การเปรียบเทียบตัวแบบ Pegels, ARIMA และตัวแบบผสม Pegels-ARIMA ในการพยากรณ์มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทย

A Comparison of Pegels, ARIMA and Pegels-ARIMA Hybrid Models in Forecasting Thailand's Mango Export Value

นิฉา แก้วหาวงษ์*

ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

ศูนย์รังสิต ตำบลคลองหนึ่ง อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี 12120

Nicha Kaewhawong*

Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology, Thammasat University,

Rangsit Centre, Khlong Nueng, Khlong Luang, Pathum Thani 12120

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลา 3 ตัวแบบ ได้แก่ ตัวแบบ Pegels ตัวแบบ ARIMA และตัวแบบผสม Pegels-ARIMA ข้อมูลที่นำมาใช้ในการศึกษาเป็นข้อมูลอนุกรมเวลามูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทย ซึ่งแบ่งการพยากรณ์เป็น 2 ช่วงเวลา คือ การพยากรณ์ข้อมูลในอดีตตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2546 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2555 จำนวน 120 เดือน เพื่อคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดในแต่ละตัวแบบพยากรณ์ทั้ง 3 ตัวแบบ และการพยากรณ์ล่วงหน้าตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2556 ถึงเดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2556 จำนวน 5 เดือน เพื่อคัดเลือกตัวแบบที่ดีที่สุดมา 1 ตัวแบบ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์คือค่าสถิติ U_1 ของ Theil จากการศึกษาพบว่าตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยคือตัวแบบผสม Pegels-ARIMA โดยตัวแบบที่ได้มีค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ล่วงหน้าเมื่อวัดด้วยค่าสถิติ U_1 ของ Theil ต่ำที่สุดเท่ากับ 0.05753 และค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการพยากรณ์มีสมบัติตามทฤษฎี กล่าวคือมีการแจกแจงแบบปกติ ไม่มีสหสัมพันธ์ในตัวเอง มีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างจากศูนย์ มีความแปรปรวนคงที่ และตัวแบบที่ได้มีความเหมาะสม เมื่อทดสอบด้วยสถิติ Q ของ Box-Ljung

คำสำคัญ : มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทย; ตัวแบบ Pegels; ตัวแบบ ARIMA; ตัวแบบผสม Pegels-ARIMA

***ผู้รับผิดชอบบทความ :** nicha@mathstat.sci.tu.ac.th

Abstract

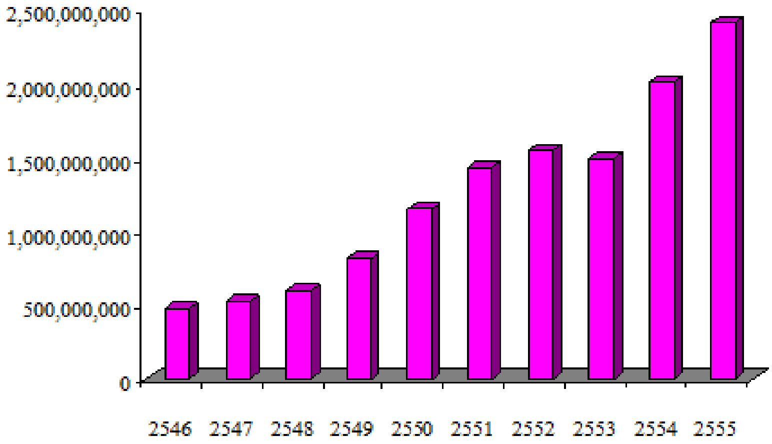
The objective of this research is to study and compare 3 models of forecasting time series, namely Pegels, ARIMA and Pegels-ARIMA hybrid models. In this study, we use the monthly time series data of Thailand's mango export value. Forecasting time series were split into two groups, the first group, we use the data collected from January 2003 to December 2012 for selection suitable models in each forecasting methods and lead forecasting 5 months. We use these lead forecasting to compare with data collected from January to May 2013 for selection the most suitable model. Theil's U_1 Statistic is used as the comparative criteria. The results showed that the Pegels-ARIMA hybrid model is the most suitable model for forecasting the monthly time series data of Thailand's mango export value. The Pegels-ARIMA hybrid model had lowest Theil's U_1 statistic of 0.05753 of 5 months lead forecast. The best forecasting model has been checked by using residual analysis. We conclude that the random errors are normally distributed, no autocorrelated, zero mean and constant variance. The model fitting was adequate for the data with the Portmanteau Statistic Q of Box-Ljung.

Keywords: Thailand's mango export value; Pegels model; ARIMA model; Pegels-ARIMA hybrid model

1. บทนำ

ประเทศไทยเป็นประเทศที่กำลังพัฒนาทั้งทางด้านการเกษตรและอุตสาหกรรม แต่การลงทุนทั้งภาครัฐและเอกชนมีน้อย ในขณะที่การส่งออกมีความสำคัญมากขึ้น ดังนั้นการส่งออกสินค้าของประเทศไทยจึงมีความสำคัญมากในแง่ของการเป็นตัวช่วยผลักดันการขยายตัวทางเศรษฐกิจและเป็นแหล่งรายได้ที่สำคัญของประเทศ นอกจากนี้ประเทศไทยยังเป็นผู้ผลิตและผู้ส่งออกสินค้าที่มีคุณภาพดีและมีชื่อเสียงแห่งหนึ่งของโลก สินค้าส่งออกด้านการเกษตรในกลุ่มของผลไม้ที่ทำรายได้ให้กับประเทศไทยมากที่สุด 5 อันดับแรก ได้แก่ ทุเรียน ลำไย มะม่วง มังคุด และลิ้นจี่ มะม่วงจัดเป็นไม้ผลเศรษฐกิจที่สำคัญของไทย โดยมะม่วงมีหลายพันธุ์ด้วยกัน แบ่งตามลักษณะการใช้ประโยชน์ เช่น มะม่วงสำหรับรับประทานผลดิบ ได้แก่ มะม่วงเขียวเสวย ฟ้าลั่น พิมเสนมัน แรด มันหนองแซง เขียวมรกต เป็นต้น มะม่วงสำหรับรับประทานผลสุก ได้แก่ น้ำดอกไม้ อกร่อง ทองดำ มหาชนก เป็นต้น มะม่วงที่ปลูกเพื่อการอุตสาหกรรมแปรรูป ได้แก่ มะม่วงแก้ว มะม่วงสามปี และมะม่วงโชคอนันต์ เป็นต้น มะม่วงเป็นผลไม้ที่มีการปลูกอย่างกว้างขวางทั้งในประเทศเขตร้อนและกึ่งร้อน จึงจัดได้ว่ามีความสำคัญมากในตลาดโลก แหล่งที่ปลูกมะม่วงมากที่สุดอยู่ในทวีปเอเชีย และประเทศที่ส่งออกมะม่วงมากที่สุดในเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ ได้แก่ ประเทศไทย และฟิลิปปินส์ โดยตลาดมะม่วงสดของประเทศไทย ได้แก่ ประเทศเวียดนาม ญี่ปุ่น เกาหลีใต้ มาเลเซีย จีน และสิงค์โปร์ สำหรับผลิตภัณฑ์มะม่วงแปรรูป ประเทศไทยผลิตสินค้าในรูปของชิ้นมะม่วงในน้ำเชื่อมบรรจุกระป๋องเป็นสินค้าหลัก โดยมีตลาดต่างประเทศ ได้แก่ ประเทศอังกฤษ และเยอรมัน [1] ในช่วงเวลา 10 ปี ที่ผ่านมา ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2546 - 2555 ประเทศไทยส่งออกมะม่วงมีมูลค่าเฉลี่ยปีละ 1,244,211,173 บาท และมี

แนวโน้มเติบโตสูงขึ้น ทำให้มูลค่าการส่งออกสูงมากในช่วงตั้งแต่ปี พ.ศ. 2550 - 2555 (รูปที่ 1, ตารางที่ 1)



รูปที่ 1 มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยตั้งแต่ปี พ.ศ. 2546 ถึง พ.ศ. 2555

ตารางที่ 1 มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยตั้งแต่ปี พ.ศ. 2546 ถึง พ.ศ. 2555

ปี พ.ศ.	มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทย (บาท)
2546	476,459,269
2547	520, 969,340
2548	595,776,694
2549	814,123,246
2550	1,146,248,875
2551	1,432,654,601
2552	1,549,313,431
2553	1,493,253,419
2554	2,006,794,243
2555	2,406,518,610

ที่มา : สำนักงานเศรษฐกิจการเกษตร

จากตารางที่ 1 พบว่ามูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยตั้งแต่ปี พ.ศ. 2546 - 2555 มีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้นเรื่อย ๆ ในทุก ๆ ปี โดยเฉพาะอย่างยิ่งในปี พ.ศ. 2554 และ พ.ศ. 2555 มีมูลค่าการส่งออกมะม่วงสูงมากถึง 2,006,794,243 และ 2,406,518, 610 บาท ตามลำดับ โดยมูลค่าการส่งออกในปี พ.ศ. 2555 สูงกว่าปี พ.ศ. 2554 คิดเป็นร้อยละ19.92 หากประเทศไทยมีการวางแผนการผลิตและส่งเสริมการส่งออกมะม่วงให้มากขึ้น ก็สามารถแข่งขันกับประเทศผู้ส่งออกรายใหญ่อื่น ๆ ได้ และก็จะเป็นการเพิ่มรายได้เข้าประเทศให้มากยิ่งขึ้นอีกด้วย การนำเทคนิคการวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่เหมาะสมมาใช้ในการพยากรณ์มูลค่าการส่งออกมะม่วงของไทยก็จะเป็นประโยชน์ต่อการคาดการณ์การส่งออกมะม่วงในช่วงต่าง ๆ ตามความต้องการของตลาดในต่างประเทศได้

การพยากรณ์อนุกรมเวลามีด้วยกันหลายวิธี แต่ละวิธีก็มีความแตกต่างกันไป เช่น ตัวแบบ Pegels เป็นตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่ใช้กับแนวโน้มและฤดูกาลแบบต่าง ๆ โดยมีตัวแบบย่อยให้ผู้วิเคราะห์เลือกใช้ตามลักษณะของข้อมูลอนุกรมเวลา

ที่ต้องการพยากรณ์ [6] จากข้อมูลมูลค่าการส่งออกมะม่วงของไทยรายเดือน พบว่ามีแนวโน้มการเติบโตสูงขึ้นอย่างรวดเร็ว ดังนั้นจึงพิจารณาตัวแบบ Pegels ที่ใช้กับข้อมูลที่มีแนวโน้มไม่เป็นเชิงเส้นแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลและมีฤดูกาลแบบเชิงคูณ ซึ่งตัวแบบ Pegels จะมีการปรับค่าในแนวระดับ แนวโน้ม และค่าดัชนีฤดูกาลทุกช่วงเวลาที่ t ซึ่งจะทำให้มีความแม่นยำในการพยากรณ์ทั้งระยะสั้นและปานกลาง ตัวแบบ ARIMA เป็นตัวแบบเชิงเส้นที่ใช้พยากรณ์อนุกรมเวลา ซึ่งใช้กันอย่างแพร่หลายตั้งปี ค.ศ. 1970 ถึงปัจจุบัน โดยมีข้อตกลงว่าค่าในอนาคตของอนุกรมเวลาเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของค่าในอดีตและค่าความคลาดเคลื่อน [5] โดยตัวแบบ ARIMA สามารถพยากรณ์อนุกรมเวลาในส่วนที่เป็นเชิงเส้นได้เพียงอย่างเดียวเท่านั้น โดยมีขั้นตอนการวิเคราะห์หลายขั้นตอนเพื่อคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด ส่วนตัวแบบผสม (hybrid model) เป็นตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่มีแนวคิดว่าข้อมูลอนุกรมเวลาชุดหนึ่งจะมีทั้งส่วนประกอบที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นรวมกัน ซึ่งตัวแบบผสมจะให้ความคลาดเคลื่อนต่ำกว่าการใช้ตัวแบบเพียงตัวแบบเดียว [10] ดังนั้นควรทำการวิเคราะห์เพื่อพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นก่อนโดยใช้ตัวแบบ Pegels และนำค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้ไปหาตัวแบบ ARIMA ซึ่งเป็นการพยากรณ์ในส่วนที่เป็นเชิงเส้น แล้วนำค่าพยากรณ์ที่ได้จากทั้งสองส่วนมารวมกันเป็นค่าพยากรณ์ด้วยตัวแบบผสม Pegels-ARIMA ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจและต้องการที่จะเปรียบเทียบตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลา 3 ตัวแบบ คือ ตัวแบบ Pegels ตัวแบบ ARIMA และตัวแบบผสม Pegels-ARIMA และใช้ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดพยากรณ์มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยรายเดือน ซึ่งจะทำให้ทราบแนวโน้มมูลค่าการส่งออกมะม่วงในอนาคต และเพื่อนำค่าพยากรณ์ที่ได้มาใช้เป็นแนวทางให้ภาครัฐบาลและเอกชนส่งเสริมการผลิตสินค้าให้เพียงพอต่อความต้องการของตลาดในต่างประเทศในช่วงที่มีความต้องการสินค้ามาก และเพื่อประโยชน์ในการวางแผนและพัฒนาการส่งออกของประเทศไทยทั้งในระยะสั้นและระยะยาวต่อไป

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

2.1 เพื่อเปรียบเทียบตัวแบบ Pegels ตัวแบบ ARIMA และตัวแบบผสม Pegels-ARIMA ในการพยากรณ์อนุกรมเวลามูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทย

2.2 เพื่อคัดเลือกตัวแบบการพยากรณ์ที่เหมาะสมที่สุดที่จะใช้ในการพยากรณ์มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทย

2.3 เพื่อพยากรณ์มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยในอนาคตโดยใช้ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด

3. สมมติฐานของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้มีสมมุติฐานที่สนับสนุนงานวิจัย คือ การพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบผสม (hybrid model) จะให้ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ต่ำกว่าการพยากรณ์โดยใช้ตัวแบบเพียงตัวแบบเดียว [10] กล่าวคือ การพยากรณ์ด้วยตัวแบบผสม Pegels-ARIMA จะให้ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ต่ำกว่าการพยากรณ์โดยใช้ตัวแบบ Pegels หรือตัวแบบ ARIMA เพียงตัวแบบเดียว การที่เลือกตัวแบบ Pegels และตัวแบบ ARIMA มาผสมกันเป็นเพราะว่าข้อมูลอนุกรมเวลาที่ทำการวิจัยมีลักษณะของแนวโน้มแบบไม่เป็นเชิงเส้นและมีฤดูกาลเข้ามาเกี่ยวข้อง ซึ่งตัวแบบ Pegels สามารถพยากรณ์โดยใช้

แนวโน้มร่วมกับฤดูกาลได้ ซึ่งจะทำให้ความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์มีค่าน้อยลง [6] ดังนั้นจะใช้ตัวแบบ Pegels พยากรณ์ส่วนประกอบที่ไม่เป็นเชิงเส้นก่อน และนำค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้ไปหาตัวแบบการพยากรณ์แบบเชิงเส้นโดยใช้ตัวแบบ ARIMA และรวมค่าพยากรณ์ทั้งสองส่วนเข้าด้วยกันเป็นตัวแบบผสม Pegels-ARIMA

4. การตรวจเอกสาร (Literature Review)

Zhang (ค.ศ. 2003) ได้ศึกษาการพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลา 3 ชุด ข้อมูลชุดที่ 1 คือ จำนวนจุดมืดบนดวงอาทิตย์ (Wolf's sunspot) เป็นข้อมูลรายปีตั้งแต่ปี ค.ศ. 1700 -1987 จำนวน 288 ปี ข้อมูลชุดที่ 2 คือ จำนวนแมวป่า (lynx) ที่ติดกับดักในแม่น้ำ Mackenzie ของประเทศแคนาดา เป็นข้อมูลรายปีตั้งแต่ปี ค.ศ. 1821 - 1934 จำนวน 144 ปี และข้อมูลชุดที่ 3 คือ อัตราแลกเปลี่ยนเงินระหว่างสกุลเงินปอนด์อังกฤษกับดอลลาร์สหรัฐอเมริกา เป็นข้อมูลอัตราแลกเปลี่ยนเฉลี่ยรายสัปดาห์ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1980 - 1993 จำนวน 731 สัปดาห์ โดยเปรียบเทียบการพยากรณ์อนุกรมเวลา 3 ตัวแบบ คือ (1) ตัวแบบ ARIMA (ARIMA model) (2) ตัวแบบเครือข่ายประสาทเทียม (artificial neural network model, ANN model) (3) ตัวแบบ hybrid (hybrid model) เป็นตัวแบบผสมระหว่างตัวแบบ ARIMA ซึ่งใช้พยากรณ์อนุกรมเวลาในส่วน ที่เป็นเชิงเส้น และตัวแบบ ANN ใช้พยากรณ์อนุกรมเวลาในส่วนที่ไม่เป็นเชิงเส้น เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (mean square error, MSE) และค่าเฉลี่ยส่วนเบี่ยงเบนสัมบูรณ์ (mean absolute deviation, MAD) จากการศึกษาพบว่าตัวแบบ hybrid ให้ค่าความคลาดเคลื่อนเมื่อวัดด้วย MSE และ MAD ต่ำที่สุดในการพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาทั้งระยะสั้นและระยะยาว [10]

Suhartono และ Muhammad Hisyam Lee (ค.ศ. 2011) ได้ศึกษาการพยากรณ์จำนวนนักท่องเที่ยวที่ได้เข้ามาท่องเที่ยวในเกาะ Bali ประเทศอินโดนีเซีย ข้อมูลที่ใช้ศึกษาเป็นข้อมูลรายเดือนตั้งแต่เดือนมกราคม ค.ศ. 1989 ถึงเดือนธันวาคม ค.ศ. 1997 จำนวน 108 เดือน โดยเปรียบเทียบการพยากรณ์อนุกรมเวลา 4 ตัวแบบ คือ (1) ตัวแบบการแยกส่วนประกอบ (decomposition model) (2) ตัวแบบ ARIMA (ARIMA model) (3) ตัวแบบของ Winter (Winter's model) และ (4) ตัวแบบ hybrid (hybrid model) เป็นตัวแบบผสมระหว่างตัวแบบของ Winter กับตัวแบบพยากรณ์อนุกรมเวลาแบบ fuzzy ถ่วงน้ำหนัก (weighted fuzzy time series model, WFTS model) ซึ่งการกำหนดน้ำหนักใช้แนวคิด 4 วิธี คือ (1) วิธีของ Chen (Chen's method, ค.ศ. 1996) (2) วิธีของ Yu (Yu's method, ค.ศ. 2005) (3) วิธีของ Cheng (Cheng's method, ค.ศ. 2008) และ (4) วิธีของ Lee (Lee's method, ค.ศ. 2010) เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ คือ ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (root mean square error, RMSE) จากการศึกษาพบว่าตัวแบบ hybrid ระหว่างตัวแบบของ Winter และตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลาแบบ fuzzy ถ่วงน้ำหนักโดยใช้ วิธีของ Lee (Lee's WFTS method) ให้ค่าความคลาดเคลื่อนเมื่อวัดด้วย RMSE ต่ำที่สุดเท่ากับ 9.174 [8]

Amir Azizi และคณะ (ค.ศ. 2012) ได้ศึกษาการพยากรณ์ปริมาณการผลิตกระเบื้องปูพื้นของโรงงานที่ตั้งอยู่ในประเทศอิหร่าน ข้อมูลที่ใช้ใน

การศึกษาครั้งนี้เป็นข้อมูลรายสัปดาห์จำนวน 104 สัปดาห์ ตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่ใช้ในการศึกษามี 3 ตัวแบบ คือ (1) ตัวแบบการถดถอยพหุคูณแบบโพลิโนเมียล (multiple polynomial regression model) มีตัวแบบย่อยที่ศึกษา 2 ตัวแบบ คือ ตัวแบบการถดถอยพหุคูณแบบกำลัง 2 (multiple quadratic regression, MQR model) และตัวแบบการถดถอยพหุคูณแบบกำลัง 3 (multiple cubic regression, MCR model) (2) ตัวแบบ ARIMA (autoregressive integrated moving average model, ARIMA model) และ (3) ตัวแบบ hybrid (hybrid model) ในการศึกษาครั้งนี้ได้กำหนดตัวแปรตาม (dependent variable: Y) คือ ปริมาณการผลิตกระเบื้องปูพื้น และตัวแปรอิสระ (independent variable: X) ซึ่งมี 4 ตัว คือ X_1 แทน เวลาที่หยุดทำงาน X_2 แทน ปริมาณความต้องการกระเบื้องปูพื้น X_3 แทนจำนวนการผลิตล่วงหน้า X_4 แทนปริมาณของกระเบื้องปูพื้นที่ไม่ได้คุณภาพ เกณฑ์ที่ใช้วัดความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (mean square error, MSE) จากการศึกษาพบว่า ตัวแบบ hybrid ของ MCR-ARIMA เป็นตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ปริมาณการผลิตกระเบื้องปูพื้น เนื่องจากมีค่า MSE ต่ำที่สุดและให้ค่า adjusted R-squared เท่ากับ 98.90 % ซึ่งมีค่ามากที่สุด [3]

5. วิธีการทางสถิติที่ใช้ในงานวิจัย

ในการศึกษาเปรียบเทียบตัวแบบ Pegels ตัวแบบ ARIMA และตัวแบบผสม Pegels-ARIMA ในการพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลามูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทย โดยมีรายละเอียดของตัวแบบการพยากรณ์ทั้ง 3 ตัวแบบ ดังนี้

5.1 การพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบ Pegels

ตัวแบบ Pegels เป็นตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่นำเสนอโดย Pegels [6] ในปี ค.ศ. 1969 โดยใช้ แนวคิดของ Winters ปี ค.ศ. 1960 [9] โดย Pegels ได้นำเสนอวิธีการทำให้เรียบแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลที่ใช้กับข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีแนวโน้มแบบเชิงคูณ (multiplicative trend) หรือ เรียกว่า แนวโน้มแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (exponential trend) สามารถใช้ได้กับข้อมูลอนุกรมเวลาที่ไม่มีฤดูกาลและมีฤดูกาล โดยฤดูกาลอาจเป็นแบบเชิงบวก (additive seasonal) หรือฤดูกาลแบบเชิงคูณ (multiplicative seasonal) สำหรับตัวแบบของ Pegels ที่ใช้พยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีแนวโน้มแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลและมีฤดูกาลแบบเชิงคูณ กล่าวคือ ขนาดของฤดูกาลแปรผันไปตามเวลาที่เปลี่ยนไป โดยมีสมการตัวแบบดังนี้

$$Y_t = \beta_{0,t}\,(\beta_{1,t})^t\,S_t + \varepsilon_t \text{ -----------------(1)}$$

โดยที่

Y_t คือ ข้อมูล ณ เวลาที่ t

$\beta_{0,t}$ คือ พารามิเตอร์แสดงค่าในแนวระดับ ณ เวลาที่ t

$\beta_{1,t}$ คือ พารามิเตอร์แสดงอัตราการเพิ่มขึ้นของแนวโน้ม ณ เวลาที่ t

S_t คือ ดัชนีฤดูกาล ณ เวลาที่ t

ε_t คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม (random error) ณ เวลาที่ t

สมการพยากรณ์ล่วงหน้าจากช่วงเวลาที่ t ไป ℓ หน่วย คือ

$$\hat{Y}_t(\ell) = \hat{\beta}_{0,t}\,(\hat{\beta}_{1,t})^{\ell}\,\hat{S}_{t+\ell-S} \text{ ---------------(2)}$$

โดยที่

$$\hat{\beta}_{0,t} = \alpha\left(\frac{Y_t}{\hat{S}_{t-S}}\right) + (1-\alpha)[(\hat{\beta}_{0,t-1})(\hat{\beta}_{1,t-1})] \text{--}(3)$$

$$\hat{\beta}_{1,t} = \gamma\left(\frac{\hat{\beta}_{0,t}}{\hat{\beta}_{0,t-1}}\right) + (1-\gamma)\hat{\beta}_{1,t-1} \text{----------}(4)$$

$$\hat{S}_t = \delta\left(\frac{Y_t}{\hat{\beta}_{0,t}}\right) + (1-\delta)\hat{S}_{t-S} \text{---------------}(5)$$

$\hat{\beta}_{1,t}$ คือ ค่าประมาณในแนวระดับ ณ เวลาที่ t

$\hat{S}_t$ คือ ค่าประมาณของดัชนีฤดูกาล ณ เวลาที่ t

S คือ ความยาวของฤดูกาลใน 1 รอบ ถ้าข้อมูลเป็นรายเดือน S = 12

ℓ คือ จำนวนหน่วยเวลาล่วงหน้าจากช่วงเวลาที่ t

α คือ ค่าคงที่ในการทำให้เรียบในแนวระดับ ($0 < \alpha < 1$)

γ คือ ค่าคงที่ในการทำให้เรียบในแนวโน้ม ($0 < \gamma < 1$)

δ คือ ค่าคงที่ในการทำให้เรียบในแนวฤดูกาล ($0 < \delta < 1$)

5.2 การพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบ ARIMA

ตัวแบบ ARIMA ได้พัฒนาขึ้นโดย Box และ Jenkins [5] ในปี ค.ศ. 1970 โดยตัวแบบ ARIMA เป็นวิธีการพยากรณ์ที่นำข้อมูลอนุกรมเวลาในอดีตมาหาตัวแบบที่เหมาะสม และใช้ตัวแบบที่ได้พยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาในอนาคต โดยข้อมูลอนุกรมเวลาที่จะนำมาวิเคราะห์ต้องมีสมบัติ stationary กล่าวคือ ข้อมูลมีค่าเฉลี่ยคงที่และความแปรปรวนคงที่ ซึ่งการพยากรณ์ด้วยวิธีการของบ็อกซ์-เจนกินส์ จะเลือกตัวแบบที่ใช้ในการพยากรณ์ โดยพิจารณาจากลักษณะของฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง (autocorrelation function, ACF) และฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองส่วนย่อย (partial autocorrelation function, PACF) โดยตัวแบบที่เป็นไปได้ในเบื้องต้นอาจมีมากกว่าหนึ่งตัวแบบ ดังนั้นจึงต้องมีขั้นตอนการตรวจสอบเพื่อเลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดเพื่อใช้ในการพยากรณ์อนุกรมเวลาดังกล่าวต่อไป ตัวแบบ ARIMA ที่ใช้ในการศึกษามีชื่อเต็มว่า multiplicative seasonal autoregressive integrated moving average model of order (p,d,q)(P,D,Q) หรือ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\text{ARIMA}(p,d,q)(P,D,Q)_S$ โดยมีสมการตัวแบบดังนี้

$$(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\ldots-\phi_p B^p)(1-\Phi_1 B^S-\Phi_2 B^{2S}-\ldots-\Phi_P B^{PS})(1-B)^d(1-B^S)^D Y_t$$
$$= (1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\ldots-\theta_q B^q)(1-\Theta_1 B^S-\Theta_2 B^{2S}-\ldots-\Theta_Q B^{QS})\varepsilon_t \text{------------------------}(6)$$

โดยที่ Y_t คือ ข้อมูล ณ เวลาที่ t

B คือ backshift operator

ε_t คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม (random error) ณ เวลาที่ t

$\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_p$ คือ พารามิเตอร์แสดงค่าของ nonseasonal autoregressive process อันดับที่ 1,2,…,p ตามลำดับ

$\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q$ คือ พารามิเตอร์แสดงค่าของ nonseasonal moving average process อันดับที่ 1,2,…,q ตามลำดับ

$\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_P$ คือ พารามิเตอร์แสดงค่าของ seasonal autoregres-sive process อันดับที่ 1,2, …, P ตามลำดับ

$\Theta_1, \Theta_2, ..., \Theta_Q$ คือ พารามิเตอร์แสดงค่าของ seasonal moving average process อันดับที่ 1,2,…,Q ตามลำดับ

p คือ อันดับที่ p ของกระบวนการ autoregressive แบบ nonseasonal

d คือ อันดับที่ d ของการหาผลต่างแบบ nonseasonal เพื่อทำให้อนุกรมเวลา มีค่าเฉลี่ยคงที่

q คือ อันดับที่ q ของกระบวนการ moving average แบบ nonseasonal

P คือ อันดับที่ P ของกระบวนการ autoregressive แบบ seasonal

D คือ อันดับที่ D ของการหาผลต่างแบบ seasonal เพื่อทำให้อนุกรมเวลา มีค่าเฉลี่ยคงที่

Q คือ อันดับที่ Q ของกระบวนการ moving average แบบ seasonal

S คือ ความยาวของฤดูกาลใน 1 รอบ ถ้าข้อมูลเป็นรายเดือน S = 12

5.3 การพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบผสม

ตัวแบบผสม (hybrid model) เป็นตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่นำเสนอโดย Zhang [10] ในปี ค.ศ. 2003 โดยมีข้อสมมติว่าข้อมูลอนุกรมเวลาชุดหนึ่งจะมีทั้งส่วนประกอบที่เป็นเชิงเส้น แทนด้วย L_t และส่วนประกอบ ที่ไม่เป็นเชิงเส้น แทนด้วย N_t โดยมีสมการตัวแบบดังนี้

$$Y_t = N_t + L_t + \varepsilon_t \text{ -------------------------(7)}$$

โดยที่ Y_t คือ ข้อมูล ณ เวลาที่ t

N_t คือ ส่วนประกอบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ณ เวลาที่ t

L_t คือ ส่วนประกอบที่เป็นเชิงเส้น ณ เวลาที่ t

ε_t คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม (random error) ณ เวลาที่ t

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำตัวแบบ Pegels และตัวแบบ ARIMA มาผสมกันเป็นตัวแบบผสม Pegels-ARIMA กล่าวคือในขั้นตอนแรกจะพยากรณ์อนุกรมเวลาในส่วนที่ไม่เป็นเชิงเส้นก่อนโดยใช้ตัวแบบ Pegels กรณีข้อมูลอนุกรมเวลามีแนวโน้มที่ไม่เป็นเชิงเส้นแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลและมีฤดูกาลแบบเชิงคูณ ซึ่งตัวแบบ Pegels เป็นตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่ไม่ซับซ้อน โดยมีการปรับค่าในแนวระดับ แนวโน้ม และค่าดัชนีฤดูกาล ทุกช่วงเวลาที่ t โดยใช้ค่าคงที่ในการทำให้เรียบแยกกัน 3 ค่า คือ α, γ และ δ ตามลำดับ ทำให้มีความแม่นยำในการพยากรณ์ ส่วนขั้นตอนที่สอง จะนำข้อมูลอนุกรมเวลาของค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากตัวแบบ Pegels ไปหาตัวแบบ ARIMA ที่เหมาะสม ซึ่งเป็นการพยากรณ์อนุกรมเวลาในส่วนที่เป็นเชิงเส้นเพียงอย่างเดียวเท่านั้น โดยมีขั้นตอนการวิเคราะห์เพื่อคัดเลือกตัวแบบที่เหมาะสมต่อไป โดยข้อมูลที่นำมาใช้ในการพยากรณ์จะต้องมีสมบัติ stationary และขั้นตอนที่สาม จะนำส่วนประกอบที่พยากรณ์โดยใช้ตัวแบบ Pegels และตัวแบบ ARIMA มารวมกันเป็นค่าพยากรณ์ด้วยตัวแบบผสม Pegels-ARIMA

5.4 การเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลา

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลาคือ สถิติ U_1 ของ Theil (Theil's U_1 Statistic) สถิติ U_1 ของ Theil เป็นค่าที่ใช้เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลง

ของค่าจริงกับการเปลี่ยนแปลงของค่าที่ได้จากการพยากรณ์ โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ของสถิติ U_1 จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ค่า U_1 ไม่มีหน่วย ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ U_1 มีค่าเข้าใกล้ 0 แสดงว่าการพยากรณ์มีความถูกต้องแม่นยำมาก [7] มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$U_1 = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n}}}{\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} Y_t^2}{n}} + \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} \hat{Y}_t^2}{n}}} \text{-------------(8)}$$

โดยที่

Y_t คือ ข้อมูล ณ เวลาที่ t

$\hat{Y}_t$ คือ ค่าพยากรณ์ของข้อมูล ณ เวลาที่ t

6. วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเพื่อเปรียบเทียบตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลา 3 ตัวแบบ มีขั้นตอนการดำเนินงาน ดังนี้

6.1 การรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ได้เก็บรวบรวมข้อมูลมูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยจากเว็บไซต์ของสำนักงานเศรษฐกิจการเกษตร [2] โดยอนุกรมเวลาที่ใช้ในการศึกษาเป็นข้อมูลรายเดือน ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2546 ถึงเดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2556 จำนวน 125 เดือน)

6.2 ขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล จะแบ่งข้อมูลเป็น 2 ส่วน ดังนี้

6.2.1 ส่วนที่ 1 ใช้ข้อมูลตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2546 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2555 จำนวน 120 เดือน เพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสมในแต่ละวิธีพยากรณ์

6.2.2 ส่วนที่ 2 ใช้ข้อมูลตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2556 ถึงเดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2556 จำนวน 5 เดือน นำไปเปรียบเทียบกับค่าพยากรณ์ล่วงหน้าที่ได้ในแต่ละตัวแบบการพยากรณ์ทั้ง 3 ตัวแบบ และเลือกตัวแบบพยากรณ์ที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดเมื่อวัดด้วยสถิติ U_1 ของ Theil โดยแต่ละตัวแบบการพยากรณ์ มีขั้นตอนการวิเคราะห์ดังนี้

(1) ตัวแบบ Pegels

การพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบ Pegels มีขั้นตอน ดังนี้

(1.1) หาค่าเริ่มต้น (initial value) ในแนวระดับ ($\hat{\beta}_{0,t=0}$) ค่าเริ่มต้นในแนวโน้ม ($\hat{\beta}_{1,t=0}$) และดัชนีฤดูกาลเริ่มต้น ($\hat{S}_{-11}, \hat{S}_{-10}, ..., \hat{S}_0$) และค่าคงที่ในการทำให้เรียบ (smoothing constant) ในแนวระดับ (α), ค่าคงที่ในการทำให้เรียบในแนวโน้ม (γ) และค่าคงที่ในการทำให้เรียบในแนวฤดูกาล (δ) โดยวิธี Grid Search ซึ่งเป็นวิธีการหาค่าคงที่ในการทำให้เรียบที่ทำให้มีผลรวมความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (SSE) น้อยที่สุด โดยทำการแทนค่าคงที่ในการทำให้เรียบ แต่ละตัวในสมการตัวแบบของ Pegels โดยให้เริ่มต้นที่ 0.01 และเพิ่มค่าขึ้นครั้งละ 0.01 และไปสิ้นสุดที่ 1 โดยโปรแกรมจะทำการแทนค่าคงที่ในการทำให้เรียบแต่ละตัวที่ถูกกำหนดในช่วงดังกล่าวในสมการพยากรณ์ตั้งแต่ t=1,2,…,n และคำนวณค่า SSE ออกมาทุกครั้งของการเพิ่มค่าคงที่ในการทำให้เรียบ โดยทำซ้ำ (iteration) เช่นนี้เรื่อยไปจนกระทั่งสิ้นสุดกระบวนการแทนค่าในช่วงดังกล่าว และโปรแกรมจะแสดงค่าคงที่ในการทำให้เรียบที่ให้ค่า SSE ต่ำที่สุด 10 อันดับแรก

(1.2) นำค่าเริ่มต้นในแนวระดับ ($\hat{\beta}_{0,t=0}$) ค่าเริ่มต้นในแนวโน้ม ($\hat{\beta}_{1,t=0}$) ดัชนีฤดูกาลเชิงคูณ

เริ่มต้น ($\hat{S}_{-11}, \hat{S}_{-10}, ..., \hat{S}_0$) และค่าคงที่ในการทำให้เรียบที่หามาได้จากข้อ (1.1) มาสร้างสมการพยากรณ์ คำนวณค่าพยากรณ์ และค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ของข้อมูลแต่ละช่วงเวลา

(1.3) คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ด้วยค่าสถิติ U_1 ของ Theil

(2) ตัวแบบ ARIMA

การพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบ ARIMA โดยวิธีการของบ็อกซ์-เจนกินส์ มีขั้นตอนดังนี้

(2.1) นำข้อมูลอนุกรมเวลาไปเขียนกราฟ เพื่อดูว่ามีค่าเฉลี่ยคงที่และค่าความแปรปรวนคงที่หรือไม่ กล่าวคือต้องมีคุณสมบัติ stationary ถ้าหากข้อมูลอนุกรมเวลามีสมบัติ nonstationary จะต้องทำการปรับข้อมูลให้มีคุณสมบัติ stationary ก่อนโดยการแปลงด้วย natural logarithms ให้กับข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีความแปรปรวนไม่คงที่ และทำการหาผลต่างอันดับที่ d แบบไม่มีฤดูกาล (nonseasonal difference) ให้กับข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีแนวโน้ม และในกรณีที่ข้อมูลอนุกรมเวลามีฤดูกาลจะต้องหาผลต่างอันดับที่ D แบบมีฤดูกาล (seasonal difference) เพื่อทำให้อนุกรมเวลามีค่าเฉลี่ยคงที่

(2.2) เมื่อปรับข้อมูลอนุกรมเวลาให้มีสมบัติ stationary แล้วจึงนำไปเขียนกราฟแสดงค่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง (ACF) และค่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองส่วนย่อย (PACF) เพื่อหาอันดับของ q , Q และ p , P

(2.3) นำอันดับ q , Q และอันดับของ p , P และ d , D ถ้ามีการหาผลต่าง มาสร้างตัวแบบที่เป็นไปได้ซึ่งแทนด้วย ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)$_S$ โดยตัวแบบที่เป็นไปได้อาจมีมากกว่า 1 ตัวแบบ

(2.4) นำตัวแบบที่เป็นไปได้แต่ละตัวแบบมาหาค่าประมาณของพารามิเตอร์ในตัวแบบด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และทดสอบพารามิเตอร์แต่ละตัวว่าอยู่ในสมการตัวแบบหรือไม่ ถ้ามีพารามิเตอร์ไม่อยู่ในสมการตัวแบบจะไม่ทำการพิจารณาตัวแบบนั้นต่อ แต่ถ้า constant ไม่อยู่ในสมการตัวแบบเพียงตัวเดียวเท่านั้น จะทำการประมวลผลใหม่โดยการตัด ตัว constant ออก และทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบใหม่อีกครั้ง

(2.5) คำนวณค่าพยากรณ์และความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ด้วยค่าสถิติ U_1 ของ Theil

(2.6) ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบที่ได้ในข้อ (2.4)

(3) ตัวแบบผสม Pegels-ARIMA (Pegels-ARIMA hybrid model)

การพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบผสม Pegels-ARIMA มีขั้นตอน ดังนี้

(3.1) ใช้ตัวแบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลา Y_t เพื่อประมาณส่วนประกอบที่ไม่เป็นเชิงเส้น แทนด้วย $\hat{N}_t$ ในการศึกษาครั้งนี้ จะคำนวณค่าพยากรณ์มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยรายเดือนด้วยตัวแบบ Pegels กรณีใช้แนวโน้มแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (exponential trend) และมีฤดูกาลแบบเชิงคูณ (multiplicative seasonal)

(3.2) หาส่วนเหลือจากตัวแบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น กล่าวคือ คำนวณค่า $\hat{\varepsilon}_t = Y_t - \hat{N}_t$ หรือ $e_t = Y_t - \hat{N}_t$ ทุกช่วงเวลาที่ t โดยที่ $\hat{N}_t$ คือค่าพยากรณ์ด้วยตัวแบบ Pegels

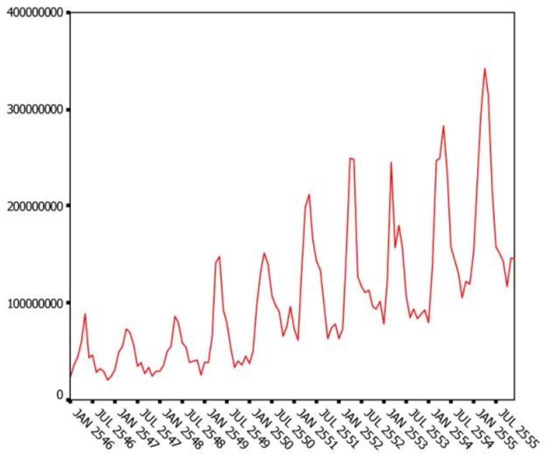
(3.3) ใช้ตัวแบบที่เป็นเชิงเส้น ในที่นี้ คือตัวแบบ ARIMA พยากรณ์ค่าส่วนเหลือ (e_t) ที่ได้ในข้อ (3.2) ในขั้นตอนนี้จะเป็นการประมาณค่าส่วน

ประกอบที่เป็นเชิงเส้น โดยค่าพยากรณ์ของค่าส่วนเหลือ (e_t) แทนด้วย $\hat{L}_t$

(3.4) คำนวณค่าพยากรณ์ของอนุกรมเวลา Y_t โดยรวมค่าประมาณของส่วนประกอบทั้ง 2 ส่วนที่ได้จากข้อ (3.2) และข้อ (3.3) กล่าวคือ หา $\hat{Y}_t = \hat{N}_t + \hat{L}_t$

(3.5) คำนวณค่าพยากรณ์และความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ด้วยค่าสถิติ U_1 ของ Theil

(3.6) ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบที่ได้ในข้อ (3.4)



รูปที่ 2 มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยรายเดือน ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2546 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2555

7. ผลการวิจัย

การวิเคราะห์ข้อมูลมูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยรายเดือนด้วยตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลา 3 ตัวแบบ คือ ตัวแบบ Pegels, ตัวแบบ ARIMA และตัวแบบผสม Pegels-ARIMA โดยประมวลผลข้อมูลด้วยโปรแกรม SPSS for Windows Version 11.5 ได้ผลการวิจัย ดังนี้

7.1 ตัวแบบ Pegels

การวิเคราะห์ลักษณะข้อมูลเบื้องต้นของมูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยรายเดือน (Y) ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2546 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2555 แสดงดังรูปที่ 2

จากรูปที่ 2 พบว่ามูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยรายเดือนมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเป็นแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล และมีฤดูกาลเข้ามาเกี่ยวข้อง ซึ่งขนาดของฤดูกาลจะแปรผันไปตามเวลาดังนั้นจัดเป็นความแปรผันตามฤดูกาลแบบเชิงคูณ ดังนั้นจะทำการประมวลผลข้อมูลมูลค่าการส่งออกมะม่วงด้วยตัวแบบของ Pegels และใช้วิธี Grid Search เพื่อหาค่าคงที่ในการทำให้เรียบ พบว่าค่าคงที่ในการทำให้เรียบในแนวระดับ $(\alpha) = 0.14$, ค่าคงที่ในการทำให้เรียบในแนวโน้ม $(\gamma) = 0.01$ และค่าคงที่ในการทำให้เรียบในฤดูกาล $(\delta) = 0.01$ โดยมีค่า SSE ต่ำที่สุด = 74,153,992,401,497,900 และมีค่าเริ่มต้นที่เป็นค่าประมาณในแนวระดับ $(\hat{\beta}_{0,t=0})$ = 37,970,939.389 และค่าเริ่มต้นที่เป็นค่าประมาณของอัตราการเพิ่มขึ้นของแนวโน้ม $(\hat{\beta}_{1,t=0}) = 1.00747$ และค่าดัชนีฤดูกาลเชิงคูณเริ่มต้นตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนธันวาคมมีค่าดังนี้ $\hat{S}_{-11}$ = 60.56318, $\hat{S}_{-10}$ = 80.16864, $\hat{S}_{-9}$ = 129.15637, $\hat{S}_{-8}$ = 163.87738, $\hat{S}_{-7}$ = 174.32847, $\hat{S}_{-6}$ = 133.86176, $\hat{S}_{-5}$ = 101.96410, $\hat{S}_{-4}$ = 87.30074, $\hat{S}_{-3}$ = 75.17702, $\hat{S}_{-2}$ = 65.38322, $\hat{S}_{-1}$ = 62.84164, $\hat{S}_{0}$ = 65.37748 นำค่าคงที่ในการทำให้เรียบและค่าเริ่มต้นมาใช้ในการคำนวณค่าพยากรณ์โดยวิธีของ Pegels โดยมีสมการพยากรณ์ล่วงหน้าจากช่วงเวลาที่ t ไป ℓ หน่วย คือ

$$\hat{Y}_t(\ell) = \hat{\beta}_{0,t}\,(\beta_{1,t})^{\ell}\,\hat{S}_{t+\ell-12} \text{ --------------(9)}$$

โดยที่ $\hat{\beta}_{0,t} = 0.14\left(\dfrac{Y_t}{\hat{S}_{t-12}}\right) + (1-0.14)[(\hat{\beta}_{0,t-1})(\hat{\beta}_{1,t-1})]$ -(10)

$$\hat{\beta}_{1,t} = 0.01\left(\frac{\hat{\beta}_{0,t}}{\hat{\beta}_{0,t-1}}\right) + (1-0.01)\hat{\beta}_{1,t-1} \text{------------} (11)$$

$$\hat{S}_t = 0.01\left(\frac{Y_t}{\hat{\beta}_{0,t}}\right) + (1-0.01)\hat{S}_{t-12} \text{----------------} (12)$$

คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการพยากรณ์ โดยมีค่า U_1 เท่ากับ 0.09973 และมีค่า R^2 เท่ากับ 87.20 % โดยมีค่าสถิติ Q เท่ากับ 65.375 และมี p-value < 0.05

7.2 ตัวแบบ ARIMA

อนุกรมเวลาที่จะนำมาวิเคราะห์โดยวิธีของบ็อกซ์-เจนกินส์จะต้องมีสมบัติ stationary เมื่อพิจารณาจากกราฟรูปที่ 2 พบว่าอนุกรมเวลามูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยรายเดือนมีความแปรปรวนไม่คงที่ ดังนั้นจึงแปลงข้อมูลด้วย natural logarithms (แทนด้วย ln Y) และหาผลต่างอันดับที่ 1 แบบ nonseasonal (d=1) และหาผลต่างอันดับที่ 1 แบบ seasonal (D=1) เพื่อทำให้อนุกรมเวลามีค่าเฉลี่ยคงที่อยู่ในระดับเดียวกัน และนำข้อมูลที่ได้ไปเขียนกราฟแสดงค่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง (ACF) และค่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองส่วนย่อย (PACF) ตามลำดับ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการกำหนดอันดับที่ q , Q และ p , P ในตัวแบบ ARIMA พบว่าตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด คือ ARIMA(1,1,1)$(0,1,1)_{S=12}$ โดยมีสมการตัวแบบ คือ

$$(1-\phi_1 B)(1-B)^1(1-B^{12})^1 Y_t = (1-\theta_1 B)(1-\Theta_1 B^{12})\varepsilon_t \text{--} (13)$$

$$Y_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} + \phi_1 Y_{t-1} - \phi_1 Y_{t-2} - \phi_1 Y_{t-13} + \phi_1 Y_{t-14} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \text{----------------} (14)$$
$$- \Theta_1 \varepsilon_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 \varepsilon_{t-13} + \varepsilon_t$$

ตัวแบบ ARIMA(1,1,1))$(0,1,1)_{S=12}$ มีสมการพยากรณ์ คือ

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} + \hat{\phi}_1 Y_{t-1} - \hat{\phi}_1 Y_{t-2} - \hat{\phi}_1 Y_{t-13} + \hat{\phi}_1 Y_{t-14} - \hat{\theta}_1 e_{t-1} \text{----------------} (15)$$
$$- \hat{\Theta}_1 e_{t-12} + \hat{\theta}_1 \hat{\Theta}_1 e_{t-13}$$

ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ ARIMA(1,1,1)$(0,1,1)_{S=12}$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ได้ค่าดังนี้

$\hat{\phi}_1$ = 0.36363762 (ค่าสถิติ t = 3.131508 และมี p-value < 0.05)

$\hat{\theta}_1$ = 0.88267810 (ค่าสถิติ t = 13.708963 และมี p-value < 0.05)

$\hat{\Theta}_1$ = 0.69682510 (ค่าสถิติ t = 7.184024 และมี p-value < 0.05)

สมการตัวแบบ ARIMA(1,1,1)$(0,1,1)_{S=12}$ ดังกล่าวมีความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการพยากรณ์เมื่อวัดด้วยค่า U_1 เท่ากับ 0.10003 และมีค่า R^2 เท่ากับ 85.27 % และเมื่อตรวจสอบสหสัมพันธ์ในตัวเองของค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้ พบว่าไม่มีสหสัมพันธ์ในตัวเอง ตั้งแต่ Lag ที่ 1 ถึง 30 โดยมีค่าสถิติ Q เท่ากับ 19.415 และมี p-value เท่ากับ 0.931

7. 3 ตัวแบบผสม Pegels-ARIMA

ในเบื้องต้นจะต้องประมาณค่าของอนุกรมเวลาด้วยตัวแบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นก่อน กล่าวคือ จะคำนวณค่าพยากรณ์มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยรายเดือนโดยใช้ตัวแบบ Pegels กรณีมีแนวโน้มแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (exponential trend) และมีฤดูกาลแบบเชิงคูณ (multiplicative seasonal) ซึ่งในขั้นตอนนี้จะแทนค่าพยากรณ์ที่ได้จากตัวแบบ Pegels ด้วย $\hat{N}_t = \hat{\beta}_{0,t}(\hat{\beta}_{1,t})^{\ell}\hat{S}_{t+\ell-12}$ และคำนวณ

ค่าส่วนเหลือ แทนด้วย $e_t = Y_t - \hat{N}_t$ ทุกช่วงเวลาที่ t และเมื่อเขียนกราฟของค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้เทียบกับเวลา พบว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากตัวแบบ Pegels มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามเวลา ดังนั้นจะนำค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากตัวแบบ Pegels ไปหาตัวแบบ ARIMA ที่เหมาะสมต่อไป โดยตัวแบบ ARIMA เป็นตัวแบบที่ใช้พยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาในส่วนที่เป็นเชิงเส้น โดยพิจารณาจากกราฟแสดงค่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง (ACF) และฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองส่วนย่อย (PACF) ของค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการพยากรณ์ด้วยตัวแบบ Pegels เพื่อใช้เป็นแนวทางในการกำหนดอันดับที่ q , Q และ p , P ในตัวแบบ ARIMA พบว่าตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดคือ ARIMA(0,0,1) หรือเรียกว่าตัวแบบ MA(1) โดยมีสมการตัวแบบ คือ

$$L_t = (1-\theta_1 B)a_t \text{ ----------------------(16)}$$

$$L_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} \text{ ----------------------(17)}$$

โดยที่ L_t คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากตัวแบบ Pegels ณ เวลา ที่ t

θ_1 คือ พารามิเตอร์แสดงค่าของ nonseasonal moving average process อันดับที่ 1

a_t คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม (random error) ณ เวลาที่ t

ตัวแบบ ARIMA(0,0,1) ของค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากตัวแบบ Pegels มีสมการพยากรณ์ คือ

$$\hat{L}_t = -\hat{\theta}_1 \hat{a}_{t-1} \text{ -------------------------(18)}$$

ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบ ARIMA(0,0,1) ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ได้ค่าดังนี้

$\hat{\theta}_1$ = -0.55959334 (ค่าสถิติ t = -7.3035691 และมี p-value < 0.05)

คำนวณค่าพยากรณ์ของอนุกรมเวลา Y_t โดยหาผลรวมของค่าประมาณของส่วนประกอบทั้ง 2 ส่วนคือ $\hat{N}_t$ และ $\hat{L}_t$ จะได้สมการพยากรณ์ของตัวแบบผสม Pegels-ARIMA คือ

$$\hat{Y}_t = \hat{N}_t + \hat{L}_t \text{ ---------------------------------------(19)}$$

$$\hat{Y}_t = [(\hat{\beta}_{0,t}\,(\hat{\beta}_{1,t})^{\ell}\,\hat{S}_{t+\ell-12})] + (-\hat{\theta}_1 \hat{a}_{t-1}) \text{ -------(20)}$$

ตัวแบบผสม Pegels-ARIMA ดังกล่าวมีค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการพยากรณ์เมื่อวัดด้วยค่า U_1 เท่ากับ 0.08358 และมีค่า R^2 เท่ากับ 90.98 % โดยค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากตัวแบบผสม Pegels-ARIMA ไม่มีสหสัมพันธ์ในตัวเอง ตั้งแต่ Lag ที่ 1 ถึง 30 โดยมีค่าสถิติ Q เท่ากับ 22.685 และมี p-value เท่ากับ 0.828

เมื่อได้ตัวแบบที่เหมาะสมในแต่ละวิธีพยากรณ์ทั้ง 3 ตัวแบบ แล้วทำการพยากรณ์มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยรายเดือนล่วงหน้าตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2556 ถึงเดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2556 จำนวน 5 เดือน แล้วคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ด้วยค่าสถิติ U_1 ของ Theil และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ แสดงดังตารางที่ 2

จากตารางที่ 2 พบว่าตัวแบบผสม Pegels-ARIMA มีค่าความคลาดเคลื่อนที่วัดด้วย U_1 ต่ำที่สุดเป็นอันดับที่ 1 ทั้งการพยากรณ์ในอดีต และการพยากรณ์ล่วงหน้า โดยมีค่า U_1 เท่ากับ 0.08358 และ 0.05753 ตามลำดับ โดยตัวแบบผสม Pegels-ARIMA มีค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) มากที่สุดเท่ากับ 90.98 % นอกจากนี้ได้ทำการตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบผสม Pegels-ARIMA พบว่าค่าความคลาดเคลื่อนมีสมบัติตามทฤษฎีครบทุกข้อคือ

ตารางที่ 2 เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนด้วยค่าสถิติ U_1 ของ Theil และค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) ที่ได้จากการพยากรณ์โดยใช้ตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลา 3 ตัวแบบ

ตัวแบบ	ค่าสถิติ U_1 ของ Theil		R^2 (%)
	การพยากรณ์ในอดีต มกราคม 2546 - ธันวาคม 2555 (จำนวน 120 เดือน)	การพยากรณ์ล่วงหน้า มกราคม 2556 - พฤษภาคม 2556 (จำนวน 5 เดือน)	
1. Pegels	0.09973	0.06076	87.20
2. ARIMA(1,1,1)(0,1,1)$_{S=12}$	0.10003	0.08183	85.27
3. Pegels-ARIMA	0.08358	0.05753	90.98

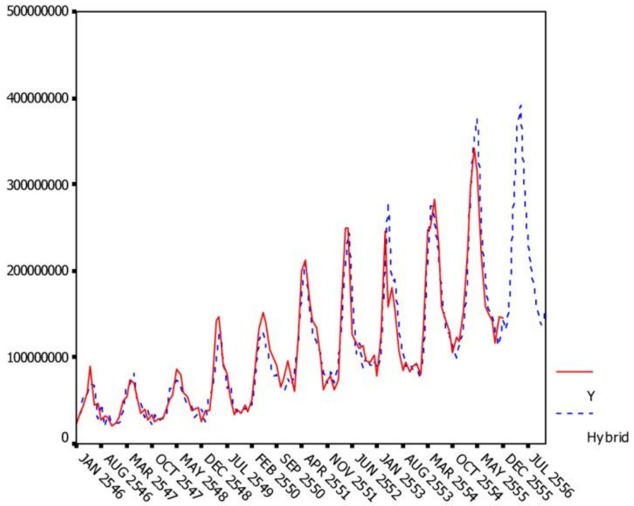
(1) มีการแจกแจงแบบปกติ (ค่าสถิติ K-S = 0.097 และมี p-value = 0.208)

(2) ไม่มีสหสัมพันธ์ในตัวเอง (ค่าสถิติ Q = 22.685 และมี p-value = 0.828)

(3) มีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างจากศูนย์ (ค่าสถิติ t = 0.549 และมี p-value = 0.584)

(4) มีความแปรปรวนคงที่ โดยการเขียนกราฟแสดงค่าความคลาดเคลื่อนเทียบกับเวลา พบว่ามีการกระจายรอบ ๆ แกนศูนย์อย่างสุ่ม

เมื่อเขียนกราฟเปรียบเทียบค่าที่แท้จริงกับค่าพยากรณ์มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยรายเดือนด้วยตัวแบบผสม Pegels-ARIMA แสดงดังรูปที่ 3 พบว่าค่าพยากรณ์ที่ได้ใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงมาก



รูปที่ 3 เปรียบเทียบค่าที่แท้จริงและค่าพยากรณ์มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทยด้วยตัวแบบผสม Pegels-ARIMA

8. สรุปและวิจารณ์

ในการเปรียบเทียบตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลา 3 ตัวแบบ คือ ตัวแบบ Pegels ตัวแบบ ARIMA และตัวแบบผสม Pegels-ARIMA ในการพยากรณ์มูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทย โดยพิจารณาจากความคลาดเคลื่อนของ การพยากรณ์ข้อมูลในอดีตจำนวน 120 เดือน และการพยากรณ์ล่วงหน้าจำนวน 5 เดือน สรุปได้ว่าตัวแบบผสม Pegels-ARIMA เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดโดยมีค่าสถิติ U_1 ของ Theil ต่ำที่สุด และมีค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R^2) มากที่สุด เท่ากับ 90.98 % ตัวแบบผสม (hybrid model) เป็นตัวแบบการพยากรณ์อนุกรมเวลาที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำ เนื่องจากตัวแบบผสมมีการพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาแยกเป็น 2 ส่วน คือ การพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ต้องการศึกษาก่อนด้วย ตัวแบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น และนำค่าความคลาดเคลื่อน ที่ได้ไปหาตัวแบบการพยากรณ์ที่เป็นเชิงเส้นที่เหมาะสม และรวมค่าพยากรณ์ที่ได้จากทั้งสองส่วนของการวิเคราะห์เข้าด้วยกัน ซึ่งตัวแบบผสมดังกล่าวจะให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำกว่า การใช้ตัวแบบการพยากรณ์เพียงตัวแบบเดียว นอกจากนี้ค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการพยากรณ์ด้วยตัวแบบผสมมีสมบัติตามทฤษฎี กล่าวคือ มีการแจกแจงแบบปกติ ไม่มีสหสัมพันธ์ในตัวเอง มีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างจากศูนย์และมีความแปรปรวนคงที่ ซึ่งผลสรุปที่ได้จากงาน วิจัยสอดคล้องกับผลสรุปของ Zhang ที่ว่า การใช้ตัวแบบผสมมาพยากรณ์อนุกรมเวลาจะทำให้การพยากรณ์มีประสิทธิภาพดีกว่าการใช้ตัวแบบแต่ละตัวแบบแยกกัน กล่าวคือตัวแบบผสมให้ค่าความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ต่ำกว่าการใช้ตัวแบบแต่ละตัวแบบแยกกันเพียงตัวแบบเดียว [10]

9. ข้อเสนอแนะ

9.1 ควรนำตัวแบบที่ศึกษาในครั้งนี้ไปใช้พยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาที่สำคัญของประเทศไทย เช่น ปริมาณและมูลค่าการส่งออกสินค้าชนิดอื่น ๆ

9.2 ในการศึกษาครั้งต่อไปควรศึกษาตัวแบบผสม (hybrid model) ระหว่างตัวแบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นและตัวแบบที่เป็นเชิงเส้นอื่น ๆ นอกเหนือจากที่ทำการศึกษาในครั้งนี้ เช่น ตัวแบบผสมระหว่างตัวแบบการถดถอยโพลิโนเมียลกับตัวแบบ Holt-Winter

9.3 ควรนำตัวแบบผสม (hybrid model) ที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ไปเปรียบเทียบกับตัวแบบผสมอื่น ๆ เช่น ตัวแบบผสมระหว่างตัวแบบ ARIMA กับตัวแบบเครือข่ายประสาทเทียม (artificial neural network model, ANN model) ตัวแบบผสมระหว่างตัวแบบของ Winter กับตัวแบบ Fuzzy ถ่วงน้ำหนัก (weighted Fuzzy model)

10. กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณฝ่ายข้อมูลสถิติของสำนักงานเศรษฐกิจการเกษตรที่ให้ความอนุเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับการส่งออกมะม่วงของประเทศไทย

11. เอกสารอ้างอิง

[1] กรมส่งเสริมการเกษตร, 2547, ผลิตภัณฑ์มะม่วง, กระทรวงเกษตรและสหกรณ์, โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด, กรุงเทพฯ.

[2] สำนักงานเศรษฐกิจการเกษตร, ข้อมูลมูลค่าการส่งออกมะม่วงของประเทศไทย, แหล่งที่มา : http://www.oae.go.th, 22 กรกฎาคม 2556.

[3] Azizi, A., Ali, A.Y., Ping, L.W. and Mohammadzadeh, M., 2012, A hybrid model

of ARIMA and multiple polynomial regression for uncertainties modeling of a serial production line, World Acad. Sci. Eng. Technol. 62: 63-68.

[4] Bowerman, B.L., O'Connell, R.T. and Koehler, A.B., 2005, Forecasting, Time Series and Regression, 4th Ed., Brooks/Cole, Thomson Learning Inc, U.S.A.

[5] Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., 1970, Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden Day, San Francisco.

[6] Pegels, C.C., 1969, Exponential forecasting: Some new variations, Manag. Sci. 12: 311-315.

[7] Pindyck, S.R. and Rubinfeld, L.D., 1998, Econometric Models and Economic Forecasts, 4th Ed., McGraw-Hill, New York.

[8] Suhartono, S. and Lee, M.H., 2011, A hybrid approach based on Winter's model and weighted fuzzy time series for forecasting trend and seasonal data, J. Math. Stat. 7: 177-183.

[9] Winters, P.R., 1960, Forecasting sales by exponentially weighted moving, Manag. Sci. 6: 324-342.

[10] Zhang, P.G., 2003, Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model, Neurocomputing 50: 159-175.