

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักสำหรับการแจกแจงปกติ

Efficiency Comparison of Weighted Moving Average Control Charts for Normal Distribution

เนตรทราย บัวพิมพ์*, จุฑาภรณ์ สินสมบุรณ์ทอง และธิดาพร ศุภภากร

ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพมหานคร 10900

Netsai Buaphim*, Juthaphorn Sinsomboonthong and Thidaporn Supapakorn

Department of Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University,

Ladyao, Chatuchak, Bangkok 10900

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม 4 ชนิด ได้แก่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองชั้น (DEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบทั่วไปสองชั้น (DGWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังไฮบริด (HEWMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังตอบสนองขั้นต้นอย่างรวดเร็วปรับแก้ (MFIR-EWMA) เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติ โดยจำลองข้อมูลที่ศึกษาด้วยวิธีมอนติคาร์โล และในแต่ละสถานการณ์ทดลองซ้ำ 10,000 ครั้ง โดยกำหนดปัจจัยที่ศึกษาดังนี้ ขนาดตัวอย่าง (n) ในแต่ละกลุ่มย่อยเท่ากับ 3, 5, 10, 15 และ 20 ขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยกระบวนการ (δ) เท่ากับ 0.3, 0.5, 1 และ 2 ซึ่งเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมในงานวิจัยนี้ คือ ค่าความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม (ARL_1) ผลการวิจัยพบว่าแผนภูมิควบคุม DGWMA มีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการดีที่สุดในทุกสถานการณ์ และเมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยกระบวนการมีค่ามากขึ้น ($\delta = 1, 2$) แผนภูมิควบคุมทั้ง 4 ชนิด มีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการไม่แตกต่างกันในทุกขนาดตัวอย่าง

คำสำคัญ : แผนภูมิควบคุม; การแจกแจงปกติ; ความยาววิ่งเฉลี่ย; ขนาดตัวอย่าง

Abstract

The objective of this research was to compare the efficiencies of four control charts – double exponentially weighted moving average (DEWMA), double generally weighted moving average

(DGWMA), hybrid exponentially weighted moving average (HEWMA) and modified exponentially weighted moving mean shift (δ) was equal to 0.3, 0.5, 1 and 2. The criterion for efficiency comparison was out-of-control average run length (ARL_1). The results showed that DGWMA control chart tended to be the best control chart for detection of process mean shift for all situations. In addition, four control charts tended to have no difference efficiency for detection of process mean shift when the sizes of process mean shift were large ($\delta = 1, 2$) for all sample sizes.

Keywords: control chart; normal distribution; average run length; sample size

1. บทนำ

โดยทั่วไปในกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมต้องการให้สินค้าที่ผลิตมา มีคุณภาพตรงตามที่ลูกค้าคาดหวังหรือสูงกว่าความคาดหวังของลูกค้า โดยมีเป้าหมายของการผลิต คือ ต้องสามารถควบคุมความแปรผันของคุณภาพสินค้าให้เกิดขึ้นน้อยที่สุด แผนภูมิควบคุมเป็นเครื่องมือที่มีบทบาทสำคัญต่อการควบคุมกระบวนการเชิงสถิติ เพื่อใช้ในการตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตว่าอยู่ในการควบคุมหรือออกนอกการควบคุม ทำให้สามารถแก้ไขปัญหาด้านคุณภาพได้อย่างรวดเร็วเมื่อมีความผิดปกติของการผลิตเกิดขึ้น การสร้างแผนภูมิควบคุมถูกเสนอครั้งแรกในปี ค.ศ. 1924 โดย Shewhart [1] และแผนภูมิควบคุมที่พัฒนาโดยใช้ทฤษฎีนี้มักเรียกว่าแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ต (Shewhart control chart) อย่างไรก็ตาม แผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ตมีข้อด้อย คือ สำหรับการตรวจสอบกระบวนการ ณ เวลาใด ๆ จะใช้เฉพาะข้อมูลล่าสุดเท่านั้นมาพิจารณาว่ากระบวนการอยู่ภายในหรือออกนอกการควบคุม ซึ่งไม่สนใจข้อมูลที่เกิดขึ้นรวบรวมมาในอดีตเลย ทำให้มีประสิทธิภาพในการตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการได้ช้าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงไปจากค่าเป้าหมายเพียงเล็กน้อยดังผลงานวิจัยของ Jareonsiri [2] และ Ketchart [3] เป็นต้น ดังนั้นจึงมีนักวิจัย

พัฒนาแผนภูมิควบคุมอื่น ๆ ที่มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ต เช่น ในปี ค.ศ. 1959 Roberts [4] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (exponentially weighted moving average, EWMA) โดยค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม EWMA จะนำเอาข้อมูลตลอดช่วงระยะเวลาของการเก็บรวบรวมมาใช้เพื่อประกอบการตัดสินใจ โดยจะถ่วงน้ำหนักหรือให้ความสำคัญกับข้อมูลล่าสุดมากที่สุด และให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตน้อยลงแบบเลขชี้กำลัง ซึ่งผลการวิจัยพบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการเมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ต และเป็นแผนภูมิควบคุมที่นิยมใช้กันในปัจจุบัน ในปี ค.ศ. 1992 Shamma และ Shamma [5] ได้เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองชั้น (double exponentially weighted moving average, DEWMA) ซึ่งพัฒนามาจากแผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีการถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังซ้ำสองครั้ง และพบว่ามีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม EWMA ในปี ค.ศ. 1999 Steiner [6] ได้เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังตอบสนองขั้นต้นอย่างรวดเร็ว (exponentially weighted moving average control chart with

fast initial response, FIR-EWMA) โดยการเพิ่มค่าในการปรับ FIR เข้าไปในขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA เพื่อให้ได้ขีดจำกัดควบคุมที่แคบลง เพื่อพัฒนาให้แผนภูมิควบคุม EWMA สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้เร็วขึ้น ถัดมาในปี ค.ศ. 2003 Sheu และ Lin [7] ได้เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบทั่วไป (generally weighted moving average, GWMA) ซึ่งพัฒนามาจากแผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีการเพิ่มค่าพารามิเตอร์ในการปรับ (θ) และขีดจำกัดควบคุมมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ทำให้สามารถตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการได้เร็วขึ้น ต่อมาในปี ค.ศ. 2009 Chiu [8] ได้เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบทั่วไปสองชั้น (double generally weighted moving average, DGWMA) ซึ่งมีประสิทธิภาพดีเมื่อการเปลี่ยนแปลงมีขนาดเล็ก จากนั้นในปี ค.ศ. 2013 Haq [9] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังไฮบริด (hybrid exponentially weighted moving average, HEWMA) ซึ่งแผนภูมิควบคุม HEWMA มีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (CUSUM) และแผนภูมิควบคุมแบบผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังและผลรวมสะสม (mixed EWMA-CUSUM) และในปี ค.ศ. 2014 Haq และคณะ [10] ได้พัฒนาค่าในการปรับ FIR ในแผนภูมิควบคุม FIR-EWMA และเรียกแผนภูมิที่เสนอใหม่นี้ว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังตอบสนองขั้นต้นอย่างรวดเร็วปรับแก้ (modified exponentially weighted moving average control chart with fast initial response, MFIR-EWMA) ซึ่งมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม EWMA และ

แผนภูมิควบคุม FIR-EWMA และในปี ค.ศ. 2017 Haq [11] ได้แก้ไขความแปรปรวนของแผนภูมิควบคุม HEWMA ให้ถูกต้องจากเดิมที่เคยนำเสนอในปี ค.ศ. 2013 ทำให้ได้ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิใหม่นอกจากนี้ในปี ค.ศ. 2017 Maisombun และคณะ [12] ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติของแผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุม FIR-EWMA และแผนภูมิควบคุม DEWMA ผลการวิจัยพบว่าแผนภูมิควบคุม DEWMA มีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีที่สุดในทุกสถานการณ์

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงสนใจเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการภายใต้ข้อสมมติที่กระบวนการมีการแจกแจงปกติและค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงไปจากค่าเป้าหมายด้วยขนาดที่แตกต่างกันของแผนภูมิควบคุม 4 ชนิด ได้แก่ แผนภูมิควบคุม DEWMA แผนภูมิควบคุม DGWMA แผนภูมิควบคุม HEWMA และแผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA โดยพิจารณาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจากค่าความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม (out-of-control average run length, ARL_1) โดยแผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดเป็นแผนภูมิที่มีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีที่สุด ซึ่งผลการวิจัยจะเป็นแนวทางในการเลือกใช้แผนภูมิควบคุมคุณภาพได้อย่างเหมาะสมและเกิดประสิทธิภาพมากที่สุดในแต่ละสถานการณ์และเป็นประโยชน์แก่ผู้สนใจศึกษา และพัฒนาแผนภูมิควบคุมอื่น ๆ ต่อไป

2. วิธีการวิจัย

งานวิจัยนี้ ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของ

แผนภูมิควบคุม 4 ชนิด ได้แก่ แผนภูมิควบคุม DEWMA แผนภูมิควบคุม DGWMA แผนภูมิควบคุม HEWMA และแผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA โดยการศึกษาครั้งนี้ใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 3.5.1 ในการจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

2.1 กำหนดค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม 4 ชนิด ดังนี้ แผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA มีค่าพารามิเตอร์ในการทำให้เรียบ (λ) เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 และ 0.5 แผนภูมิควบคุม DGWMA มีค่า พารามิเตอร์ (q) เท่ากับ 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 และ 0.9 ค่าพารามิเตอร์ในการปรับ (θ) เท่ากับ 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 และ 1 และแผนภูมิควบคุม HEWMA มีค่าพารามิเตอร์ในการทำให้เรียบ (λ_1) เท่ากับ 0.1 ค่าพารามิเตอร์ในการทำให้เรียบ (λ_2) เท่ากับ 0.1000001, 0.2, 0.3, 0.4 และ 0.5

2.2 สร้างข้อมูลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์

2.1.2 สร้างข้อมูลเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุมให้มีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย (μ_0) เท่ากับ 10 และความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 2 โดยขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อย (n) เท่ากับ 3, 5, 10, 15 และ 20

2.2.2 สร้างข้อมูลเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมให้มีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 และความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ 2 โดยที่ $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$ โดยขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อย (n) เท่ากับ 3, 5, 10, 15 และ 20 กำหนดขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการ (δ) เท่ากับ 0.3, 0.5, 1 และ 2

2.3 คำนวณค่าสถิติของแต่ละแผนภูมิควบคุม ดังนี้

2.3.1 แผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA สามารถคำนวณค่าสถิติได้ดังนี้ $Y_t = \lambda \bar{X}_t + (1 - \lambda)Y_{t-1}$ และแผนภูมิควบคุม DEWMA สามารถคำนวณค่าสถิติได้ดังนี้ $Z_t = \lambda Y_t + (1 - \lambda)Z_{t-1}$ เมื่อ $t = 1, 2, \dots, m$ โดยค่าเริ่มต้น $Z_0 = Y_0 = \mu_0$; Y_t คือ ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง ณ เวลา t ; $\bar{X}_t$ คือ ค่าเฉลี่ยตัวอย่างของกลุ่มย่อย ณ เวลา t ; λ คือ พารามิเตอร์ในการทำให้เรียบ โดยที่ $0 < \lambda \leq 1$ จากงานวิจัยของ Maisombun และคณะ [12] พบว่า เมื่อ λ เพิ่มขึ้นแล้วค่า ARL_1 จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น ดังนั้น $0.1 \leq \lambda \leq 0.5$ จึงเป็นค่าพารามิเตอร์ที่ศึกษาในงานวิจัยนี้

2.3.2 แผนภูมิควบคุม DGWMA สามารถคำนวณค่าสถิติได้ดังนี้ $D_t = \sum_{k=1}^t w_k \bar{X}_{t-k+1} + \left(1 - \sum_{k=1}^t w_k\right) \mu_0$ เมื่อ $t = 1, 2, \dots, m$ โดย μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ; $w_k = \sum_{i=1}^k p_i p_{k-i+1}$; $p_k = q^{(k-1)\theta} - q^{k\theta}$, $q = 1 - \lambda$ โดยที่ $0 \leq q < 1$, $0 < \theta \leq 1$ จากงานวิจัยของ Chiu [8] พบว่า $0.75 \leq q \leq 0.95$ และ $0.5 \leq \theta \leq 1$ เป็นค่าที่ทำให้แผนภูมิควบคุม DGWMA ตรวจพบความผิดปกติของค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีที่สุด

2.3.3 แผนภูมิควบคุม HEWMA สามารถคำนวณค่าสถิติได้ดังนี้ $HE_t = \lambda_1 E_t + (1 - \lambda_1)HE_{t-1}$ โดยที่ $E_t = \lambda_2 \bar{X}_t + (1 - \lambda_2)E_{t-1}$ เมื่อ $t = 1, 2, \dots, m$ โดยค่าเริ่มต้น $HE_0 = E_0 = \mu_0$; E_t คือ ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง ณ เวลา t ; $\bar{X}_t$ คือ ค่าเฉลี่ยตัวอย่างของกลุ่มย่อย ณ เวลา t ; λ_1, λ_2 คือ พารามิเตอร์ในการทำให้เรียบ โดยที่ $0 < \lambda_1, \lambda_2 \leq 1$; m คือ จำนวนรอบในการทำซ้ำ ในที่นี้กำหนดให้ m มีค่าเท่ากับ 10,000 รอบ

2.4 คำนวณขีดจำกัดควบคุมของแต่ละแผนภูมิควบคุมดังนี้

2.4.1 แผนภูมิควบคุม DEWMA มีขีดจำกัดควบคุมดังนี้

$$UCL = \mu_0 + L_1 \sigma \sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{n(2-\lambda)^3}}$$

$$CL = \mu_0$$

$$LCL = \mu_0 - L_1 \sigma \sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{n(2-\lambda)^3}}$$

เมื่อ L_1 คือ สัมประสิทธิ์ความกว้างของขีดจำกัดควบคุม DEWMA

2.4.2 แผนภูมิควบคุม DGWMA มีขีดจำกัดควบคุมดังนี้

$$UCL_t = \mu_0 + L_2 \sigma \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^t w_k^2}{n}}$$

$$CL_t = \mu_0$$

$$LCL_t = \mu_0 - L_2 \sigma \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^t w_k^2}{n}}$$

เมื่อ L_2 คือ สัมประสิทธิ์ความกว้างของขีดจำกัดควบคุม DGWMA

2.4.3 แผนภูมิควบคุม HEWMA มีขีดจำกัดควบคุมดังนี้

$$UCL_t = \mu_0 + L_3 \sigma \sqrt{A}$$

$$CL_t = \mu_0$$

$$LCL_t = \mu_0 - L_3 \sigma \sqrt{A}$$

เมื่อ $A = \frac{1}{n} \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \right)^2 \left[\frac{(1-\lambda_2)^2 (1-(1-\lambda_2)^{2t})}{1-(1-\lambda_2)^2} \right. \\ \left. - \frac{2(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)(1-(1-\lambda_1)^t(1-\lambda_2)^t)}{1-(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)} \right. \\ \left. + \frac{(1-\lambda_1)^2 (1-(1-\lambda_1)^{2t})}{1-(1-\lambda_1)^2} \right]; L_3 \text{ คือ สัมประสิทธิ์}$

ความกว้างของขีดจำกัดควบคุม HEWMA

2.4.4 แผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA มีขีดจำกัดควบคุมดังนี้

$$UCL_t = \mu_0 + L_4 \sigma \left\{ \left(1 - (1-f)^{1+a(t-1)} \right)^{\frac{1}{t}} \sqrt{\lambda \left(\frac{1-(1-\lambda)^{2t}}{n(2-\lambda)} \right)} \right\}$$

$$CL_t = \mu_0$$

$$LCL_t = \mu_0 - L_4 \sigma \left\{ \left(1 - (1-f)^{1+a(t-1)} \right)^{\frac{1}{t}} \sqrt{\lambda \left(\frac{1-(1-\lambda)^{2t}}{n(2-\lambda)} \right)} \right\}$$

โดยที่ $a = \frac{-1}{19} \left\{ 1 + \frac{2}{\log_{10}(1-f)} \right\}; L_4 \text{ คือ สัมประสิทธิ์}$

ความกว้างของขีดจำกัดควบคุม MFIR-EWMA; f คือ ค่าคงที่ในการปรับ; $0 < f \leq 1$ ในที่นี้ให้ $f = 0.5$ เป็นค่าที่เหมาะสมที่ทำให้ขีดจำกัดควบคุมแคบเหมาะสมสำหรับการเริ่มต้นตรวจสอบความผิดปกติ ของกระบวนการได้ดี [6] และเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการอยู่ในการควบคุมจะเลือกค่า L_i เมื่อ $i = 1, 2, 3, 4$ ของแต่ละแผนภูมิที่ทำให้ค่า ARL_0 เท่ากับ 370 โดยประมาณมาใช้ในการคำนวณขีดจำกัดควบคุมในงานวิจัยนี้

2.5 นำค่าสถิติของแต่ละแผนภูมิควบคุมที่คำนวณได้ในข้อ 2.3 มาเปรียบเทียบกับขีดจำกัดควบคุมของแต่ละแผนภูมิควบคุมที่คำนวณได้ในข้อ 2.4 เพื่อหาค่าสถิติที่ออกนอกการควบคุม

2.6 ทำซ้ำข้อ 2.1 ถึงข้อ 2.5 จำนวน 10,000 รอบ สำหรับแต่ละสถานการณ์ แล้วหาผลรวมสะสมของสถิติที่ออกนอกการควบคุม

2.7 คำนวณค่าความยาววิ่งเฉลี่ย (ARL) ดังนี้

2.7.1 เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม นำค่าที่ได้จากข้อ 2.6 มาหารด้วยจำนวนรอบ คือ 10,000 เพื่อหาค่าประมาณของ α และหาค่าความยาววิ่งเฉลี่ย (ARL_0) โดยประมาณได้ดังนี้ $\frac{1}{\alpha}$ เมื่อ α คือ ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่แผนภูมิควบคุมตรวจพบว่ากระบวนการออกนอกการควบคุมทั้งที่ค่าเฉลี่ยของกระบวนการไม่ได้มีการเปลี่ยนแปลง

2.7.2 เมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม นำค่าที่ได้จากข้อ 2.6 มาหารด้วยจำนวนรอบคือ 10,000 เพื่อหาค่าประมาณของ $1-\beta$ และหาค่าความยาววิ่งเฉลี่ย (ARL_1) โดยประมาณได้ดังนี้ $\frac{1}{1-\beta}$ เมื่อ $1-\beta$ คือ ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่แผนภูมิควบคุมตรวจพบว่าการกระบวนการออกนอกการควบคุมเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้เปลี่ยนไปแล้ว

2.8 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจากค่าความยาววิ่งเฉลี่ยโดยประมาณที่หาได้ในข้อ 2.7.2 กรณีกระบวนการออกนอกการควบคุมโดยแผนภูมิควบคุมที่ให้ค่าประมาณ ARL_1 ต่ำที่สุดแสดงว่าแผนภูมินั้นมีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีที่สุด

2.9 สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

3. ผลการวิจัย

การศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม 4 ชนิด ได้แก่ แผนภูมิควบคุม DEWMA แผนภูมิควบคุม DGWMA แผนภูมิควบคุม HEWMA และแผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากการจำลองในสถานการณ์ที่ต่างกันเพื่อเปรียบเทียบค่า ARL_1 ในกรณีที่ค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงไป ผลการวิจัยของแต่ละแผนภูมิ สามารถสรุปได้ดังนี้

3.1 ตารางที่ 1 พบว่าถ้า λ เพิ่มขึ้นแล้วค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม DEWMA จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นในกรณีดังนี้ กรณีที่ $\delta = 0.3$ ในทุกขนาดตัวอย่าง n และกรณีที่ $\delta = 0.5$ ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 3, 5$) แต่เมื่อ n มีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น $n = 10, 15, 20$ ค่า ARL_1 มีค่าใกล้เคียงกันมาก นอกจากนี้ในทุกระดับของ λ ถ้า n เพิ่มขึ้นแล้วค่า ARL_1 จะมีแนวโน้มลดลงโดยเฉพาะอย่างยิ่งกรณีที่ $\delta \leq 0.5$ แต่เมื่อ $\delta \geq 1$ ถ้า λ และ n เพิ่มขึ้น

พบว่าค่า ARL_1 มีแนวโน้มค่อนข้างคงที่และใกล้เคียงกันมาก กล่าวคือ ค่า ARL_1 ส่วนใหญ่มีค่าเท่ากับ 1 สรุปได้ว่ากรณีที่ $\delta \geq 1$ พบว่าค่า λ และขนาดตัวอย่าง n ค่อนข้างไม่มีผลต่อค่า ARL_1 ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะได้ $\lambda = 0.1$ เป็นค่าที่เหมาะสมซึ่งทำให้แผนภูมิควบคุม DEWMA สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่ากรณีใช้ λ เป็นค่าอื่น โดยเฉพาะอย่างยิ่งกรณี δ มีค่าน้อยจะเห็นผลค่อนข้างชัดเจนแต่เมื่อ δ มีค่ามาก ไม่ว่าจะใช้ λ ค่าใดก็ตามจะได้ว่าแผนภูมิควบคุม DEWMA สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการไม่แตกต่างกันในทุกขนาดตัวอย่าง

3.2 ตารางที่ 2 กรณีที่ $\delta = 0.3$ และขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 3, 5$) พบว่าถ้า λ เพิ่มขึ้นแล้วค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม HEWMA จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่เมื่อ n มีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น $n = 10, 15, 20$ ค่า ARL_1 มีค่าใกล้เคียงกันมาก นอกจากนี้ในทุกระดับของ λ ถ้า n เพิ่มขึ้น แล้วค่า ARL_1 จะมีแนวโน้มลดลงโดยเฉพาะอย่างยิ่งกรณีที่ $\delta = 0.3$ แต่เมื่อ $\delta \geq 0.5$ ถ้า λ และ n เพิ่มขึ้น พบว่าค่า ARL_1 มีแนวโน้มค่อนข้างคงที่และใกล้เคียงกันมาก กล่าวคือค่า ARL_1 ส่วนใหญ่มีค่าเท่ากับ 1 สรุปได้ว่ากรณีที่ $\delta \geq 0.5$ พบว่าค่า λ และขนาดตัวอย่าง n ค่อนข้างไม่มีผลต่อค่า ARL_1 ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะได้ $\lambda_1 = 0.1$ และ $\lambda_2 = 0.1000001$ เป็นค่าที่เหมาะสมซึ่งทำให้แผนภูมิควบคุม HEWMA สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่ากรณีใช้ λ_2 เป็นค่าอื่นเมื่อ $\delta = 0.3$ สำหรับ $n = 3, 5, 10$ แต่เมื่อ δ มีค่ามาก ไม่ว่าจะใช้ λ_2 ค่าใดก็ตามจะได้ว่าแผนภูมิควบคุม HEWMA สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการไม่แตกต่างกัน

3.3 ตารางที่ 1 และ 2 พบว่าค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม DEWMA กรณีที่ $\lambda = 0.1$ มีค่าเท่ากับ

ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม HEWMA กรณีที่ $\lambda_1 = 0.1$ และ $\lambda_2 = 0.1000001$ ในทุกระดับค่า δ และ n เนื่องจาก เมื่อ λ_1 เข้าใกล้ λ_2 จะได้ว่าสถิติและขีดจำกัดควบคุมบนและล่างของแผนภูมิควบคุม DEWMA จะมีค่าใกล้เคียงกับสถิติและขีดจำกัดควบคุมบนและล่างของแผนภูมิควบคุม HEWMA

Table 1 ARL_1 of DEWMA control chart in case of an out-of-control process

δ	n	λ				
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.3	3	1.43*	3.72	9.11	17.30	28.17
	5	1.10*	2.13	4.68	8.07	11.64
	10	1.00*	1.11	1.60	2.59	4.51
	15	1.00*	1.02	1.18	1.69	2.49
	20	1.00*	1.01	1.07	1.33	1.82
	3	1.43*	3.72	9.11	17.30	28.17
0.5	3	1.00*	1.26	2.10	3.89	6.56
	5	1.00*	1.04	1.34	1.91	2.74
	10	1.00*	1.00*	1.01	1.07	1.32
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.01	1.06
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.01
1	3	1.00*	1.00*	1.00*	1.04	1.20
	5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.01
	10	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
2	3	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	10	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*

* meaning the minimum of ARL_1 of DEWMA control chart (considering by row)

Table 2 ARL_1 of HEWMA control chart in case of an out-of-control process for $\lambda_1 = 0.1$

δ	n	λ				
		~0.1**	0.2	0.3	0.4	0.5
0.3	3	1.43*	2.03	2.35	2.69	3.00
	5	1.10*	1.33	1.48	1.63	1.75
	10	1.00*	1.01	1.03	1.04	1.06
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.01
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	3	1.00*	1.03	1.06	1.10	1.13
0.5	5	1.00*	1.00*	1.00*	1.01	1.01
	10	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	3	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
1	5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	10	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
2	3	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	10	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*

* meaning the minimum of ARL_1 of HEWMA control chart (considering by row); ** meaning in this research using $\lambda_2 = 0.1000001$ because $\lambda_1 \neq \lambda_2$

3.4 ตารางที่ 3 พบว่าที่ระดับ q เดียวกัน ถ้า θ เพิ่มขึ้นแล้วค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม DGWMA จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นซึ่งเห็นได้ชัดเมื่อ $\delta = 0.3$, $n = 3, 5, 10, 15$ และ $q \leq 0.7$ และที่ระดับ θ

เดียวกัน ถ้า q เพิ่มขึ้นแล้วค่า ARL_1 จะมีแนวโน้มลดลงซึ่งเห็นได้ชัดเมื่อ $\delta = 0.3$ สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง n และ $\delta = 0.5$ สำหรับ $n = 3, 5$ นอกจากนี้ในทุกระดับของ q และ θ พบว่าถ้า n เพิ่มขึ้น แล้วค่า ARL_1 จะมีแนวโน้มลดลงโดยเฉพาะอย่างยิ่งกรณีที่ $\delta \leq 0.5$ แต่เมื่อ $\delta \geq 1$ ถ้า q, θ และ n เพิ่มขึ้น แล้วค่า ARL_1 มีแนวโน้มค่อนข้างคงที่และใกล้เคียงกันมาก กล่าวคือ ค่า ARL_1 ส่วนใหญ่มีค่าเท่ากับ 1 สรุปได้ว่ากรณีที่ $\delta \geq 1$ ค่า n, q และ θ ค่อนข้างไม่มีผลต่อค่า ARL_1 ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะพิจารณาตัวแปร q ที่มีค่ามากและ θ ที่มีค่าน้อย เช่น $q = 0.8$ ($\theta = 0.5$), $q = 0.9$ ($\theta \leq 0.7$) เป็นค่าที่เหมาะสมซึ่งทำให้แผนภูมิควบคุม DGWMA สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่ากรณีใช้ q และ θ เป็นค่าอื่น โดยเฉพาะอย่างยิ่งกรณีที่ δ มีค่าน้อยจะเห็นผลค่อนข้างชัดเจน แต่เมื่อ δ มีค่ามาก ไม่ว่าจะใช้ q และ θ ค่าใดก็ตามจะได้ว่าแผนภูมิควบคุม DGWMA สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการไม่แตกต่างกัน

3.5 ตารางที่ 1 และ 3 ในแผนภูมิควบคุม DGWMA กรณี $\theta = 1$ และ $q = 1 - \lambda$ พบว่าค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม DGWMA และแผนภูมิควบคุม DEWMA จะมีค่าใกล้เคียงในทุกระดับค่า δ และ n เนื่องจากเมื่อ $\theta = 1$ และ $q = 1 - \lambda$ จะได้ว่าสถิติและขีดจำกัดควบคุมบนและล่างของแผนภูมิควบคุม DGWMA จะเท่ากับสถิติและขีดจำกัดควบคุมบนและล่างของแผนภูมิควบคุม DEWMA

3.6 ตารางที่ 4 ในกรณีที่ $\delta \leq 0.5$ พบว่าถ้า λ เพิ่มขึ้นแล้วค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นในทุกขนาดตัวอย่าง n และกรณีที่ $\delta = 1$ ค่า ARL_1 จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อย สำหรับขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n = 3$,

5) แต่เมื่อ n มีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น $n = 10, 15, 20$ ค่า ARL_1 มีค่าค่อนข้างคงที่และใกล้เคียงกันมาก กล่าวคือ ค่า ARL_1 ส่วนใหญ่มีค่าเท่ากับ 1 นอกจากนี้ในทุกระดับของ λ พบว่าถ้า n เพิ่มขึ้น แล้วค่า ARL_1 จะมีแนวโน้มลดลงโดยเฉพาะอย่างยิ่งกรณีที่ $\delta \leq 1$ แต่เมื่อ $\delta = 2$ ถ้า λ และ n เพิ่มขึ้น พบว่าค่า ARL_1 มีแนวโน้มคงที่กล่าวคือ ค่า ARL_1 เท่ากับ 1 สรุปได้ว่ากรณีที่ $\delta = 2$ พบว่าค่า λ และขนาดตัวอย่าง n ค่อนข้างไม่มีผลต่อค่า ARL_1 ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะใช้ $\lambda = 0.1$ เป็นค่าที่เหมาะสมซึ่งทำให้แผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่ากรณีใช้ λ เป็นค่าอื่น โดยเฉพาะอย่างยิ่งกรณีที่ δ มีค่าน้อยจะเห็นผลค่อนข้างชัดเจน แต่เมื่อ δ มีค่ามาก ไม่ว่าจะใช้ λ ค่าใดก็ตามจะได้ว่าแผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการไม่แตกต่างกัน

ผลการวิจัยในตารางที่ 1 ถึง 4 จึงเลือกแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 ชนิด ที่สอดคล้องกับพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดของแต่ละแผนภูมิควบคุม คือ แผนภูมิควบคุม DEWMA กรณีที่ $\lambda = 0.1$, แผนภูมิควบคุม DGWMA กรณีที่ $q = 0.8$ ($\theta = 0.5$), $q = 0.9$ ($\theta = 0.5, 0.6, 0.7$), แผนภูมิควบคุม HEWMA กรณีที่ $\lambda_1 = 0.1$ และ $\lambda_2 = 0.1000001$ และแผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA กรณีที่ $\lambda = 0.1$ มาเปรียบเทียบประสิทธิภาพกันดังผลปรากฏในตารางที่ 5

ผลจากการศึกษาเปรียบเทียบค่า ARL_1 ที่มีค่าต่ำที่สุดของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 ชนิด จากตารางที่ 5 สรุปได้ดังนี้

(1) แผนภูมิควบคุม DGWMA มีประสิทธิภาพดีที่สุดเมื่อ $\delta = 0.3$ ($n = 3, 5$)

(2) แผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิด ได้แก่ แผนภูมิควบคุม DEWMA แผนภูมิควบคุม DGWMA

และแผนภูมิควบคุม HEWMA มีประสิทธิภาพไม่แตกต่างกัน เมื่อ $\delta = 0.3$ ($n=10, 15$) และ $\delta = 0.5$ ($n=3, 5$)

(3) แผนภูมิควบคุมทุกชนิดมีประสิทธิภาพในการตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการได้ไม่แตกต่างกัน เมื่อ $\delta = 0.3$ ($n=20$), $\delta = 0.5$ ($n=10, 15, 20$) และในทุกขนาดตัวอย่าง n เมื่อ $\delta \geq 1$

(4) เมื่อ n เพิ่มขึ้น กรณีที่ δ มีขนาดเล็กพบว่าค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA มีแนวโน้มลดลงอย่างชัดเจน ส่วนค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม HEWMA มีแนวโน้มลดลงเพียงเล็กน้อย และค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม DGWMA มีแนวโน้มคงที่ อย่างไรก็ตาม เมื่อ δ มีขนาดใหญ่ ค่า ARL_1 ของทุกแผนภูมิมีแนวโน้มคงที่

(5) เมื่อ δ เพิ่มขึ้น สำหรับ $n=3, 5, 10$ พบว่าค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม DEWMA แผนภูมิควบคุม DGWMA และแผนภูมิควบคุม HEWMA มีแนวโน้มค่อนข้างคงที่ ส่วนค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA มีแนวโน้มลดลงเมื่อ δ มีค่าเพิ่มขึ้น

4. วิจัยรณ

ผลการวิจัยพบว่าค่าพารามิเตอร์ $q=0.8$ ($\theta=0.5$), $q=0.9$ ($\theta=0.5, 0.6, 0.7$) เป็นค่าที่เหมาะสมซึ่งทำให้แผนภูมิควบคุม DGWMA สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดี และพบว่าที่ระดับ q เดียวกัน ถ้า θ เพิ่มขึ้นแล้วค่า ARL_1 จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และที่ระดับ θ เดียวกัน ถ้า q เพิ่มขึ้นแล้วค่า ARL_1 จะมีแนวโน้มลดลง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Chiu [8] นอกจากนี้พบว่าถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นค่า ARL_1 ของทุกแผนภูมิควบคุมจะมีแนวโน้มลดลงเมื่อการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย

Table 3 ARL_1 of DGWMA control chart in case of an out-of-control process

δ	n	q	θ					
			0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0.3	3	0.5	13.28	13.48	16.50	20.49	25.19	28.17
		0.6	4.78	6.53	8.46	10.46	13.66	17.30
		0.7	1.63	2.35	3.46	5.03	6.53	9.10
		0.8	1.00*	1.09	1.37	1.98	2.64	3.71
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.02	1.14	1.43
	5	0.5	5.49	7.10	8.16	9.67	10.72	11.64
		0.6	2.27	3.05	4.07	5.33	6.71	8.06
		0.7	1.11	1.37	1.84	2.67	3.57	4.68
		0.8	1.00*	1.00*	1.08	1.26	1.61	2.13
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.03	1.10
	10	0.5	1.91	2.27	2.75	3.31	3.79	4.50
		0.6	1.13	1.28	1.52	1.84	2.23	2.58
		0.7	1.00*	1.01	1.07	1.16	1.35	1.60
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.01	1.04	1.11
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	0.5	1.31	1.48	1.69	1.92	2.26	2.49
		0.6	1.02	1.07	1.15	1.27	1.45	1.69
		0.7	1.00*	1.00*	1.01	1.04	1.10	1.18
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.02
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	0.5	1.13	1.20	1.31	1.44	1.62	1.82
		0.6	1.00*	1.02	1.05	1.11	1.21	1.33
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.01	1.03	1.07
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.01
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
0.5	3	0.5	2.79	3.08	3.78	4.71	5.73	6.56
		0.6	1.33	1.61	1.95	2.37	3.03	3.89
		0.7	1.00*	1.05	1.18	1.40	1.67	2.10
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.02	1.10	1.26
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	5	0.5	1.46	1.71	1.92	2.20	2.44	2.74
		0.6	1.04	1.12	1.25	1.43	1.68	1.91
		0.7	1.00*	1.00*	1.01	1.07	1.18	1.34
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.01	1.04
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	10	0.5	1.02	1.04	1.09	1.15	1.22	1.32
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.02	1.04	1.07
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.01
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	0.5	1.00*	1.00*	1.01	1.02	1.04	1.06
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.01
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	0.5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.01	1.01
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*

Table 3 (continued)

δ	n	q	θ					
			0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
1	3	0.5	1.01	1.02	1.04	1.08	1.14	1.20
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.02	1.04
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	5	0.5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.01	1.01
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	10	0.5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	0.5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	0.5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
2	3	0.5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	5	0.5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	10	0.5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	0.5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	0.5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.6	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.7	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.8	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
		0.9	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*

* meaning the minimum of ARL_1 of DGWMA control chart (considering for different size of δ and n)

Table 4 ARL_1 of MFIR-EWMA control chart in case of an out-of-control process

δ	n	λ				
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.3	3	3.98*	12.56	25.91	42.02	58.48
	5	2.07*	6.18	12.45	18.18	24.88
	10	1.10*	2.14	4.02	6.71	10.70
	15	1.02*	1.39	2.44	3.89	6.25
	20	1.00*	1.17	1.73	2.83	4.19
	3	1.24*	2.80	5.88	9.85	15.58
	5	1.03*	1.58	2.74	4.33	6.23
	10	1.00*	1.03	1.25	1.70	2.44
	15	1.00*	1.00*	1.06	1.23	1.58
	20	1.00*	1.00*	1.01	1.08	1.25
0.5	3	1.00*	1.01	1.16	1.51	2.03
	5	1.00*	1.00*	1.01	1.08	1.22
	10	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.01
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	3	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	10	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
1	3	3.98*	12.56	25.91	42.02	58.48
	5	2.07*	6.18	12.45	18.18	24.88
	10	1.10*	2.14	4.02	6.71	10.70
	15	1.02*	1.39	2.44	3.89	6.25
	20	1.00*	1.17	1.73	2.83	4.19
	3	1.24*	2.80	5.88	9.85	15.58
	5	1.03*	1.58	2.74	4.33	6.23
	10	1.00*	1.03	1.25	1.70	2.44
	15	1.00*	1.00*	1.06	1.23	1.58
	20	1.00*	1.00*	1.01	1.08	1.25
2	3	3.98*	12.56	25.91	42.02	58.48
	5	2.07*	6.18	12.45	18.18	24.88
	10	1.10*	2.14	4.02	6.71	10.70
	15	1.02*	1.39	2.44	3.89	6.25
	20	1.00*	1.17	1.73	2.83	4.19
	3	1.24*	2.80	5.88	9.85	15.58
	5	1.03*	1.58	2.74	4.33	6.23
	10	1.00*	1.03	1.25	1.70	2.44
	15	1.00*	1.00*	1.06	1.23	1.58
	20	1.00*	1.00*	1.01	1.08	1.25

* meaning the minimum of ARL_1 of MFIR-EWMA control chart (considering by row)

Table 5 Comparison of ARL_1 s of DEWMA, DGWMA, HEWMA and MFIR- EWMA control charts

δ	n	ARL_1 s of control chart			
		DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA
0.3	3	1.43	1.00*	1.43	3.98
	5	1.10	1.00*	1.10	2.07
	10	1.00*	1.00*	1.00*	1.10
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.02
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
0.5	3	1.00*	1.00*	1.00*	1.24
	5	1.00*	1.00*	1.00*	1.03
	10	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
1	3	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	10	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
2	3	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	5	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	10	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	15	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*
	20	1.00*	1.00*	1.00*	1.00*

* meaning the minimum of ARL_1 (considering by row)

ของกระบวนการมีขนาดเล็ก และค่า ARL_1 ของทุกแผนภูมิมีแนวโน้มคงที่เมื่อการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีขนาดใหญ่ และถ้าขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีค่าเพิ่มขึ้นแล้ว ค่า ARL_1 ของทุกแผนภูมิควบคุมจะมีแนวโน้มลดลง

ในทุกขนาดตัวอย่างซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Maisombun และคณะ [12]

5. สรุป

งานวิจัยนี้พบว่าค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับแผนภูมิควบคุมแต่ละแผนภูมิ ได้แก่ แผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม MFIR-EWMA ควรเลือกใช้ $\lambda = 0.1$ สำหรับแผนภูมิควบคุม DGWMA ควรเลือกใช้ $q = 0.8$ ($\theta = 0.5$), $q = 0.9$ ($\theta = 0.5, 0.6, 0.7$) และแผนภูมิควบคุม HEWMA ควรเลือกใช้ $\lambda_1 = 0.1$ และ $\lambda_2 = 0.1000001$ เนื่องจากส่วนใหญ่ทำให้แผนภูมิควบคุมสามารถตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการได้ดีในแต่ละแผนภูมิ และพบว่าแผนภูมิควบคุม DGWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการดีที่สุดในทุกสถานการณ์ ส่วนแผนภูมิควบคุม DEWMA แผนภูมิควบคุม DGWMA และแผนภูมิควบคุม HEWMA มีประสิทธิภาพไม่แตกต่างกัน เมื่อ $\delta = 0.3$ ในขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 15 หรือ $\delta = 0.5$ ในขนาดตัวอย่างเท่ากับ 3 และ 5 นอกจากนี้พบว่าแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 ชนิด มีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ไม่แตกต่างกัน เมื่อ $\delta = 0.3$ ในขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 หรือ $\delta = 0.5$ ในขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 15, 20 และสำหรับทุกขนาดตัวอย่างเมื่อ $\delta \geq 1$ นอกจากนี้แผนภูมิควบคุมทั้ง 4 ชนิด มีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการไม่แตกต่างกัน เมื่อ $n = 20$ สำหรับทุกขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ดังผลสรุปในตารางที่ 6

6. ข้อเสนอแนะ

สามารถใช้ข้อมูลคุณภาพของผลิตภัณฑ์ในกรณีที่มีข้อมูลไม่ได้มีการแจกแจงปกติ ได้แก่ การแจกแจง

แบบเลขชี้กำลัง การแจกแจงที่ การแจกแจงแกมมา เป็นต้น เพื่อทดสอบความแกร่งของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 ชนิด นอกจากนี้ควรนำเทคนิคอื่น ๆ มาปรับใช้กับ แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพที่ได้จากผลงานวิจัยนี้

เช่น การนำเทคนิคสุ่มตัวอย่างเข้ามาประยุกต์ใช้ใน แผนภูมิควบคุมเพื่อที่จะสามารถตรวจพบความผิดปกติ ได้เร็วขึ้นดังงานวิจัยของ Aslam และคณะ [13,14] และ Azam และคณะ [15]

Table 6 Control chart with the best efficiency for each situation

δ	Sample sizes (n)				
	3	5	10	15	20
0.3	DGWMA	DGWMA	3-EWMA	3-EWMA	ALL
0.5	3-EWMA	3-EWMA	ALL	ALL	ALL
1	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL
2	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL

3-EWMA meaning DEWMA, DGWMA and HEWMA control charts; ALL meaning DEWMA, DGWMA, HEWMA and MFIR-EWMA control charts

7. References

- [1] Shewhart, W.A., 1924, Economic Control of Quality Manufactured Product, Van Nostrand Reinhold, Princeton, 482 p.
- [2] Jareonsiri, T., 2011, Comparison of Efficiency in Detecting Mean Shift between Shewhart $\bar{X}$ Control Chart and Nonparametric Arcsine EWMA Sign Control Chart, Bachelor Projects, Burapha University, Chonburi, 35 p. (in Thai)
- [3] Ketchart, P., 2011, Comparison of Efficiency between Shewhart $\bar{X}$ Control Chart and Nonparametric EWMA Sign Control Chart, Bachelor Projects, Burapha University, Chonburi, 27 p. (in Thai)
- [4] Roberts, S.W., 1959, Control chart tests based on geometric moving averages, Technometrics 42: 97-102.
- [5] Shamma, S.E. and Shamma, A.K., 1992, Development and evaluation of control charts using double exponentially weighted moving averages, Int. J. Qual. Reliabil. Manage. 9: 18-25.
- [6] Steiner, S.H., 1999, EWMA control charts with time-varying control limits and fast initial response, J. Qual. Technol. 31: 75-86.
- [7] Sheu, S. H. and Lin, T. C., 2003, The generally weighted moving average control chart for detecting small shifts in the process mean, Qual. Eng. 16: 209-231.
- [8] Chiu, W. C., 2009, Generally weighted moving average control charts with fast initial response features, J. Appl. Stat. 36: 255-275.
- [9] Haq, A., 2013, A new hybrid exponentially

- weight moving average control chart for monitoring process mean, Qual. Reliab. Engng. Int. 29: 1015-1025.
- [10] Haq, A., Brown, J. and Moltchanova. E., 2014, Improved fast initial response features for reliability exponentially weighted moving average and cumulative sum control charts, Qual. Engng. Int. 30: 697-710.
- [11] Haq, A., 2017, A new hybrid exponentially weight moving average control chart for monitoring process mean: Discussion, Qual. Reliab. Engng. Int. 33: 1629-1631
- [12] Maisombun, P., Hongkummeaung, J. and Sinsomboonthong, J., 2017, Efficiency comparison of control charts in detection of process mean shift for normal distribution, Thai Sci. Technol. J. 25: 907-917. (in Thai)
- [13] Aslam, M., Azam, M. and Jun, C.H., 2014, New attributes and variables control charts under repetitive sampling, Ind. Eng. Manag. Syst. 13: 101-106.
- [14] Aslam, M., Azam, M. and Jun, C.H., 2014, A new exponentially weighted moving average sign chart using repetitive sampling, J. Process Control. 24: 1149-1153
- [15] Azam, M., Aslam, M. and Jun, C.H., 2015, Designing of a hybrid exponentially weighted moving average control chart using repetitive sampling, Int. J. Adv. Manuf. Technol. 77: 1927-1933.