วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิดปรับปรุง สำหรับประมาณค่าพารามิเตอร์ของ ตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ

An Improved Recursive Median OLS Method for Estimating Parameter in First-Order Autoregressive Model with Outliers

วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล
ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต ปทุมธานี 12121
ลักขณา เศาธยะนันท์ สุณี ทวีสกุลวัชระ ยุพิน กาญจนะศักดิ์ดา
สาขาวิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย เขตดินแดง กรุงเทพมหานคร 10400

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ (ρ) ของตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ ด้วยวิธีการประมาณ 3 วิธีคือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิด (RM) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิด (RMD) และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิดปรับปรุง (IRMD) ร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และ 5 ขนาดตัวอย่าง 4 ระดับ คือ 25, 50, 100 และ 250 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ และ $5\sigma_a$ ในการวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล และทำการทดลองซ้ำ ๆ กัน 10,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ เพื่อคำนวณค่าเอนเอียงสัมบูรณ์ ($|Bias|$) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเล็กและปานกลาง (n = 25 และ 50) และร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิดปรับปรุง (IRMD) ให้ค่า $|Bias|$ และ MSE ต่ำที่สุด ในเกือบทุกระดับของค่า ρ ส่วนในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n = 100 และ 250) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิดปรับปรุง (IRMD) ให้ค่า $|Bias|$ และ MSE ต่ำที่สุด ในเกือบทุกระดับของค่า ρ ยกเว้นที่ร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$

คำสำคัญ: การประมาณค่าพารามิเตอร์ ตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง ค่ามัธยฐานเวียนเกิด ค่าผิดปกติ

Abstract

The objective of this research is to develop and to compare the parameter (ρ) estimation methods in first-order autoregressive model with outliers. These methods are recursive mean OLS method (RM), recursive median OLS method (RMD), and improved recursive median OLS method (IRMD). The percentages of outliers are 1% and 5%. The sample sizes are 25, 50, 100, and 250 and magnitude of outliers is equal to $3\sigma_a$ and $5\sigma_a$. This research uses the Monte Carlo simulation method. The experiment was repeated 10,000 times for each condition to calculate the absolute of bias ($|Bias|$) and the mean squared error (MSE). The results of the research are as follows: For small and moderate sample sizes (n = 25 and 50) and five percentages of outliers, the $|Bias|$ and the MSE of an IRMD method are the lowest in almost all ρ values. For large sample sizes (n = 100 and 250), the $|Bias|$ and the MSE of an IRMD method are the lowest in almost all ρ values except when the percentage of outliers is 1% and the magnitude of outliers is equal to $3\sigma_a$.

Keywords: Parameter Estimation, First-Order Autoregressive Model, Recursive Median, Outliers

1. บทนำ

การพยากรณ์อนุกรมเวลา (Time series forecasting) เป็นวิธีการพยากรณ์วิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันมาก วิธีนี้จะใช้ข้อมูลในอดีต โดยจะศึกษาถึงลักษณะการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลเมื่อเวลาเปลี่ยนไปว่ามีลักษณะเช่นไร และทำการกำหนดรูปแบบของการแปรเปลี่ยนที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลนั้น โดยจะอยู่ในรูปของความสัมพันธ์กับเวลา การพยากรณ์อนุกรมเวลามีอยู่ด้วยกันหลายวิธี เช่น เทคนิคการทำให้เรียบ (Smoothing techniques) การกรองแบบปรับได้ (Adaptive filtering) วิธีอนุกรมเวลาแบบคลาสสิค (Classical time series methods) และวิธีอนุกรมเวลาแบบบอกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins methods) เป็นต้น

นอกเหนือจากการเลือกใช้วิธีการพยากรณ์ที่เหมาะสม และการกำหนดตัวแบบอนุกรมเวลาแล้ว วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลาก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลถึงความแม่นยำและเชื่อถือได้ของค่าพยากรณ์ [1] วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลามีอยู่หลายวิธี เช่น วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary least squares method: OLS) วิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood estimation method: MLE) เป็นต้น โดยแต่ละวิธีการจะมีหลักการในการหาตัวประมาณค่าแตกต่างกันไป อีกทั้งยังให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกันออกไปด้วย ซึ่งวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นได้มีผู้ศึกษาจากอดีตถึงปัจจุบันภายใต้ข้อสมมติเบื้องต้นที่แตกต่างกันออกไป อาทิ ในปี ค.ศ. 1999 โซ และชิน [2] ได้พัฒนาวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิด (Recursive mean OLS method) สำหรับตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (First-order autoregressive model: AR(1)) ในปี ค.ศ. 2000 วาวกัส [3] ได้พัฒนาวิธีการประมาณจีเอ็มเอ็ม (Generalized method of moment method) สำหรับตัวแบบ AR(1) ในปี ค.ศ. 2004 สอาด

[4] ได้ปรับปรุงวิธีการประมาณจีเอ็มเอ็มของวาวกัส โดยใช้แนวคิดของโซและชิน [2]

เมื่อเลือกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมแล้ว ข้อมูลในอดีตก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลถึงความถูกต้องแม่นยำและความเชื่อถือได้ของค่าพยากรณ์ เนื่องจากการวิเคราะห์อนุกรมเวลาจะอาศัยข้อมูลในอดีตที่ผ่านมา แต่ผู้วิเคราะห์อาจประสบปัญหาเกี่ยวกับข้อมูล เช่น ข้อมูลบางช่วงมีค่าสูงกว่าหรือต่ำกว่าปกติ เป็นต้น ซึ่งลักษณะข้อมูลที่มีค่าผิดปกตินี้อาจได้รับผลกระทบจากเหตุการณ์ภายนอก เช่น การเปลี่ยนแปลงนโยบายทางเศรษฐกิจ การลดค่าของเงิน การเกิดภาวะสงคราม การนัดหยุดงาน หรือการเกิดภัยธรรมชาติอย่างรุนแรง เป็นต้น เรียกข้อมูลที่ได้รับผลกระทบต่าง ๆ นี้ว่า ค่าผิดปกติ (Outliers) ดังนั้นคณะผู้วิจัยจึงพัฒนาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ ซึ่งวิธีการที่พัฒนาขึ้นใหม่มี 2 วิธี ได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิด (Recursive median OLS method) และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิดปรับปรุง (Improved recursive median OLS method) นอกจากนั้นจะเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการที่พัฒนาขึ้นใหม่กับวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิด (Recursive mean OLS method) ซึ่งเสนอโดยโซ และชิน [2]

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ศึกษาในครั้งนี้เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1) เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ จากนั้นทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทุกวิธีด้วยค่าเอนเอียงสัมบูรณ์ ($|Bias|$) และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean square error: MSE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์

2. ขอบเขตของการวิจัย

2.1 อนุกรมเวลา $\{Z_t\}$ เป็นอนุกรมเวลาตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง AR(1) เขียนตัวแบบได้ดังนี้

$$Z_t - \mu \quad = \quad \rho(Z_{t-1} - \mu) + a_t$$

ในที่นี้กำหนดค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา (μ) เท่ากับ 0

2.2 กำหนดค่าพารามิเตอร์ (ρ) ของตัวแบบ 9 ระดับ คือ 0.1 ถึง 0.9 เพิ่มขึ้นครั้งละ 0.1

2.3 การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม a_t มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal distribution) โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น

$$f(a) \quad = \quad \frac{1}{\sigma_a\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{1}{2\sigma_a^2}(a-\mu_a)^2)$$

ในที่นี้กำหนดให้ $\mu_a = 0$ และ $\sigma_a = 1$

2.4 ลักษณะของค่าผิดปกติที่ศึกษา คือ Additive Outliers (AO) ซึ่งเป็นค่าผิดปกติที่ส่งผลกระทบต่อค่าสังเกต ณ เวลา t = T เท่านั้น ตัวแบบของค่าผิดปกติแบบ AO เขียนตัวแบบได้ดังนี้ [6]

$$Y_t = \begin{cases} Z_t & , t \neq T \\ Z_t + \delta & , t = T \end{cases}$$

เมื่อ Y_t คือ อนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1) เมื่อเกิดค่าผิดปกติแบบ AO

Z_t คือ อนุกรมเวลาตัวแบบ AR(1)

δ คือ ขนาดของค่าผิดปกติแบบ AO

T คือ เวลาที่เกิดค่าผิดปกติ

2.5 ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ใช้ในการศึกษา มี 4 ระดับ คือ 25, 50, 100 และ 250

2.6 ร้อยละของค่าผิดปกติ (p) เท่ากับ 1 และ 5 และตำแหน่งของค่าผิดปกติเป็นไปอย่างสุ่ม ซึ่งอยู่ระหว่างเวลาที่ t = 2 ถึง t = n-1

2.7 ขนาดของค่าผิดปกติ (δ) เท่ากับ $3\sigma_a$ และ $5\sigma_a$

2.8 โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ทั้งหมดเขียนด้วยโปรแกรม R เวอร์ชัน 2.7.2 ซึ่งทำการทดลองซ้ำ 10,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง

3. วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้มีวิธีดำเนินการวิจัยดังนี้

3.1 จำลองค่าความคลาดเคลื่อนสุ่ม a_t

การสร้างการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่มที่ต้องการศึกษา มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

3.2 จำลองข้อมูลอนุกรมเวลา AR(1) ที่มีค่าผิดปกติ

สร้าง Z_0 ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{\sigma_a^2}{1-\rho^2}$ $= \frac{1}{1-\rho^2}$ และสร้าง a_t ; t = 1, 2, …, n ให้มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 จากนั้นสร้าง Z_t ; t = 1, 2, …, n ให้มีรูปแบบความสัมพันธ์คือ

$$Z_t = \rho Z_{t-1} + a_t$$

เมื่อสร้างข้อมูลอนุกรมเวลา AR(1) แล้ว ต่อไปจะทำการสร้างข้อมูลอนุกรมเวลา AR(1) ที่มีค่าผิดปกติ ดังนี้

$$Y_t = \begin{cases} Z_t & , t \neq T \\ Z_t + \delta & , t = T \end{cases}$$

3.3 ประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลอนุกรมเวลาทั้ง 3 วิธี

3.3.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิด โซ และชิน [2] ได้พัฒนาวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิด โดยมีหลักการเช่นเดียวกับวิธีกำลังสองน้อยที่สุด คือการทำให้ผลรวมค่ากำลังสองของความคลาดเคลื่อนภายใต้พารามิเตอร์ของตัวแบบมีค่าต่ำที่สุด แต่วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิดจะประมาณค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา (μ) ด้วยค่าเฉลี่ยเวียนเกิด (Recursive mean: $\bar{Y}_t$) แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean: $\bar{Y}$) ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิด คือ

$$\hat{\rho}_{RM} = \frac{\sum_{t=2}^{n}(Y_t - \bar{Y}_t)(Y_{t-1} - \bar{Y}_{t-1})}{\sum_{t=2}^{n}(Y_{t-1} - \bar{Y}_{t-1})^2}$$

โดยที่ $\bar{Y}_t = \frac{\sum_{i=1}^{t} Y_i}{t}$

3.3.2 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิด คณะผู้วิจัยได้พัฒนาวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิด โดยใช้แนวคิดของ โซ และชิน [2] กล่าวคือ วิธีนี้มีหลักการเช่นเดียวกับวิธีกำลังสองน้อยที่สุด และประมาณค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา (μ) ด้วยค่ามัธยฐานเวียนเกิด (Recursive median: $\tilde{Y}_t$) แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean: $\bar{Y}$) เนื่องจากมัธยฐานเป็นตัวประมาณค่าที่ไม่ได้รับผลกระทบจากข้อมูลที่มีค่าผิดปกติ ซึ่งตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิด คือ

$$\hat{\rho}_{RMD} = \frac{\sum_{t=2}^{n}(Y_t - \tilde{Y}_t)(Y_{t-1} - \tilde{Y}_{t-1})}{\sum_{t=2}^{n}(Y_{t-1} - \tilde{Y}_{t-1})^2}$$

โดยที่ $\tilde{Y}_t = median\{Y_1, Y_2, ..., Y_t\}$

3.3.3 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิดปรับปรุง คณะผู้วิจัยมีแนวคิดที่จะปรับปรุงประสิทธิภาพของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

แบบมัธยฐานเวียนเกิด โดยนำค่ามัธยฐานเวียนเกิด $\tilde{Y}_t$ มาหาค่าเฉลี่ยเวียนเกิดอีกครั้งหนึ่ง เพื่อลดอิทธิพลของข้อมูลผิดปกติ ซึ่งตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิดปรับปรุง คือ

$$\hat{\rho}_{IRMD} = \frac{\sum_{t=2}^{n}(Y_t - \ddot{Y}_t)(Y_{t-1} - \ddot{Y}_{t-1})}{\sum_{t=2}^{n}(Y_{t-1} - \ddot{Y}_{t-1})^2}$$

โดยที่ $\ddot{Y}_t = \frac{\sum_{i=1}^{t}\tilde{Y}_i}{t}$

และ $\tilde{Y}_t = median\{Y_1, Y_2, ..., Y_t\}$

3.4 คำนวณค่าเอนเอียงสัมบูรณ์และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ แล้วทำการเปรียบเทียบ

$$MSE = E(\hat{\rho} - \rho)^2 = \frac{\sum_{m=1}^{M}((\hat{\rho}_K)_m - \bar{\hat{\rho}}_K)^2}{M-1} + Bias^2$$

$$Bias = \frac{\sum_{m=1}^{M}(\hat{\rho}_K)_m}{M} - \rho$$

เมื่อ $\hat{\rho}_K$ แทน ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์

K แทน วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ซึ่งในที่นี้คือ RM, RMD และ IRMD

M แทน จำนวนรอบของการทำซ้ำ

4. ผลการวิจัย

ในการนำเสนอผลการวิจัยเพื่อความสะดวกจะใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนความหมายต่าง ๆ ดังนี้

RM หมายถึง วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิด

RMD หมายถึง วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิด

IRMD หมายถึง วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิดปรับปรุง

$|Bias|$ หมายถึง ค่าเอนเอียงสัมบูรณ์

MSE หมายถึง ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ทั้ง 3 วิธี นำเสนอดังตารางที่ 1-4 และรูปที่ 1-2 ในที่นี้จะพิจารณาค่าเอนเอียงสัมบูรณ์ และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ดังนี้

4.1 ค่าเอนเอียงสัมบูรณ์

ผลการเปรียบเทียบค่าเอนเอียงสัมบูรณ์จำแนกตามขนาดตัวอย่าง สรุปรายละเอียดได้ดังนี้

<u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25</u>

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.1 ถึง 0.4 วิธี RMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.5 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 วิธี RM ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด เมื่อค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.4 วิธี RMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.5 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 วิธี RMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ในทุกระดับของค่า ρ

<u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50</u>

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ และ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 วิธี RM ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด เมื่อค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.6 วิธี RMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.7 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 วิธี RMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ในทุกระดับของค่า ρ

<u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100</u>

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 และ 0.2 วิธี RMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.3 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 วิธี RMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ และ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ในทุกระดับของค่า ρ

<u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 250</u>

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 และ 0.2 วิธี RMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.3 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ในทุกระดับของค่า ρ

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ และ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ วิธี IRMD ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด ในทุกระดับของค่า ρ

4.2 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

ผลการเปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย จำแนกตามขนาดตัวอย่าง สรุปรายละเอียดได้ดังนี้

<u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25</u>

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ และ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.1 ถึง 0.5 วิธี RMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.6 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 และ 0.2 วิธี RMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.3 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ใน

กรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 วิธี RMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

<u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50</u>

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ และ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 วิธี RM ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เมื่อค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.6 วิธี RMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.7 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 และ 0.2 วิธี RMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.3 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 วิธี RMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

<u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100</u>

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.1 ถึง 0.4 วิธี RMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.5 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 และ 0.2 วิธี RMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.3 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ และ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 วิธี RMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

<u>เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 250</u>

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.1 ถึง 0.4 วิธี RMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.5 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $5\sigma_a$ กับร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ ในกรณีที่ค่า ρ มีค่าเท่ากับ 0.1 วิธี RMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.9 วิธี IRMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด

เมื่อร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $5\sigma_a$ สรุปได้ดังนี้ วิธี IRMD ให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ในทุกระดับของค่า ρ

5. สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ สรุปได้ดังนี้

ในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเล็กและปานกลาง (n = 25 และ 50) และร้อยละของค่าผิดปกติ เท่ากับ 5 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิดปรับปรุง (IRMD) ให้ค่า $|Bias|$ และ MSE ต่ำที่สุด ในเกือบทุกระดับของค่า ρ

ในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=100 และ 250) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิดปรับปรุง (IRMD) ให้ค่า $|Bias|$ และ MSE ต่ำที่สุด ในเกือบทุกระดับของค่า ρ ยกเว้นที่ร้อยละของ

ค่าผิดปกติ เท่ากับ 1 และขนาดของค่าผิดปกติ เท่ากับ $3\sigma_a$

เมื่อพิจารณาในภาพรวม พบว่า ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง เมื่อข้อมูลมีค่าผิดปกติ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิด (RMD) และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมัธยฐานเวียนเกิดปรับปรุง (IRMD) มีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิด (RM)

ตารางที่ 1 ค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ($|Bias|$) และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) เมื่อ p = 1% และ $\delta = 3\sigma_a$

n	ρ	$\lvert Bias \rvert$			MSE		
		RM	RMD	IRMD	RM	RMD	IRMD
25	0.1	0.0133	0.0097*	0.0753	0.0415	0.0402*	0.0567
	0.2	0.0200	0.0017*	0.0679	0.0406	0.0396*	0.0535
	0.3	0.0300	0.0160*	0.0572	0.0395	0.0378*	0.0487
	0.4	0.0434	0.0337*	0.0440	0.0387	0.0377*	0.0449
	0.5	0.0566	0.0501	0.0298*	0.0383	0.0373*	0.0406
	0.6	0.0670	0.0646	0.0172*	0.0380	0.0375	0.0367*
	0.7	0.0810	0.0801	0.0008*	0.0369	0.0367	0.0311*
	0.8	0.0993	0.1006	0.0208*	0.0369	0.0376	0.0266*
	0.9	0.1190	0.1218	0.0457*	0.0372	0.0383	0.0228*
50	0.1	0.0035*	0.0151	0.0704	0.0201*	0.0204	0.0304
	0.2	0.0131	0.0020*	0.0614	0.0201	0.0198*	0.0283
	0.3	0.0170	0.0051*	0.0566	0.0194	0.0193*	0.0268
	0.4	0.0229	0.0142*	0.0495	0.0183	0.0179*	0.0236
	0.5	0.0293	0.0226*	0.0422	0.0177	0.0173*	0.0212
	0.6	0.0341	0.0291*	0.0362	0.0158	0.0156*	0.0175
	0.7	0.0435	0.0401	0.0219*	0.0150	0.0149	0.0142*
	0.8	0.0503	0.0483	0.0092*	0.0131	0.0129	0.0103*
	0.9	0.0598	0.0592	0.0090*	0.0119	0.0121	0.0073*
100	0.1	0.0096	0.0014*	0.0422	0.0101	0.0101*	0.0143
	0.2	0.0209	0.0114*	0.0316	0.0102	0.0100*	0.0130
	0.3	0.0311	0.0233	0.0227*	0.0103	0.0100*	0.0119
	0.4	0.0381	0.0319	0.0158*	0.0105	0.0101*	0.0112
	0.5	0.0482	0.0430	0.0060*	0.0108	0.0104	0.0102*
	0.6	0.0500	0.0460	0.0033*	0.0102	0.0098	0.0089*
	0.7	0.0533	0.0502	0.0023*	0.0094	0.0092	0.0072*
	0.8	0.0532	0.0510	0.0061*	0.0083	0.0081	0.0056*
	0.9	0.0506	0.0488	0.0116*	0.0063	0.0062	0.0035*

ตารางที่ 1 ค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ($|Bias|$) และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) เมื่อ p = 1% และ $\delta = 3\sigma_a$ (ต่อ)

n	ρ	$\|Bias\|$			MSE		
		RM	RMD	IRMD	RM	RMD	IRMD
250	0.1	0.0080	0.0016*	0.0230	0.0041	0.0040*	0.0054
	0.2	0.0155	0.0100*	0.0164	0.0041	0.0040*	0.0050
	0.3	0.0211	0.0168	0.0105*	0.0042	0.0040*	0.0046
	0.4	0.0272	0.0234	0.0056*	0.0043	0.0041*	0.0043
	0.5	0.0306	0.0275	0.0023*	0.0042	0.0041	0.0039*
	0.6	0.0337	0.0310	0.0012*	0.0041	0.0039	0.0034*
	0.7	0.0340	0.0318	0.0019*	0.0036	0.0035	0.0029*
	0.8	0.0306	0.0288	0.0007*	0.0028	0.0027	0.0020*
	0.9	0.0258	0.0244	0.0014*	0.0018	0.0018	0.0012*

* หมายถึง วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด หรือค่า MSE ต่ำที่สุด

ตารางที่ 2 ค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ($|Bias|$) และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) เมื่อ p = 1% และ $\delta = 5\sigma_a$

n	ρ	$\|Bias\|$			MSE		
		RM	RMD	IRMD	RM	RMD	IRMD
25	0.1	0.0075*	0.0151	0.0798	0.0417	0.0412*	0.0580
	0.2	0.0199	0.0018*	0.0672	0.0412	0.0399*	0.0546
	0.3	0.0296	0.0164*	0.0596	0.0407	0.0390*	0.0509
	0.4	0.0455	0.0346*	0.0414	0.0398	0.0382*	0.0453
	0.5	0.0564	0.0499	0.0307*	0.0391	0.0378*	0.0414
	0.6	0.0644	0.0614	0.0195*	0.0367	0.0360	0.0359*
	0.7	0.0781	0.0774	0.0042*	0.0363	0.0362	0.0312*
	0.8	0.0979	0.1000	0.0202*	0.0361	0.0371	0.0267*
	0.9	0.1182	0.1217	0.0455*	0.0386	0.0399	0.0246*
50	0.1	0.0060*	0.0119	0.0672	0.0203*	0.0204	0.0303
	0.2	0.0132	0.0018*	0.0593	0.0200	0.0198*	0.0278
	0.3	0.0142	0.0027*	0.0589	0.0193	0.0190*	0.0266
	0.4	0.0223	0.0130*	0.0505	0.0183	0.0181*	0.0238
	0.5	0.0296	0.0226*	0.0427	0.0172	0.0169*	0.0206
	0.6	0.0352	0.0307*	0.0338	0.0158	0.0156*	0.0174
	0.7	0.0429	0.0395	0.0231*	0.0148	0.0147	0.0140*
	0.8	0.0485	0.0469	0.0111*	0.0127	0.0128	0.0102*
	0.9	0.0592	0.0585	0.0084*	0.0117	0.0117	0.0071*

ตารางที่ 2 ค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ($|Bias|$) และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) เมื่อ p = 1% และ $\delta = 5\sigma_a$ (ต่อ)

n	ρ	$\lvert Bias \rvert$			MSE		
		RM	RMD	IRMD	RM	RMD	IRMD
100	0.1	0.0212	0.0118*	0.0246	0.0103	0.0100*	0.0126
	0.2	0.0435	0.0356	0.0038*	0.0115	0.0110*	0.0117
	0.3	0.0640	0.0573	0.0142*	0.0136	0.0128	0.0117*
	0.4	0.0801	0.0748	0.0288*	0.0157	0.0149	0.0121*
	0.5	0.0955	0.0913	0.0425*	0.0183	0.0176	0.0127*
	0.6	0.1019	0.0984	0.0471*	0.0190	0.0183	0.0121*
	0.7	0.1034	0.1011	0.0486*	0.0185	0.0181	0.0111*
	0.8	0.0961	0.0938	0.0441*	0.0160	0.0157	0.0090*
	0.9	0.0832	0.0812	0.0384*	0.0123	0.0121	0.0064*
250	0.1	0.0182	0.0124	0.0103*	0.0043	0.0042*	0.0048
	0.2	0.0348	0.0298	0.0050*	0.0051	0.0048	0.0046*
	0.3	0.0490	0.0452	0.0191*	0.0062	0.0059	0.0049*
	0.4	0.0621	0.0587	0.0304*	0.0076	0.0072	0.0053*
	0.5	0.0705	0.0678	0.0379*	0.0085	0.0081	0.0056*
	0.6	0.0757	0.0732	0.0424*	0.0090	0.0087	0.0056*
	0.7	0.0748	0.0727	0.0408*	0.0085	0.0083	0.0051*
	0.8	0.0655	0.0637	0.0327*	0.0066	0.0064	0.0036*
	0.9	0.0490	0.0474	0.0212*	0.0040	0.0038	0.0020*

* หมายถึง วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด หรือค่า MSE ต่ำที่สุด

ตารางที่ 3 ค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ($|Bias|$) และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) เมื่อ p = 5% และ $\delta = 3\sigma_a$

n	ρ	$\lvert Bias \rvert$			MSE		
		RM	RMD	IRMD	RM	RMD	IRMD
25	0.1	0.0422	0.0240*	0.0303	0.0407	0.0388*	0.0483
	0.2	0.0729	0.0580	0.0034*	0.0439	0.0410*	0.0462
	0.3	0.1081	0.0971	0.0293*	0.0508	0.0472	0.0470*
	0.4	0.1425	0.1332	0.0622*	0.0594	0.0560	0.0499*
	0.5	0.1713	0.1654	0.0874*	0.0696	0.0669	0.0544*
	0.6	0.1916	0.1873	0.1047*	0.0757	0.0737	0.0549*
	0.7	0.2113	0.2088	0.1216*	0.0827	0.0817	0.0560*
	0.8	0.2262	0.2251	0.1346*	0.0887	0.0886	0.0563*
	0.9	0.2382	0.2391	0.1484*	0.0953	0.0964	0.0592*

ตารางที่ 3 ค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ($|Bias|$) และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) เมื่อ p = 5% และ $\delta = 3\sigma_a$ (ต่อ)

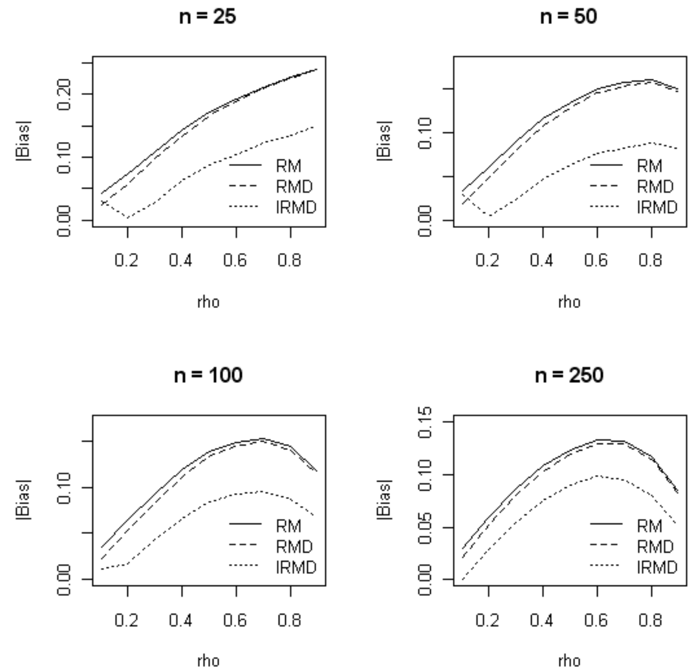
n	ρ	$\|Bias\|$			MSE		
		RM	RMD	IRMD	RM	RMD	IRMD
50	0.1	0.0333	0.0187*	0.0296	0.0204	0.0198*	0.0250
	0.2	0.0600	0.0481	0.0040*	0.0232	0.0217*	0.0239
	0.3	0.0892	0.0793	0.0235*	0.0273	0.0258	0.0241*
	0.4	0.1156	0.1069	0.0470*	0.0331	0.0312	0.0257*
	0.5	0.1343	0.1276	0.0636*	0.0370	0.0353	0.0261*
	0.6	0.1508	0.1455	0.0769*	0.0416	0.0399	0.0272*
	0.7	0.1572	0.1533	0.0830*	0.0430	0.0419	0.0269*
	0.8	0.1608	0.1576	0.0882*	0.0432	0.0425	0.0254*
	0.9	0.1498	0.1475	0.0826*	0.0375	0.0372	0.0206*
100	0.1	0.0353	0.0234	0.0114*	0.0112	0.0106*	0.0121
	0.2	0.0645	0.0539	0.0167*	0.0141	0.0129	0.0121*
	0.3	0.0926	0.0833	0.0431*	0.0182	0.0166	0.0135*
	0.4	0.1182	0.1107	0.0663*	0.0236	0.0220	0.0162*
	0.5	0.1383	0.1321	0.0840*	0.0287	0.0272	0.0186*
	0.6	0.1485	0.1434	0.0920*	0.0314	0.0300	0.0196*
	0.7	0.1529	0.1489	0.0952*	0.0323	0.0313	0.0192*
	0.8	0.1436	0.1403	0.0867*	0.0287	0.0280	0.0163*
	0.9	0.1180	0.1148	0.0671*	0.0209	0.0203	0.0111*
250	0.1	0.0298	0.0214	0.0005*	0.0049	0.0046*	0.0049
	0.2	0.0599	0.0521	0.0289*	0.0075	0.0067	0.0056*
	0.3	0.0863	0.0799	0.0547*	0.0114	0.0104	0.0077*
	0.4	0.1079	0.1026	0.0752*	0.0156	0.0145	0.0103*
	0.5	0.1235	0.1192	0.0900*	0.0191	0.0181	0.0127*
	0.6	0.1336	0.1300	0.0982*	0.0214	0.0205	0.0140*
	0.7	0.1317	0.1288	0.0948*	0.0208	0.0200	0.0130*
	0.8	0.1172	0.1149	0.0807*	0.0167	0.0162	0.0099*
	0.9	0.0854	0.0832	0.0525*	0.0095	0.0092	0.0051*

* หมายถึง วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด หรือค่า MSE ต่ำที่สุด

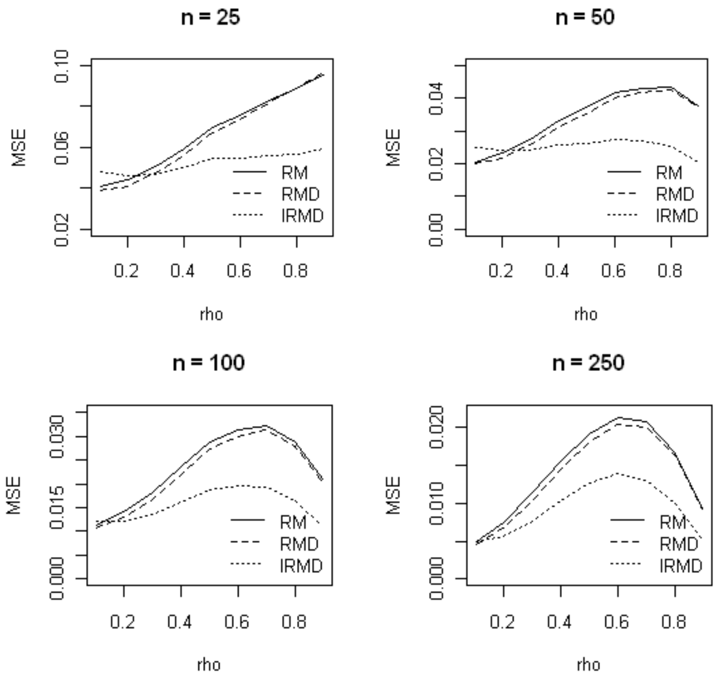
ตารางที่ 4 ค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ($|Bias|$) และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) เมื่อ p = 5% และ $\delta = 5\sigma_a$

n	ρ	$\|Bias\|$			MSE		
		RM	RMD	IRMD	RM	RMD	IRMD
25	0.1	0.0686	0.0573	0.0143*	0.0365	0.0334*	0.0376
	0.2	0.1245	0.1157	0.0685*	0.0474	0.0440	0.0422*
	0.3	0.1772	0.1699	0.1157*	0.0648	0.0611	0.0532*
	0.4	0.2327	0.2278	0.1672*	0.0880	0.0840	0.0678*
	0.5	0.2751	0.2712	0.2030*	0.1115	0.1085	0.0836*
	0.6	0.3140	0.3119	0.2350*	0.1357	0.1342	0.0985*
	0.7	0.3480	0.3455	0.2600*	0.1618	0.1591	0.1139*
	0.8	0.3641	0.3630	0.2692*	0.1764	0.1757	0.1206*
	0.9	0.3753	0.3751	0.2755*	0.1909	0.1920	0.1283*
50	0.1	0.0561	0.0424	0.0073*	0.0213	0.0198*	0.0214
	0.2	0.1113	0.0996	0.0594*	0.0307	0.0280	0.0251*
	0.3	0.1582	0.1482	0.1030*	0.0438	0.0404	0.0328*
	0.4	0.2050	0.1971	0.1452*	0.0610	0.0576	0.0432*
	0.5	0.2433	0.2373	0.1794*	0.0790	0.0759	0.0554*
	0.6	0.2710	0.2665	0.2011*	0.0944	0.0921	0.0646*
	0.7	0.2874	0.2831	0.2120*	0.1034	0.1012	0.0687*
	0.8	0.2900	0.2863	0.2071*	0.1070	0.1054	0.0676*
	0.9	0.2642	0.2605	0.1807*	0.0931	0.0917	0.0557*
100	0.1	0.0579	0.0416	0.0173*	0.0130	0.0115*	0.0116
	0.2	0.1134	0.0990	0.0717*	0.0225	0.0195	0.0164*
	0.3	0.1641	0.1508	0.1191*	0.0367	0.0326	0.0258*
	0.4	0.2112	0.1999	0.1637*	0.0545	0.0499	0.0387*
	0.5	0.2519	0.2425	0.2009*	0.0740	0.0694	0.0528*
	0.6	0.2828	0.2751	0.2273*	0.0905	0.0863	0.0641*
	0.7	0.2931	0.2869	0.2317*	0.0973	0.0938	0.0672*
	0.8	0.2840	0.2788	0.2175*	0.0925	0.0898	0.0608*
	0.9	0.2338	0.2293	0.1667*	0.0665	0.0646	0.0397*
250	0.1	0.0540	0.0392	0.0248*	0.0069	0.0056	0.0053*
	0.2	0.1080	0.0940	0.0772*	0.0156	0.0129	0.0107*
	0.3	0.1574	0.1453	0.1260*	0.0288	0.0252	0.0207*
	0.4	0.2012	0.1906	0.1685*	0.0445	0.0404	0.0332*
	0.5	0.2362	0.2275	0.2023*	0.0600	0.0560	0.0460*
	0.6	0.2621	0.2549	0.2252*	0.0729	0.0692	0.0559*
	0.7	0.2687	0.2633	0.2281*	0.0766	0.0738	0.0574*
	0.8	0.2500	0.2462	0.2061*	0.0669	0.0651	0.0478*
	0.9	0.1886	0.1853	0.1435*	0.0398	0.0387	0.0253*

* หมายถึง วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า $|Bias|$ ต่ำที่สุด หรือค่า MSE ต่ำที่สุด



รูปที่ 1 ค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ($|Bias|$) ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) เมื่อ p = 5% และ $\delta = 3\sigma_a$



รูปที่ 2 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) เมื่อ p = 5% และ $\delta = 3\sigma_a$

6. ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัย พบว่า วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่า $|Bias|$ และ MSE ต่ำที่สุดจะขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) แต่ในทางปฏิบัติจะไม่สามารถทราบค่าพารามิเตอร์ ก่อนทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ ดังนั้นเพื่อให้สามารถเลือกวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้ ควรทำการประมาณค่าพารามิเตอร์เบื้องต้น (Preliminary Estimation) ซึ่งจะทำให้ทราบค่าประมาณพารามิเตอร์เป็นสังเขปก่อน จากนั้นสามารถเลือกใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพในสถานการณ์ต่าง ๆ ต่อไปได้ ซึ่งสูตรในการประมาณค่าพารามิเตอร์เบื้องต้นโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด มีดังนี้

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^{n}(Y_t - \bar{Y})(Y_{t-1} - \bar{Y})}{\sum_{t=2}^{n}(Y_{t-1} - \bar{Y})^2}$$

7. เอกสารอ้างอิง

[1] วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล, การเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลา, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ, 2545.

[2] So, B.S. and Shin, D.W., Recursive Mean Adjustment in Time Series Inferences. Statistics and Probability Letters, Vol. 43, pp. 65-73, 1999.

[3] Vougas, D.V., A Comparison of LS/ML and GMM Estimation in a Sample AR(1) Model. Communications in Statistics: Simulation and Computation, Vol. 29(1), pp. 239-258, 2000.

[4] Niwitpong, S., Improved GMM Estimator of AR(1) Process Near Unit Root. Journal of Applied Science-King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok, Vol. 3(1), pp. 21-28, 2004.

[5] Wei, W.W.S., Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods, Boston, Addison-Wesley, 2006.

[6] Barnett, V. and Lewis, T., Outliers in Statistical Data, Chichester, John Wiley & Sons, 1994.