

โปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสถิติทดสอบแบบไคสแควร์ สำหรับตารางการจร

Program for Supporting the Decision on Chi-square Test for Contingency Table

อุมพร จันทสร*, สุทธิศักดิ์ ป้อมแจ่มศรี, ชัชฌา สิงห์สุวรรณกุล,
นพวรรณ ปรีดาวรรณเลิศ และไพลิน สว่างขจร

สาขาวิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ถนนฉลองกรุง เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร 10520

Umaporn Chantasorn*, Sudtisak Pomjamsri, Tisana Singsuwankul,
Nopawan Preedawanalert and Pailin Sawangkajorn

Department of Applied Statistics, Faculty of Science, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang,
Chalongkrung Road, Ladkrabang, Bangkok 10520

บทคัดย่อ

การศึกษานี้เป็นการสร้างโปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสถิติทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจรในกรณีต่าง ๆ เช่น การมีเซลล์ที่มีความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 เป็นจำนวนมาก หรือตัวแปรตัวหนึ่งสามารถตอบได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือการทดสอบที่สามารถหาความแตกต่างระหว่างคู่ของค่าสัดส่วนด้วยการใช้การแยกส่วนค่าไคสแควร์ โปรแกรมสามารถช่วยเลือกสถิติทดสอบได้ถูกต้องตามหลักทฤษฎีสถิติ เมื่อคำนึงถึงข้อกำหนดเบื้องต้นของการทดสอบแบบไคสแควร์ และคำนวณค่าสถิติทดสอบด้วยโปรแกรมคำนวณจากเว็บไซต์ที่เป็นสื่อการสอนของสถิติทดสอบนั้น ๆ ที่ได้เชื่อมโยงไป การใช้งานจะอยู่ในลักษณะถามตอบระหว่างผู้ใช้กับคอมพิวเตอร์ผ่านทางหน้าจอ ผลที่ได้จะเป็นการทดสอบแบบไคสแควร์ในกรณีต่าง ๆ หรือสถิติทดสอบอื่น ๆ ที่ควรใช้แทนที่ โปรแกรมนี้จะนำเสนอที่เว็บไซต์ชื่อ <http://www.chi-square-test.com> นอกจากนี้โปรแกรมยังได้อธิบายเนื้อหาและตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับการทดสอบแบบไคสแควร์ในกรณีต่าง ๆ และการทดสอบอื่น ๆ ที่ใช้แทนที่ ส่วนความพึงพอใจของผู้ใช้โปรแกรมพบว่าโดยส่วนมากของผู้ใช้มีความพึงพอใจในระดับมาก

คำสำคัญ : ค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5, การทดสอบของฟิชเชอร์, การทดสอบของฟรีแมน-ฮอว์ตัน, การทดสอบไคสแควร์ในกรณีที่ตัวแปร 1 ตัว สามารถตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ, การแยกส่วนค่าไคสแควร์

Abstract

The objective of this study is to develop program to assist those who want to analyze data by Chi-square test for contingency table in various cases. For example there are many cells where expected frequency is less than 5 or one variable has multiple response categories or the test to find different characteristics conclusion in each population by partition chi-square. The program would allow them to select theoretically proper test statistic regarding the assumption. The program can analyze data by link to web based e-learning of that statistical test. The program would be so designed in such a way that user can communicate with computer by means of question and answer through the monitor. The final answer will end up with any kind of Chi-square test or other tests that appropriate to the data. For those who are interesting can find the program at website www.chi-square-test.com. Moreover, the program also explains the contents and examples related to the theory of chi-square and other tests that appropriate. For the satisfaction of user found that the most user were satisfied.

Key words: expected frequency less than 5, fisher exact probability test, Freeman-Halton test, chi-square with one variable has multiple response categories, partition chi-square

1. บทนำ

การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการทดสอบแบบไคสแควร์ (chi-square test) สำหรับตารางการจร มีประโยชน์สำหรับนักวิจัยและบุคคลที่สนใจทั่วไปเป็นอย่างมาก เนื่องจากมีข้อดีหลายประการ สามารถสรุปผลถึงกลุ่มประชากรได้หลายประเด็นปัญหาเข้าใจง่าย คำนวณได้รวดเร็ว ไม่ยุ่งยาก มีข้อกำหนดเบื้องต้น (assumptions) ที่ไม่เข้มงวดจนเกินไป ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ เก็บบันทึกได้ง่าย

เมื่อศึกษาโดยละเอียดถึงการทดสอบแบบไคสแควร์จะพบว่า การทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจรยังสามารถให้ผลสรุปในประเด็นที่นักวิจัยทั่ว ๆ ไปยังไม่ทราบ เช่น การที่ผู้ตอบสามารถตอบได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ [1-6] ในขณะที่การทดสอบแบบไคสแควร์ที่รู้จักกันทั่ว ๆ ไป จะตอบได้เพียงหนึ่งคำตอบเท่านั้น หรือการทดสอบแบบไคสแควร์แบบแยกส่วน (partition chi-square test) [7-13]

สามารถให้คำตอบถึงความแตกต่างของสัดส่วนในลักษณะย่อยคู่หนึ่ง ๆ ที่สนใจ ในขณะที่การทดสอบแบบไคสแควร์ทั่ว ๆ ไป จะได้ผลสรุปเพียงว่าสัดส่วนในลักษณะย่อยต่าง ๆ แตกต่างกันหรือไม่เท่านั้น

ข้อกำหนดเบื้องต้นของการทดสอบ แม้ว่าจะมีเพียงเล็กน้อยก็ควรได้รับความใส่ใจและให้ความสำคัญ เนื่องจากจะทำให้แน่ใจว่าผลสรุปในกลุ่มประชากรจะเป็นที่น่าเชื่อถือ เช่น ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กเกินไป ไม่เหมาะสมที่จะใช้การทดสอบแบบไคสแควร์ ควรหันไปใช้สถิติอื่นแทน หรือในกรณีที่ความถี่คาดหวัง (expected frequency) มีค่าน้อยกว่า 5 เป็นจำนวนมากกว่า 20 % ของจำนวนเซลล์ทั้งหมด ก็ไม่เหมาะสมที่จะใช้การทดสอบแบบไคสแควร์ ควรใช้สถิติแบบอื่นแทน

เพื่อให้ผลสรุปของงานวิจัยมีความถูกต้อง น่าเชื่อถือมากที่สุด ในขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูลควรเลือกใช้ชนิดการทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับ

ตารางการจรรยาให้เหมาะสมกับงานวิจัยนั้น ๆ ซึ่งจะต้องพิจารณาจากข้อมูลที่เก็บบันทึกมา ตัวอย่าง เช่น ขนาดของตัวอย่างมีขนาดเล็กหรือไม่ หรือค่าความถี่คาดหวังที่น้อยกว่า 5 มีจำนวนเกิน 20 % ของจำนวนเซลล์ทั้งหมดหรือไม่ ดังนั้นถ้ามีระบบที่ช่วยตัดสินใจในกรณีต่าง ๆ ที่การทดสอบแบบไคสแควร์สามารถประยุกต์ใช้ได้ ซึ่งน่าจะเป็นประโยชน์สำหรับนักวิจัยโดยมีหัวข้อที่ควรพิจารณาในการเลือกใช้สถิติทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจรรยาดังนี้

1.1 ในการทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจรรยา ค่าความถี่คาดหวังในแต่ละเซลล์ที่มีค่าน้อยเกินไป คือ น้อยกว่า 5 ควรจะมีจำนวนไม่เกิน 20 % ของจำนวนเซลล์ทั้งหมด และไม่มีค่าความถี่คาดหวังในเซลล์ใดมีค่าน้อยกว่า 1 การเลือกใช้การทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจรรยาจึงจะเหมาะสม

1.2 ในกรณีที่การใช้การทดสอบแบบไคสแควร์เกี่ยวกับความเป็นเอกภาพของสัดส่วน (χ^2 -test for homogeneity of proportion) แล้ว ให้ผลสรุปว่าสัดส่วนของลักษณะย่อยมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ผู้วิจัยสามารถหาผลสรุปว่าคู่ใดแตกต่างกันบ้าง โดยเลือกใช้การแยกส่วนค่าไคสแควร์ (partition chi-square) ในลำดับถัดไป ซึ่งจะทำได้ภายใต้รายละเอียดของงานวิจัยมากขึ้น

1.3 ในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n < 20$) และข้อมูลถูกจัดลงในตารางขนาด 2×2 การทดสอบแบบไคสแควร์จะมีประสิทธิภาพลดลง ควรเลือกใช้การทดสอบของฟิชเชอร์ (Fisher's exact probability test) แทน แต่ถ้าหากข้อมูลถูกจัดลงในตารางขนาดใหญ่กว่า 2×2 ขึ้นไป ควรเลือกใช้การทดสอบของฟรีแมน-ฮอลตัน (Freeman-Holtan test) แทน [14]

1.4 ในกรณีที่กลุ่มย่อยต่าง ๆ ในตารางการจรรยาไม่มีลักษณะแยกออกจากกันโดยเด็ดขาด ซึ่งทำให้

ความถี่หรือคำตอบที่ได้ไม่มีความเป็นอิสระกันหรือเป็นกรณีที่ผู้ตอบสามารถตอบได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ การทดสอบแบบไคสแควร์จะไม่สามารถทำได้ ควรเลือกใช้การทดสอบแบบไคสแควร์ที่มีคำตอบได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ (test for multiple marginal independence, MMI)

แม้ว่าในปัจจุบันจะมีโปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการคำนวณของการทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับข้อมูลจากตารางการจรรยาให้เลือกใช้หลายโปรแกรม เช่น SPSS, SAS, MINITAB แต่โปรแกรมเหล่านี้จะช่วยอำนวยความสะดวกแก่ผู้วิเคราะห์ข้อมูลทางด้านการคำนวณเท่านั้น ยังไม่สามารถช่วยให้ผู้วิเคราะห์ข้อมูลเลือกใช้การทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจรรยาได้อย่างเหมาะสมสำหรับงานวิจัยของตนเอง ผู้วิจัยจึงเห็นความสำคัญในการสร้างโปรแกรมช่วยตัดสินใจ เลือกใช้สถิติทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจรรยา ในกรณีต่าง ๆ และได้นำเสนอเนื้อหาพร้อมตัวอย่างของการทดสอบต่าง ๆ ที่ควรใช้แทนที่ที่เป็นภาษาไทย ซึ่งจะเป็นสื่อที่นักศึกษาและบุคคลทั่วไปสามารถศึกษาและค้นคว้าด้วยตัวเองได้อย่างสะดวกและรวดเร็ว

2. วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

2.1 เพื่อสร้างโปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกวิธีวิเคราะห์การทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับข้อมูลจากตารางการจรรยาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสมกับข้อมูลที่ใช้มีอยู่

2.2 เพื่อนำเสนอเนื้อหาและทฤษฎีพร้อมทั้งตัวอย่างการคำนวณของการทดสอบแบบต่าง ๆ ที่ควรใช้แทนที่การทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจรรยาในกรณีต่าง ๆ

3. เพื่อรวบรวมโปรแกรมคำนวณการทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจร หรือการทดสอบอื่น ๆ ที่ควรจะใช้แทนที่ ในกรณีต่าง ๆ โดยเชื่อมโยงไปยังหน้าเว็บไซต์จากในและต่างประเทศที่ได้สร้างโปรแกรมคำนวณของสถิติทดสอบ [6,13,15] พร้อมทั้งเนื้อหาทฤษฎีและตัวอย่างการคำนวณ สำหรับสถิติทดสอบเหล่านั้น

3. ขอบเขตของการวิจัย

ขอบเขตของการวิจัยในครั้งนี้จะพิจารณาจากขนาดของตารางการจร โดยแบ่งออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

3.1 ตาราง 2×2 แยกเป็น 2 กรณี คือมีความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 อย่างน้อยหนึ่งเซลล์ หรือไม่มีความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 สถิติที่ควรใช้คือฟิชเชอร์และไคสแควร์ที่ปรับค่าต่อเนื่อง (Yate's correction for continuity) ตามลำดับ

3.2 ตาราง $r \times c$ ซึ่งแยกเป็น 2 กรณี คือมีความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 มีจำนวนเกิน 20 % ของจำนวนเซลล์ทั้งหมด สถิติที่ควรใช้คือฟรีแมน-ฮอร์ตัน และกรณีความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 มีจำนวนไม่เกิน 20 % ของจำนวนเซลล์ทั้งหมด สถิติที่ควรใช้คือไคสแควร์ซึ่งแยกได้เป็นกรณีที่ตอบได้เพียงคำตอบเดียว หรือตอบได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ และกรณีที่ตอบได้เพียงคำตอบเดียวถ้าปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้นสามารถใช้การแยกส่วนค่าไคสแควร์ (partition chi-square) ในลำดับถัดไป

การทดสอบของฟรีแมน-ฮอร์ตัน จะคำนวณได้เฉพาะตารางการจรขนาด 2×3 , 2×4 และ 3×3

4. ขั้นตอนการดำเนินงาน

การวิจัยครั้งนี้ได้แบ่งการดำเนินงานออกเป็นขั้นตอนต่าง ๆ คือ

4.1 การรวบรวมเนื้อหาของทฤษฎีสถิติเกี่ยวกับการทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจรในกรณีต่าง ๆ

4.2 การศึกษาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เกี่ยวข้องเพื่อสร้างโปรแกรม

4.3 การออกแบบและพัฒนาโปรแกรมและตรวจสอบโปรแกรม โดยมีขั้นตอนการทำงานตามแผนผัง ดังรูปที่ 1

5. เนื้อหาของทฤษฎีสถิติ

ในที่นี้จะกล่าวถึงบางหัวข้อพอสังเขป ดังนี้

การทดสอบไคสแควร์กรณีที่คำตอบมากกว่า

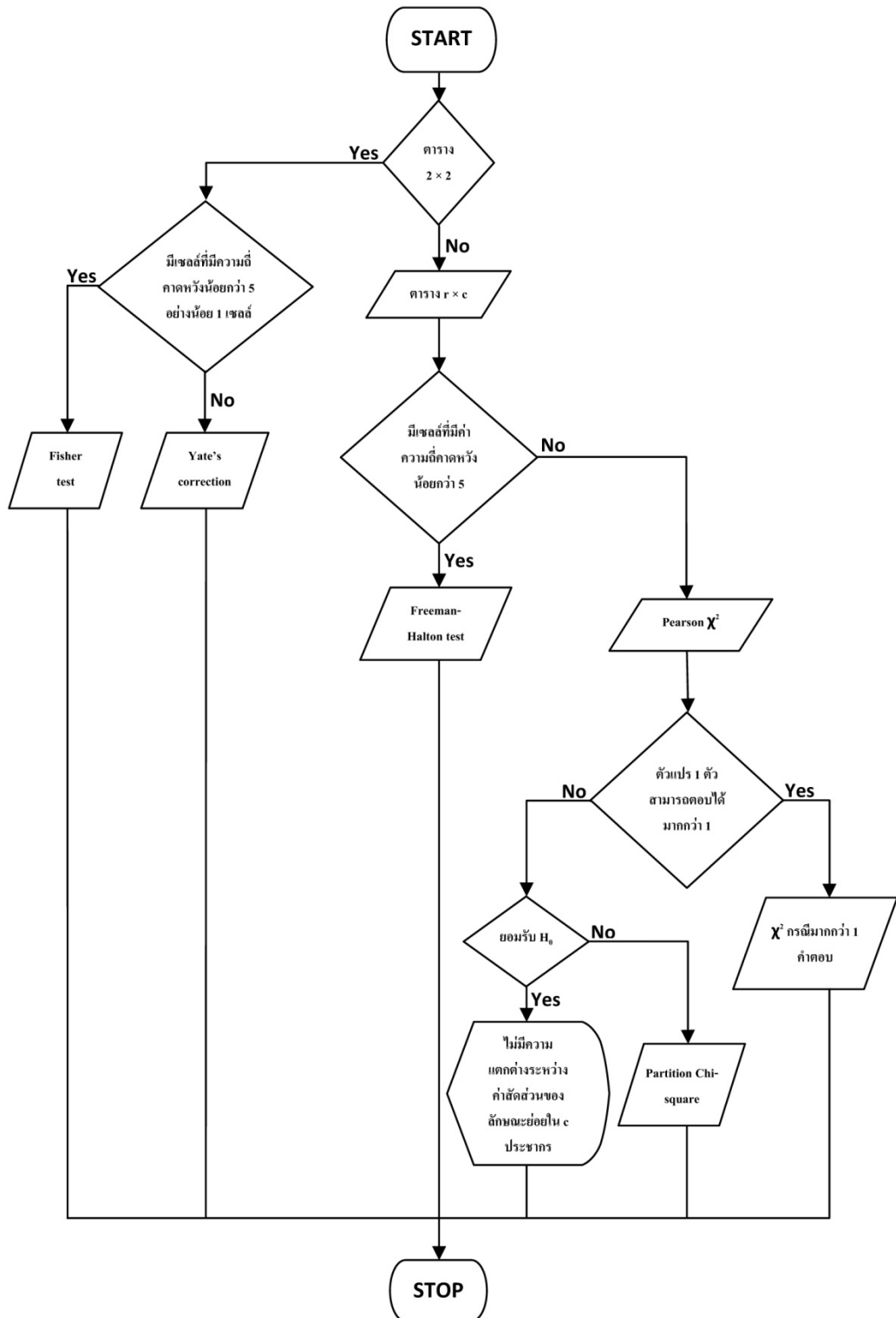
1 คำตอบ (chi-square test for multiple response categorical data)

ในบางสถานการณ์การตอบคำถามในบางปัญหาอาจจะมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เช่น สมมติว่าทำการสำรวจรสชาติไอศกรีมที่นักเรียนกลุ่มตัวอย่างชอบทาน และมีตัวเลือก คือ (1) สตรอเบอร์รี่ (2) ช็อคโกแลต และ (3) วานิลา

ถ้าผู้ตอบสามารถเลือกตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ จะมีคำตอบที่เป็นไปได้ 8 คำตอบ อาจแทนคำตอบเหล่านั้นในรูปของ trivariate vectors ของ 0 และ 1 ได้แก่ (0, 0, 0) แทนไม่มีรสชาติที่ชอบอยู่เลย (1, 0, 0) แทนชอบรสสตรอเบอร์รี่แต่ไม่ชอบช็อคโกแลตและวานิลา (1, 1, 0) แทน ชอบรสสตรอเบอร์รี่และ ช็อคโกแลต แต่ไม่ชอบวานิลา เป็นต้น

เราจะเรียกข้อมูลแบบนี้ว่า multiple response categorical data

ในขณะที่ถ้ามีคำตอบได้เพียงคำตอบเดียวจะสามารถแทนได้ด้วยเวกเตอร์ (1, 0, 0), (0, 1, 0) และ (0, 0, 1) เท่านั้น



รูปที่ 1 ขั้นตอนการวิจัย

เวกเตอร์คำตอบสำหรับตัวอย่างในกลุ่มที่ h แทนด้วย $(X_{ih1}, X_{ih2}, \dots, X_{ihc})$ ซึ่ง $X_{ihj} = 1$ ถ้าเป็นคำตอบที่เลือกตอบ คุณลักษณะที่ j สำหรับตัวอย่างที่ i ในกลุ่มที่ h และเป็น 0 เมื่อไม่เลือกตอบคุณลักษณะที่ j , $i = 1, 2, \dots, n_h$; $h = 1, 2, \dots, r$ (row); $j = 1, 2, \dots, c$ (column)

ในที่นี้สนใจข้อมูลที่มีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ ในคำถามที่จัดแสดงทางแถวตั้ง แต่จะมีคำตอบเดียวในแถวนอน เช่น ตัวอย่างข้างต้นจะสำรวจจากกลุ่มนักเรียนในช่วงอายุต่าง ๆ คือ น้อยกว่า 8 ปี, 8-12 ปี, 13-15 ปี และ 15-18 ปี

วัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์ คือ ต้องการเปรียบเทียบคำตอบ (ที่สามารถเลือกตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ) ในระหว่างกลุ่มต่าง ๆ เช่น ตัวอย่างข้างต้นต้องการเปรียบเทียบว่ารสชาติที่นักเรียนชอบจะเหมือนกันในทุกกลุ่มอายุหรือไม่ หรืออยากทราบว่าอายุจะมีความสัมพันธ์กับรสชาติที่ชอบต่างกันหรือไม่

การทดสอบนี้ได้จากการคิดค้นของ Agresti และ Liu [2] และ Bilder และคณะ [5] ซึ่งจะสร้างตารางแบบ $r \times 2$ ขึ้นมาใหม่จำนวน c ตาราง ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ถ้าพิจารณาคุณลักษณะที่ j จากตารางการจรแบบ $r \times 2$ ที่สร้างขึ้นใหม่จะมี r แถวนอนเป็นกลุ่มประชากรต่าง ๆ และ 2 แถวตั้ง จะแสดงการเลือกตอบหรือไม่เลือกตอบ คุณลักษณะที่ j จำนวนค่าสถิติไคสแควร์ด้วยสูตรไคสแควร์จากตาราง 2 ทาง ที่รู้จักกันทั่วไป ทำเช่นเดิมนี้กับตาราง $r \times 2$ อื่น ๆ ที่เหลืออีก $c-1$ ตาราง

ให้ O_{hj1} และ E_{hj1} แทนจำนวนความถี่ที่สังเกตและความถี่คาดหวังสำหรับแถว h และการเลือกตอบคุณลักษณะที่ j และ O_{hj0} และ E_{hj0} แทน

จำนวนความถี่ที่สังเกตและความถี่คาดหวังสำหรับการไม่เลือกตอบคุณลักษณะที่ j

สถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$\phi^2 = \sum_{j=1}^c \sum_{h=1}^r \left(\frac{(O_{hj1} - E_{hj1})^2}{E_{hj1}} + \frac{(O_{hj0} - E_{hj0})^2}{E_{hj0}} \right)$$

Bilder และคณะ [5] พบว่าการแจกแจงของค่า ϕ^2 เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ภายใต้สมมติฐานหลักจะมีการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่ $df = c(r-1)$

ตัวอย่าง ในการสำรวจความคิดเห็นของผู้เข้าร่วมงานแสดงการจัดสวนจากเมือง 3 แห่ง (1, 2, 3) ถึงแหล่งที่ซื้ออุปกรณ์ทำสวน โดยคำตอบที่เป็นไปได้ คือ จากร้านค้าที่ขายอุปกรณ์ทำสวน (G) หรือร้านค้าที่ขายของถูก (D) หรือซูเปอร์มาร์เก็ต (S) ผู้ตอบสามารถเลือกตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ วัตถุประสงค์ของการสำรวจเพื่อศึกษาว่ารูปแบบการซื้ออุปกรณ์ทำสวนนี้จะแตกต่างกันระหว่างเมืองหรือไม่ หรือการทดสอบความเป็นเอกภาพของสัดส่วน ถ้าคำตอบที่ได้จากการสำรวจ เมื่อผู้ตอบอาจตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ เป็นดังนี้

ตารางที่ 1 จำนวนผู้ตอบที่เลือกคำตอบที่ได้มากกว่า 1 คำตอบ

เมือง	G	D	S	G, D	G, S	D, S	G, D, S	จำนวนผู้ตอบ
1	5	10	6	3	2	6	1	33
2	13	7	3	8	4	3	2	40
3	5	13	10	2	3	9	2	44
รวม	23	30	19	13	9	18	5	117

เมื่อ G, D, S หมายถึงคำตอบที่ผู้ตอบเลือกทั้ง G และ D และ S

G, D หมายถึงคำตอบที่ผู้ตอบเลือกทั้ง G และ D

G หมายถึงคำตอบที่ผู้ตอบเลือก G เท่านั้น

ตารางนี้จะเป็นตารางที่ได้จากการบันทึกข้อมูลจริง

จากตารางที่ 1 จะนำมาเสนอใหม่ดังตารางที่ 2 โดยจะพิจารณาเฉพาะแต่ละคุณลักษณะ คือ G, D, และ S ค่าความถี่ได้จากการรวมกัน เช่น G ในเมืองที่ 1 มาจากตอบ G และ G, D และ G, S และ $G, D, S = 5 + 3 + 2 + 1 = 11$ ซึ่งในขั้นตอนนี้จะทำได้โดยใช้โปรแกรม SPSS ช่วยสรุป ผลดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 สรุปจำนวนผู้ตอบที่เลือกตอบคุณลักษณะทั้ง 3 คือ G, D และ S

เมือง	G	D	S	จำนวนคำตอบ	จำนวนผู้ตอบ
1	11	20	15	46	33
2	27	20	12	59	40
3	12	26	24	62	44
รวม	50	66	51	167	117

จากตารางที่ 2 สามารถนำเสนอใหม่ได้ดังตารางที่ 3 เพื่อเตรียมข้อมูลในการวิเคราะห์โดยจะจัดเป็นตารางย่อยชนิด 3 x 2 จำนวน 3 ตาราง ดังนี้

ตารางที่ 3 จำนวนผู้ตอบเลือกและไม่เลือกของคุณลักษณะทั้ง 3 คือ G, D และ S

เมือง	ตารางย่อยที่ 1		ตารางย่อยที่ 2		ตารางย่อยที่ 3		จำนวนผู้ตอบ
	เลือก G	ไม่เลือก G	เลือก D	ไม่เลือก D	เลือก S	ไม่เลือก S	
1	11	22	20	13	15	18	33
2	27	13	20	20	12	28	40
3	12	32	26	18	24	20	44
รวม	50	67	66	51	51	66	117

จากตารางย่อยที่ 1 ในเมือง 1 มีคำตอบที่เลือก G = 11 ดังนั้นจากผู้ตอบ 33 คน จึงมีคำตอบที่ไม่เลือก G = $33 - 11 = 22$ คน เป็นต้น จากตารางที่ 3 จะนำมาเสนอใหม่ดังตารางที่ 4 เพื่อวิเคราะห์ด้วยสถิติ

ไคสแควร์ โดยแต่ละตารางย่อยจะคำนวณค่าความถี่คาดหวังในแต่ละเซลล์แล้วจึงคำนวณค่าไคสแควร์ในแต่ละตารางย่อย

ตารางที่ 4 ค่าความถี่ที่สังเกตได้และความถี่คาดหวังและค่าไคสแควร์ในคุณลักษณะทั้ง 3 คือ G, D และ S

เมือง	ตารางย่อยที่ 1		ตารางย่อยที่ 2		ตารางย่อยที่ 3		จำนวนผู้ตอบ
	เลือก G	ไม่เลือก G	เลือก D	ไม่เลือก D	เลือก S	ไม่เลือก S	
1	O = 11 E = 14.1	O = 22 E = 18.9	O = 20 E = 18.6	O = 13 E = 14.4	O = 15 E = 14.4	O = 18 E = 18.6	33
2	O = 27 E = 17.1	O = 13 E = 22.9	O = 20 E = 22.6	O = 20 E = 17.4	O = 12 E = 17.4	O = 28 E = 22.6	40
3	O = 12 E = 18.8	O = 32 E = 25.2	O = 26 E = 24.6	O = 18 E = 19.2	O = 24 E = 19.2	O = 20 E = 24.8	44
รวม	50	67	66	51	51	66	117
χ^2	15.5		1.0		5.2		

ค่าความถี่คาดหวังในเมือง 1 สำหรับการเลือกตอบ G คือ $(33 \times 50)/117 = 14.1$ และจะคำนวณในทำนองเดียวกันสำหรับเซลล์ที่เหลือ และคำนวณค่าสถิติไคสแควร์ในแต่ละตารางย่อยชนิด 3 x 2 ทั้งหมด 3 ตาราง เช่นจากตารางย่อยที่ 1

$$\chi^2 = \frac{(11-14.1)^2}{14.1} + \frac{(22-18.9)^2}{18.9} + \frac{(27-17.1)^2}{17.1} + \frac{(13-22.9)^2}{22.9} + \frac{(20-18.8)^2}{18.8} + \frac{(32-25.2)^2}{25.2} = 15.5$$

เป็นต้นโดยค่าสถิติทดสอบ $\phi^2 =$ ผลรวมจากสถิติ χ^2 จากทั้งหมด 3 ตาราง นั้น ตามตัวอย่างจะได้ค่า $\phi^2 = 15.5 + 1.0 + 5.2 = 21.7$

การสรุปผลที่ได้มี 2 วิธี คือ

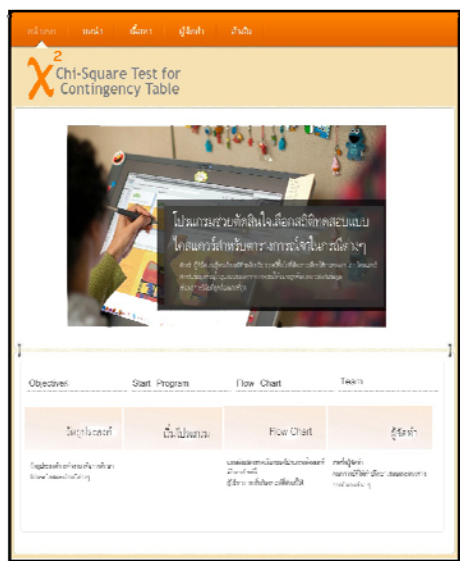
1. กรณีตัวอย่างมีขนาดเล็ก (เมื่อ $E_i < 5$ มีมากกว่า 20 % ของจำนวนเซลล์) ซึ่งทำโดยใช้วิธีไคสแควร์เพอร์มิวเทชัน (permutation chi-square test) พบว่าการแจกแจงของ ϕ^2 ซึ่งทำการสุ่มจากการเพอร์

มีเวทเช่น 5,000 ครั้ง ที่เปอร์เซ็นต์ที่ 99 ได้ค่า ϕ^2 คือ 18.249 ดังนั้นที่ $\alpha = 0.01$ ค่า $\phi^2_{cal} = 21.7$ มีค่าตกในอาณาเขตวิกฤตหรือค่า $p < 0.01$ จึงสรุปได้ว่าพบความแตกต่างของรูปแบบการซื้ออุปกรณ์ทำสวนของคนใน 3 เมือง อย่างมีนัยสำคัญยิ่ง

2. กรณีตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ใช้วิธีการของ Bilder จะได้ว่าการแจกแจงของ ϕ^2 จะประมาณด้วยการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่ $df = c(r-1)$ ตามตัวอย่างจะได้ $df = 3(3-1) = 6$ ดังนั้นค่าวิกฤตไคสแควร์ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 คือ 16.8 ดังนั้นจะสรุปได้ว่าลักษณะการซื้ออุปกรณ์ทำสวนของลูกค้าจะต่างกันระหว่างเมืองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

6. ผลการวิจัย

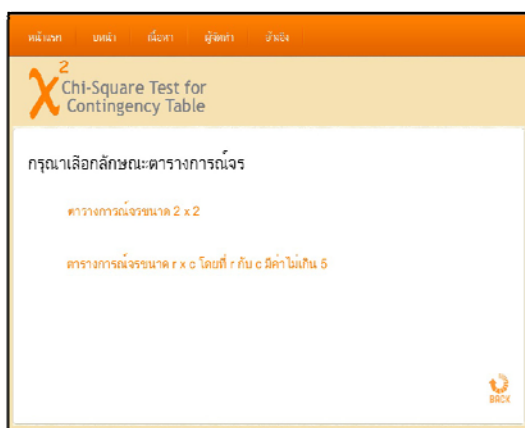
ผลการศึกษาครั้งนี้ได้โปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสถิติทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจรในกรณีต่าง ๆ สามารถเข้าชมได้ที่เว็บไซต์ <http://www.chi-square-test.com> โดยมีเมนูต่าง ๆ ที่สำคัญดังนี้



รูปที่ 2 หน้าแรก

6.1 หน้าแรก จะแสดงหน้าแรกของเว็บไซต์โปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสถิติทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจรในกรณีต่าง ๆ ดังรูปที่ 2 ซึ่งมีลิงค์เข้าสู่หน้าวัตถุประสงค์ เริ่มโปรแกรม แผ่นผังทางเลือกโปรแกรม และผู้จัดทำ

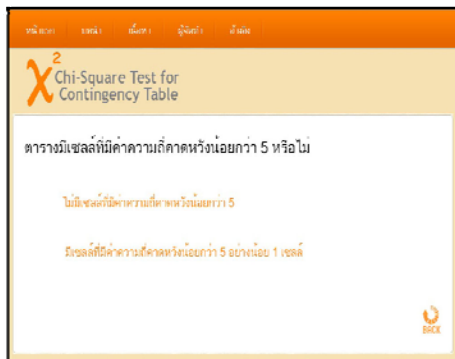
6.2 เริ่มโปรแกรม เมื่อเข้ามาที่หน้า “เริ่มโปรแกรม” จะแสดงหน้าต่างให้เลือกขนาดของตารางการจรรูปที่ 3 โดยมีให้เลือก 2 รายการ คือ ตารางการจรรขนาด 2×2 และตารางการจรรขนาด $r \times c$ โดยที่ r กับ c มีค่าไม่เกิน 5



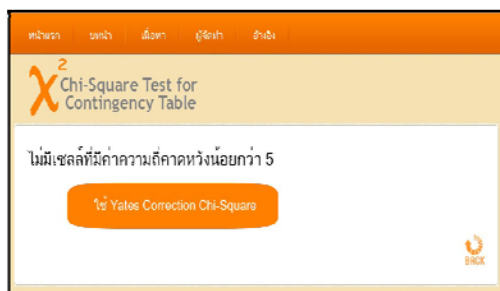
รูปที่ 3 เลือก “ขนาดตารางการจร”

ผู้ใช้สามารถเลือกใช้โปรแกรมได้ โดยเลือกลักษณะตารางการจรรให้ตรงกับข้อมูลของผู้ใช้ โดยมีให้เลือก 2 รายการ สมมติว่าเลือก “ตารางการจรรขนาด 2×2 ” จะปรากฏหน้าต่างดังรูปที่ 4

สมมติผู้ใช้เลือก “ไม่มีเซลล์ที่มีค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5” จะปรากฏหน้าต่างดังรูปที่ 5 แสดงข้อความ “ใช้การปรับค่า Yates's” นั่นคือ เมื่อข้อมูลไม่มีเซลล์ที่มีค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 จากตารางการจรรขนาด 2×2 ให้เลือกใช้การทดสอบไคสแควร์แบบปรับค่าเชดส์ (Yates's correction for continuity)



รูปที่ 4 เลือก “ตารางมีเซลล์ที่มีค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 หรือไม่” จากตารางการจร 2 x 2



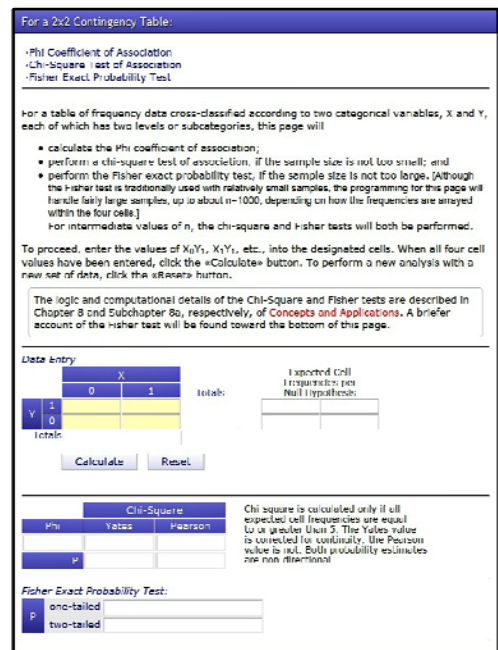
รูปที่ 5 เลือก “ไม่มีเซลล์ที่มีค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5” จากตารางการจร 2 x 2

และเมื่อคลิกที่ “ใช้การปรับค่า Yate’s correction chi-square” แล้วจะสามารถเชื่อมโยงไปยังเว็บไซต์ต่างประเทศที่สร้างโปรแกรมคำนวณการทดสอบไคสแควร์แบบปรับค่าเซลล์ดังรูปที่ 6 วิธีคำนวณทำได้โดยง่ายโดยให้ผู้ใช้ใส่ค่าความถี่ที่สังเกตได้ (observed frequency) ลงในเซลล์ต่าง ๆ ทั้ง 4 เซลล์ แล้วกดปุ่ม “calculate”

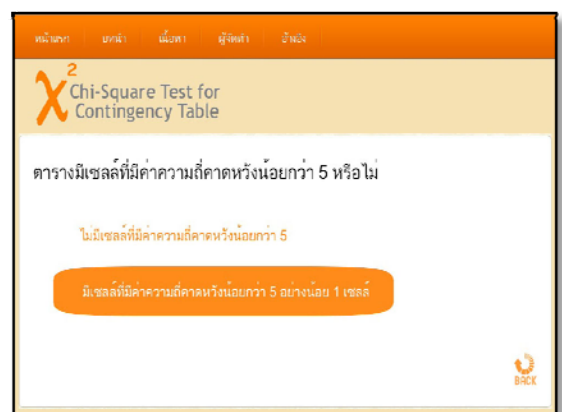
ส่วนในกรณีที่ข้อมูลของผู้ใช้มีเซลล์ที่มีความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 อย่างน้อย 1 เซลล์ ให้เลือก “มีเซลล์ที่มีความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 อย่างน้อย 1 เซลล์” ดังรูปที่ 7

เมื่อผู้ใช้เลือก “มีเซลล์ที่มีความถี่คาดหวัง

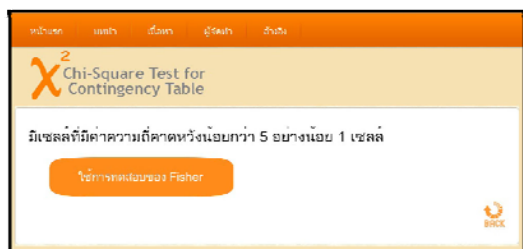
น้อยกว่า 5 อย่างน้อย 1 เซลล์” จะปรากฏหน้าต่างดังรูปที่ 8 แสดงข้อความ “ใช้การทดสอบของฟิชเชอร์” นั่นคือ เมื่อข้อมูลมีลักษณะ “มีเซลล์ที่มีความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 อย่างน้อย 1 เซลล์” ให้เลือกใช้การทดสอบของฟิชเชอร์ (Fisher’s exact probability test)



รูปที่ 6 โปรแกรมคำนวณการทดสอบไคสแควร์แบบปรับค่าเซลล์



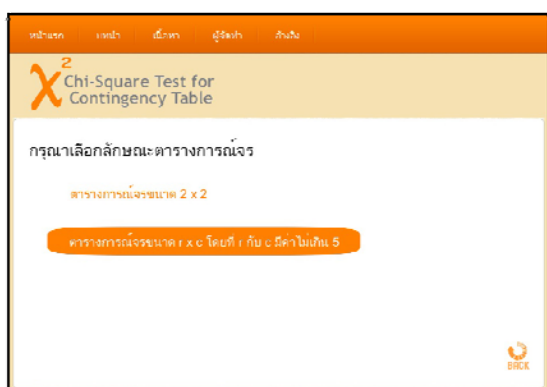
รูปที่ 7 เลือก “มีเซลล์ที่มีความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 อย่างน้อย 1 เซลล์” จากตารางการจร 2 x 2



รูปที่ 8 ผลจากการเลือกมีเซลล์ที่มีค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 อย่างน้อย 1 เซลล์ จากตารางการจร 2×2

และเมื่อกดปุ่มที่ “ใช้การทดสอบของฟิชเชอร์” แล้วจะปรากฏหน้าต่างแสดงเนื้อหาทางทฤษฎีของการทดสอบฟิชเชอร์ รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงไปยังเว็บไซต์ต่างประเทศที่สร้างโปรแกรมคำนวณการทดสอบของฟิชเชอร์เช่นเดียวกับรูปที่ 6

ตารางการจรขนาด $r \times c$ โดยที่ r กับ c มีค่าไม่เกิน 5 ให้เลือกตารางการจรขนาด $r \times c$ โดยที่ r กับ c มีค่าไม่เกิน 5 ดังรูปที่ 9



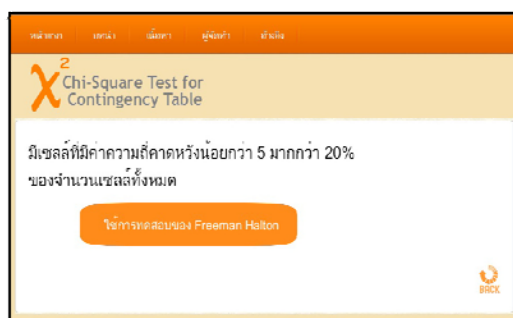
รูปที่ 9 เลือก “ตารางการจรขนาด $r \times c$ ” โดยที่ r กับ c มีค่าไม่เกิน 5

จากนั้นจะปรากฏหน้าต่างสอบถามว่า “ข้อมูลมีเซลล์ที่มีค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5

หรือไม่” ดังรูปที่ 10 โดยมี 2 คำตอบ ให้เลือก คือ “มีเซลล์ที่มีค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 เป็นจำนวนมากกว่า 20 % ของจำนวนเซลล์ทั้งหมด” และ “มีเซลล์ที่มีค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 เป็นจำนวนน้อยกว่าหรือเท่ากับ 20 % ของจำนวนเซลล์ทั้งหมด”



รูปที่ 10 ตารางมีเซลล์ที่มีค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 หรือไม่



รูปที่ 11 เลือก “มีเซลล์ที่มีค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 มากกว่า 20 % ของจำนวนเซลล์ทั้งหมด”

ถ้าผู้ใช้เลือก “มีเซลล์ที่มีค่าความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 มากกว่า 20 % ของจำนวนเซลล์ทั้งหมด” จะปรากฏหน้าต่างดังรูปที่ 11 แสดงข้อความว่า “ใช้การทดสอบของฟรีแมน-ฮอลตัน” นั่นคือ เมื่อข้อมูลของผู้ใช้มีลักษณะ “มีเซลล์ที่มีค่าความถี่

คาดหวังน้อยกว่า 5 เป็นจำนวนมากกว่า 20 % ของจำนวนเซลล์ทั้งหมด” ควรเลือกใช้การทดสอบของฟรีแมน-ฮอลตัน (Freeman-Holtan test) จึงจะเหมาะสม

Fisher Exact Probability Test: 2x3

This unit will perform the Freeman-Holtan extension of the Fisher exact probability test for a two-rows by three-columns contingency table, providing that the total size of the data set is no greater than N=300. The test will yield two probability values, P_A and P_B , defined as follows:

P_A = the probability of the observed array of cell frequencies plus the sum of the probabilities of all other cell-frequency arrays (such as would be consistent with the observed marginal totals) that are equal to or smaller than the probability of the observed array.

P_B = the probability of the observed array of cell frequencies plus the sum of the probabilities of all other cell-frequency arrays (such as would be consistent with the observed marginal totals) that are smaller than the probability of the observed array.

Note that P_A and P_B are both non-directional (two-tailed) probabilities.

A chi-square test will also be performed on the data set, providing that at least 80% of the cells have an expected frequency of 5 or greater, and that no cell has an expected frequency smaller than 1.0.

Data Entry

	C ₁	C ₂	C ₃	Total
R ₁				---
R ₂				---
Totals				

Clear Calculate

Fisher Exact Probability Test

P_A = (The Fisher test is performed only if $N \leq 300$.)

P_B = (Note that P_A and P_B are both non-directional (two-tailed).)

No. of tables evaluated =

Chi-Square Test (df=2)

Chi-square = (The chi-square test is performed only if at least 80% of the cells have an expected frequency of 5 or greater, and no cell has an expected frequency smaller than 1.0.)

P =

รูปที่ 12 Fisher exact probability test: 2 x 3 (หมายเหตุ : เนื่องจากการทดสอบของฟรีแมน-ฮอลตันเป็นส่วนขยายของการทดสอบของฟิชเชอร์ ดังนั้นในเว็บลิงก์จึงยังเรียกชื่อว่าการทดสอบแบบ Fisher exact probability)

เมื่อคลิกที่ “ใช้การทดสอบของฟรีแมน-ฮอลตัน” แล้วจะปรากฏหน้าต่างแสดงเนื้อหาและตัวอย่างของการทดสอบของฟรีแมน-ฮอลตัน และสามารถลิงก์ไปยังเว็บไซต์ต่างประเทศที่สร้างโปรแกรมคำนวณการทดสอบของฟรีแมน-ฮอลตัน

[15] โดยผู้ใช้ต้องเลือกขนาดของตารางจาก “ตารางขนาด 2 x 3 หรือตารางขนาด 2 x 4 หรือตารางขนาด 3 x 3” สมมติว่าเลือก “ตารางขนาด 2 x 3” จะปรากฏหน้าต่างดังรูปที่ 12

และผู้ใช้สามารถคำนวณได้เช่นเดียวกับการทดสอบของฟิชเชอร์ที่กล่าวข้างต้น ส่วนกรณีอื่น ๆ เช่น การทดสอบแบบไคสแควร์กรณีที่ตอบได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือการแยกส่วนค่าไคสแควร์ (partition chi-square) ก็จะเป็นไปตามแผนผังทางเลือกโปรแกรม (flow chart) จากการประเมินความพึงพอใจของผู้ใช้ พบว่าส่วนใหญ่มีความพึงพอใจมากทั้งด้านรูปลักษณ์ของเว็บไซต์ เนื้อหาของเว็บไซต์ และการเข้าถึงข้อมูล เช่น ลิงค์ต่าง ๆ มีความพึงพอใจมากที่สุดในด้านการใช้งานโปรแกรม และมีความพึงพอใจมากด้านความพึงพอใจโดยรวม

7. สรุปและข้อเสนอแนะ

การศึกษาครั้งนี้เป็นการสร้างโปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสถิติทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจรขนาด 2 x 2 หรือ r x c ในกรณีต่าง ๆ เช่น การมีความถี่คาดหวังน้อยกว่า 5 เป็นจำนวนมาก หรือการที่ตัวแปรหนึ่งตัวสามารถตอบได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือหลังจากใช้การทดสอบแบบไคสแควร์แล้วปฏิเสธสมมติฐาน เบื้องต้นสามารถหาผลสรุปว่าสัดส่วนของลักษณะย่อยในคู่ใดแตกต่างกันบ้าง โปรแกรมสามารถช่วยเลือกสถิติทดสอบได้ถูกต้องตามหลักทฤษฎีสถิติ เมื่อคำนึงถึงข้อกำหนดเบื้องต้นของการทดสอบแบบไคสแควร์ และคำนวณค่าสถิติทดสอบด้วยโปรแกรมคำนวณจากเว็บไซต์ที่เป็นสื่อการสอนของสถิติทดสอบนั้น ๆ ที่ได้เชื่อมโยงไป โปรแกรมนี้จะช่วยให้ผู้ใช้ได้รับความสะดวกในการเลือกวิธีทางสถิติให้ถูกต้อง รวมทั้งได้รับความรู้

เกี่ยวกับเนื้อหาและวิธีวิเคราะห์ โดยผู้วิจัยได้เสนอเนื้อหา วิธีการ ตลอดจนตัวอย่าง ให้ผู้ใช้สามารถทำความเข้าใจได้ด้วยตนเอง

จากการประเมินความพึงพอใจของผู้ใช้ในด้านรูปลักษณะของเว็บไซต์ ด้านเนื้อหาของเว็บไซต์ และด้านการเข้าถึงข้อมูล เช่น ลิงค์ต่าง ๆ ส่วนใหญ่มีความพึงพอใจมาก โดยมีสัดส่วนในช่วงร้อยละ 43.3 ถึงร้อยละ 70 และมีความพึงพอใจมากที่สุดในด้านการใช้งานโปรแกรมที่ช่วยประหยัดเวลาในการคำนวณร้อยละ 63.4 และสามารถนำไปประยุกต์ในการเรียนร้อยละ 53.3

การทดสอบของฟรีแมน-ฮอร์ตันที่สามารถใช้ได้โปรแกรมนี้ ยังไม่ครอบคลุมทุกกรณีขนาดของตารางการจร ดังนั้นสามารถพัฒนาต่อโดยเพิ่มทุกกรณีของขนาดตารางการจรและเว็บไซต์ที่เชื่อมโยงไปยังอยู่ในรูปแบบของภาษาอังกฤษ สามารถแนะนำวิธีใช้ในรูปแบบภาษาไทยเพิ่มเติม นอกจากนี้สามารถนำไปพัฒนาโดยการเน้นการนำเสนอที่น่าสนใจมากขึ้น เช่น ทำให้อยู่ในรูปแบบเคลื่อนไหวที่สามารถสื่อให้ผู้ใช้เข้าใจมากขึ้น

8. เอกสารอ้างอิง

- [1] Agresti, A. and Liu, I., 2003, Strategies for modeling a categorical variable allowing multiple category choices, *Sociol. Method Res.* 29: 403-434.
- [2] Agresti, A. and Liu, I.M., 1999, Modeling a categorical variable allowing arbitrarily many category choices, *Biometric* 55: 936-943.
- [3] Higgins, J.J., 2004, *An Introduction to Modern Nonparametric Statistic*, Thomson Brooks/cole, Pacific Grove, California, 366 p.
- [4] Bilder, C.R. and Loughin, T.M., 2002, Testing for conditional multiple marginal independence, *Biometrics* 58: 200-206.
- [5] Bilder, C.R., Loughin, T.M. and Nettleton, D., 2000, Multiple marginal independence testing for pick any/c variables, *Commun. Stat. Simul. Comput.* 29: 1285-1316.
- [6] ภัทรพงษ์ พวงมาลี, สมสวัสดิ์ เตชะพุทธิ นันท์, สุทธิญา หัมมมุด และอุมพร จันทสร, 2551, โปรแกรมวิเคราะห์ทางสถิติและสื่อการสอนอิเล็กทรอนิกส์สำหรับการทดสอบไคสแควร์กรณีที่มีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ, *ว.วิจัยและพัฒนา มจร.* 31: 715-732.
- [7] Siegel, S. and Castellan, Jr., N.J., 1988, *Nonparametric Statistics for the Behavioral Science*, 2nd Ed., McGraw Hill, New York, 399 p.
- [8] Irwin, J.O., 1949, A note on the subdivision of χ^2 into components, *J. Biometrika* 39: 130-134.
- [9] Lancaster, H.O., 1949, The exact partition of χ^2 and its application to the problem of the pooling of small expectations, *J. Biometrika* 39: 117-129.
- [10] Castellan, Jr., N.J., 1965, On the partitioning of contingency tables, *J. Psychol. Bull.* 64: 300-338.
- [11] อุมพร จันทสร, 2543, การแยกส่วนค่าไคสแควร์จากตารางแจกแจงสองทาง, *ว.พระจอมเกล้าลาดกระบัง* 8(3): 38-44.
- [12] Iversen, G.R., 1979, Decomposing chi-square: A forgotten technique, *J. Sociol. Methods Res.* 8: 143-157.

-
- [13] อูมาพร จันทพร, กฤตยา เกตุจันทร์, ชนิตา วีระกุล และศราวุฒิจิต สมสกุล, 2555, สื่อการเรียนรู้และโปรแกรมวิเคราะห์การแยกส่วนค่าไคสแควร์จากตารางแจกแจงสองทาง, ว.วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 20: 107-116.
- [14] Stokes, M.E., Davis, C.S. and Koch, G.G., 1991, Categorical Data Analysis Using the SAS System, 2nd Ed., SAS Institute, Inc., Cary, North Carolina, 626 p.
- [15] Vassar Stats: Website for Statistical Computation, Available Source: <http://www.vassarstats.net/>, November 20, 2011.