำแนกตามแต่ละการแจกแจง สรุปได้ดังนี้

เมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ ทุกขนาดตัวอย่าง ทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์มีความเหมาะสมมากที่สุด และถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากันที่มีความแปรปรวนของประชากรแตกต่างกันปานกลางจนถึงมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบโดยส่วนใหญ่มีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน

เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายที่มีความโด่งสูงกว่าปกติ ตัวอย่างขนาดเล็กจนถึงขนาดกลาง ทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของมู้ดมีความเหมาะสมมากที่สุด ถ้าตัวอย่างขนาดใหญ่ ทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน และ

ไม่เท่ากัน และความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันน้อย ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์และตัวสถิติทดสอบของมู้ดมีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน และถ้าความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันปานกลางจนถึงมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบโดยส่วนใหญ่มีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน

เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายที่มีความโด่งต่ำกว่าปกติ ตัวอย่างขนาดเล็กและเท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของเลวินและตัวสถิติทดสอบของมู้ดมีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน ถ้าตัวอย่างขนาดกลางและเท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์มีความเหมาะสมมากที่สุด ถ้าตัวอย่างขนาดเล็กและไม่เท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์และตัวสถิติทดสอบของมู้ดมีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน ถ้าตัวอย่างขนาดกลางและ ไม่เท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์และตัวสถิติทดสอบของมู้ดมีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน ถ้าตัวอย่างขนาดใหญ่ ทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน และความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันน้อย ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์มีความเหมาะสมมากที่สุด และถ้าความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันปานกลางจนถึงมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบโดยส่วนใหญ่มีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน

เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ขวาที่มีความโด่งสูงกว่าปกติ ตัวอย่างขนาดเล็กและเท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของมู้ดมีความเหมาะสมมากที่สุด ถ้าตัวอย่างขนาดเล็กและไม่เท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของบราวน์-ฟอร์สตีและตัวสถิติทดสอบของมู้ดมีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน ถ้าตัวอย่างขนาดกลาง ทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของมู้ดมีความเหมาะสมมากที่สุด ถ้าตัวอย่างขนาดใหญ่ ทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน และความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันน้อย ตัว

สถิติทดสอบของคล็อทซ์และตัวสถิติทดสอบของมู้ดมีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน และถ้าความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันปานกลางจนถึงมากพบว่าตัวสถิติทดสอบโดยส่วนใหญ่มีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน

เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ขวาที่มีความโด่งต่ำกว่าปกติ ตัวอย่างขนาดเล็กและเท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของมู้ดมีความเหมาะสมมากที่สุด ถ้าตัวอย่างขนาดกลางและเท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์มีความเหมาะสมมากที่สุด ถ้าตัวอย่างขนาดเล็กและไม่เท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์และตัวสถิติทดสอบของโอปรีนมีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน ถ้าตัวอย่างขนาดกลางและไม่เท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์และตัวสถิติทดสอบของมู้ดมีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน ถ้าตัวอย่างขนาดใหญ่ ทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน และความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันน้อย ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์มีความเหมาะสมมากที่สุด และถ้าความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันปานกลางจนถึงมาก พบว่าตัวสถิติทดสอบโดยส่วนใหญ่มีความเหมาะสมไม่แตกต่างกัน

4. สรุปและวิจารณ์ผล

ผลการศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนด และกำลังการทดสอบของแต่ละตัวสถิติทดสอบ สามารถวิจารณ์ผลได้ดังนี้

ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเมื่อประชากรมีการแจกแจงปกติ และมีกำลังการทดสอบสูงที่สุดในทุกสถานการณ์ที่ศึกษา แต่เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายหรือเบ้ขวาที่มีความโด่งสูงกว่าปกติ ตัวสถิติทดสอบนี้ไม่สามารถ

ควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดทุกกรณี และเมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายหรือเบ้ขวาที่มีความโด่งต่ำกว่าปกติ ตัวสถิติทดสอบนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเพียงบางกรณี สอดคล้องกับที่ Gene และ Hopkins [3] สรุปไว้ว่าตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์เป็นตัวสถิติทดสอบที่มีความยุ่งยากในการคำนวณและมีความไวต่อข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงปกติ โดยถ้าข้อมูลมีความโด่งสูงกว่าปกติ ตัวสถิติทดสอบนี้จะมีโอกาสปฏิเสธสมมติฐานว่างมากกว่าที่ควรจะเป็น จึงส่งผลให้ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 สูงเกินขอบเขตที่กำหนด และเมื่อข้อมูลมีความโด่งต่ำกว่าปกติ ตัวสถิติทดสอบนี้จะมีโอกาสปฏิเสธสมมติฐานว่างน้อยกว่าที่ควรจะเป็น จึงส่งผลให้ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ต่ำกว่าขอบเขตที่กำหนด สอดคล้องกับที่ เยาวภา [14] สรุปไว้ว่ากรณีประชากรมีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีกว่าตัวสถิติทดสอบตัวอื่น ๆ และมีกำลังการทดสอบสูงที่สุด สอดคล้องกับที่ พรพรรณพร [15] สรุปไว้ว่ากรณีประชากรมีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์มีความแกร่งและมีกำลังการทดสอบสูงที่สุด สอดคล้องกับที่ ศรีวนา [16] สรุปไว้ว่ากรณีประชากรมีการแจกแจงปกติ ทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด และมีกำลังการทดสอบสูงที่สุด และสอดคล้องกับที่ ดวงพร [7] สรุปไว้ว่ากรณีประชากรมีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์เป็นตัวสถิติทดสอบที่ดี เพราะไม่ว่าตัวอย่างขนาดเล็กหรือตัวอย่างขนาดใหญ่ก็มีกำลังการทดสอบสูง ดังนั้นจากผลการศึกษาครั้งนี้จึงสรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง

ปรกติ ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์จะมีความเหมาะสมมาก และถ้าข้อมูลมีความโด่งต่ำกว่าปรกติ ตัวสถิติทดสอบนี้อาจมีความเหมาะสมในบางกรณี แต่ถ้าข้อมูลมีความโด่งสูงกว่าปรกติ ตัวสถิติทดสอบนี้จะไม่มีความเหมาะสมเลย

ตัวสถิติทดสอบของเลวินสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเกือบทุกกรณีเมื่อประชากรมีการแจกแจงปรกติ แต่เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายหรือเบ้ขวาที่มีความโด่งสูงกว่าปรกติ ตัวสถิติทดสอบนี้ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดทุกกรณี และเมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายหรือเบ้ขวาที่มีความโด่งต่ำกว่าปรกติ ตัวสถิติทดสอบนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเพียงบางกรณี อีกทั้งกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบนี้ก็ยิ่งต่ำกว่าตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์เป็นส่วนใหญ่ [17] สอดคล้องกับที่ ดวงพร [7] สรุปไว้ว่าตัวสถิติทดสอบของเลวินไม่ใช่ตัวสถิติทดสอบที่ดีที่สุด แต่ยังมีตัวสถิติทดสอบอื่น ๆ ที่ให้ผลการทดสอบดีกว่า ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับ การแจกแจงของข้อมูล

ตัวสถิติทดสอบของบราวน์-ฟอร์สตีสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เกือบทุกสถานการณ์ที่ศึกษา แต่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวสถิติทดสอบนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเพียงบางกรณี อีกทั้งเมื่อประชากรมีการแจกแจงปรกติ พบว่าโดยส่วนใหญ่กำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบนี้จะต่ำกว่าตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์และตัวสถิติทดสอบของเลวิน [17] แต่เมื่อประชากรมีการแจกแจงเบ้ซ้ายหรือเบ้ขวาที่มีความโด่งสูงหรือต่ำกว่าปรกติ ตัวสถิติทดสอบนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็น

ของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดมากกว่าตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์และตัวสถิติทดสอบของเลวิน จึงนับเป็นข้อดีของตัวสถิติทดสอบนี้ ซึ่งอาจเนื่องมาจากสูตรการคำนวณนั้นใช้ค่ามัธยฐานแทนค่าเฉลี่ยของตัวอย่างในสูตรการคำนวณของตัวสถิติทดสอบของเลวิน สอดคล้องกับที่ Conover และคณะ [4] สรุปไว้ว่าตัวสถิติทดสอบของบราวน์-ฟอร์สตี ยังคงมีความแกร่งเมื่อประชากรไม่มีการแจกแจงปรกติ

ตัวสถิติทดสอบของโอบรินสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ในทุกสถานการณ์ที่ศึกษา แต่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวสถิติทดสอบนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเพียงบางกรณี อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ว่าตัวสถิติทดสอบนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดมากกว่าตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์ ตัวสถิติทดสอบของเลวิน และตัวสถิติทดสอบของบราวน์-ฟอร์สตี แต่กำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบของนี้ก็ไม่ได้สูงมากนัก [17] ดังนั้นตัวสถิติทดสอบนี้จึงไม่ใช่ตัวสถิติทดสอบที่ดีที่สุด

ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์และตัวสถิติทดสอบของมูตสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ในทุกสถานการณ์ที่ศึกษา แต่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 ตัวนี้จะสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดเพียงบางกรณี อย่างไรก็ตาม เมื่อประชากรไม่มีการแจกแจงปรกติ ตัวสถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ทั้ง 2 ตัวนี้ เป็นตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสมกว่าตัวสถิติทดสอบอิงพารามิเตอร์ที่ศึกษา เนื่องจากมีกำลังการทดสอบที่สูงกว่า

การวิจารณ์ผลข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า เมื่อ

ประชากรมีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบของบาร์ตเลตต์มีความเหมาะสมกับการทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน ภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ แต่เมื่อประชากรไม่มีการแจกแจงปกติ ตัวสถิติทดสอบของคล็อทซ์และตัวสถิติทดสอบของมูด์จะมีความเหมาะสมมากกว่า ถ้าความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันปานกลางจนถึงมากพบว่า ตัวสถิติทดสอบโดยส่วนใหญ่มีความเหมาะสมที่จะใช้ทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน ภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ และหากต้องการให้กำลังการทดสอบมีค่าสูง ควรเพิ่มขนาดตัวอย่างที่จะศึกษา

อย่างไรก็ตาม การศึกษาครั้งนี้ได้พิจารณาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 โดยใช้เกณฑ์การทดสอบทวินามเพียงเกณฑ์เดียว ดังนั้นในการวิจัยครั้งต่อไป จึงควรศึกษาเกณฑ์อื่น ๆ เพิ่มเติม เช่น เกณฑ์ของแบรดลีย์ (Bradley) ซึ่งผลการศึกษาที่ได้อาจมีความแตกต่างกัน อีกทั้งควรศึกษาประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบอื่น ๆ เพิ่มเติมในการทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน เช่น ตัวสถิติทดสอบของเลวินแบบถ่วงน้ำหนัก ตัวสถิติทดสอบของจีนี ตัวสถิติทดสอบเลয়ারด์ ไคกำลังสอง ตัวสถิติทดสอบของบ็อกซ์ ตัวสถิติทดสอบของแจ๊คไนฟ์ ตัวสถิติทดสอบที่สาม ตัวสถิติทดสอบของเนย์แมน-เพียร์สัน ตัวสถิติทดสอบ F-K: med χ^2 และตัวสถิติทดสอบ F-K: med F เป็นต้น

5. กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากงบประมาณเงินรายได้ กองทุนวิจัยมหาวิทยาลัยทักษิณ ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2560

6. รายการอ้างอิง

- [1] Scheffe, H., 1959, The Analysis of Variance, 6th Ed., Jonh Wiley & Sons., New York.
- [2] อนันต์ชัย เชื้อนธรรม, 2539, หลักการวางแผนการทดลอง, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.
- [3] Gene, V.G. and Hopkins, K.D., 1996, Statistical Methods in Education and Psychology, 3rd Ed., Allyn and Becon, New Jersey.
- [4] Conover, W.J., Johnson, M.E. and Johnson, M.M., 1981, A comparative study of tests for homogeneity of variances, with applications to the outer continental shelf bidding data, Technometrics 23: 351-361.
- [5] วลัยพร ชื่นธีระวงศ์, 2544, การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบที่ใช้ทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากรในกรณีที่มีการแจกแจงของประชากรไม่เป็นปกติ, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, ปทุมธานี, 167 น.
- [6] สำนักงานสถิติแห่งชาติ, การเลือกใช้ตัวทดสอบสถิติ, แหล่งที่มา : <http://service.nso.go.th/nso/nsopublish/known/estat04.pdf>, 21 ธันวาคม 2558.
- [7] ดวงพร หัซซะวณิช, 2557, การเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน, ว.วิทยาศาสตร์ลาดกระบัง 23(1): 17-28.
- [8] Ramberg, J.S., Tadikamalla, P.R., Dudewicz, E.J. and Mykytka, E.F., 1979, A probability distribution and its uses in fitting data, Technometrics 21: 201-214.

- [9] Games, P.A., Winkle, H.J. and Probert, D.A., 1972, Robust tests for homogeneity of variance, *Edu. Psychol. Measure.* 32: 274-285.
- [10] วรางคณา เรียนสุทธิ, 2559, แผนแบบการทดลอง, ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยทักษิณ, สงขลา.
- [11] O'Brien, R.G., 1981, A simple test for variance effects in experimental design, *Psychol. Bull.* 89: 570-574.
- [12] SAS Help, Chapter 47 The NPAR1WAY Procedure, Available Source: <http://www.okstate.edu/sas/v8/saspdf/stat/chap47.pdf>, August 31, 2016.
- [13] จริญญา เสกสรรค์, 2551, ผลกระทบของการฝ่าฝืนข้อกำหนดเบื้องต้นเกี่ยวกับความเป็นเอกภาพของความแปรปรวนต่อความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ในการทดสอบความแตกต่างระหว่างประชากรสองกลุ่ม, *วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ*, 109 น.
- [14] เยาวภา ไชยศรี, 2542, การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวทดสอบสถิติบาร์ตเลต เลอวิน และบราวน์-ฟอร์สตี สำหรับทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากร, *วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ*, 145 น.
- [15] พรพรรณพร จันทร์ดี, 2549, สถิติทดสอบที่มีความแกร่งสำหรับการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากร, *วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ*, 89 น.
- [16] ศรีวันนา ศรีสมบูรณ์, 2553, การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน, *วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ*, 177 น.
- [17] วรางคณา เรียนสุทธิ, 2560, การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบภาวะความเท่ากันของความแปรปรวน, *รายงานวิจัย, มหาวิทยาลัยทักษิณ, พัทลุง*, 146 น.