การทดสอบรากหนึ่งหน่วย โดยอิงตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบปรับปรุง

The Unit Root Tests Based on the Adjusted Weighted Symmetric Estimators

ปาริชาต สาหร่ายสุวรรณ์ และวรารฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล*

ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต ตำบลคลองหนึ่ง อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี 12120

Parichart Saraisuwan and Wararit Panichkitkosolkul*

Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology,

Thammasat University, Rangsit Centre, Khlong Nueng, Khlong Luang, Pathum Thani 12120

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยโดยอิงตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบปรับปรุง สร้างตารางค่าวิกฤตของตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยที่สร้างขึ้น และเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และกำลังการทดสอบของตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วย 4 ตัว ได้แก่ ตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยโดยอิงตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนัก (W1) ตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยโดยอิงตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิด (W2) ตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยโดยอิงตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบมัธยฐานเวียนเกิด (W3) และตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยโดยอิงตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบมัธยฐานเวียนเกิดโดยใช้ค่าเฉลี่ยวินเซอไรซ์ (W4) ในการวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล เพื่อสร้างตารางค่าวิกฤตและคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และกำลังการทดสอบ ผลการวิจัยสรุปได้ว่าตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยทุกตัวสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกระดับของขนาดตัวอย่าง โดยภาพรวมตัวทดสอบ W1 ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุดใน 2 ลำดับแรก ส่วนในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์มีค่าเข้าใกล้ 1 ตัวทดสอบ W4 ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุด

คำสำคัญ : การทดสอบรากหนึ่งหน่วย; กระบวนการอัตตสหสัมพันธ์; ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1; กำลังการทดสอบ

Abstract

The purposes of this research are to construct the unit root tests based on the adjusted weighted symmetric estimators, to create critical values of the proposed unit root tests and to

***ผู้รับผิดชอบบทความ :** wararit@mathstat.sci.tu.ac.th

compare the probability of type I error and the power of the tests. Four unit root tests are the tests based on the weighted symmetric estimator (W1), the unit root test based on the recursive mean adjusted weighted symmetric estimator (W2), the unit root test based on the recursive median adjusted weighted symmetric estimator (W3) and the unit root test based on the weighted symmetric estimator using the adjusted recursive median based on the winsorized mean (W4). A Monte Carlo simulation study was conducted to construct the critical values and to compare the performance of the proposed unit root tests with the existing unit root tests by using the probability of type I error and the power of the test. Simulation results are as follow: All unit root tests can control the probability of type I error for all sample sizes. The power of the unit root test based on the W1 estimator is largest in two first rank. However, the unit root test W4 performs well when the autoregressive parameter approaches one.

Keywords: unit root test; first-order autoregressive process; type I error; power of the test

1. บทนำ

กระบวนการอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง [first-order autoregressive process: AR(1)] สามารถเขียนได้ดังนี้

$$Y_t - \mu = \rho(Y_{t-1} - \mu) + e_t \qquad (1)$$

โดยที่ e_t เป็นค่าคลาดเคลื่อนสุ่มที่เป็นอิสระต่อกันซึ่งมีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 ความแปรปรวนคงที่ (σ^2) และ $\rho \in (-1,1)$ กระบวนการ AR(1) จะมีคุณสมบัติสเตชันนารี (stationary) ถ้า $|\rho| < 1$ แต่ถ้าในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์มีค่าเข้าใกล้ 1 $(|\rho| \to 1)$ กระบวนการจะมีชื่อเรียกเฉพาะว่า กระบวนการเดินสุ่ม (random walk process) อนุกรมเวลาอาจจะไม่มีคุณสมบัติสเตชันนารี โดยเฉพาะในข้อมูลทางธุรกิจหรือเศรษฐศาสตร์ โดยทั่วไปจะประกอบไปด้วยแนวโน้มและการแปรผันตามฤดูกาล หากอนุกรมเวลาไม่เป็นสเตชันนารีอาจจะทำให้เกิดการถดถอยที่ไม่แท้จริง มีค่า R^2 สูง และค่าสถิติ t (t statistics) ก็จะมีการแจกแจงแบบไม่ใช่มาตรฐาน (nonstandard distribution) ซึ่งนำไปสู่การลงความเห็นที่ผิดพลาดได้ ดังนั้นก่อนที่จะกำหนดตัวแบบจึงจำเป็นต้องมีการทดสอบว่าตัวแปรแต่ละตัวมีคุณสมบัติสเตชันนารีหรือไม่ ซึ่งการทดสอบมีอยู่ด้วยกันหลายวิธี โดยในปี ค.ศ. 1979 Dickey และ Fuller [1] ได้พัฒนาวิธีการทดสอบรากหนึ่งหน่วย (unit root test) ว่าอนุกรมเวลานั้นมีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวแปรคงที่หรือไม่ เรียกว่า การทดสอบ DF (Dickey and Fuller test)

การทดสอบรากหนึ่งหน่วยมีสมมติฐาน $H_0 : \rho = 1$ แย้งกับ $H_a : \rho < 1$ ซึ่งตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยคือ $\hat{\kappa} = n(\hat{\rho} - 1)$ และ $\hat{\tau} = (\hat{\rho} - 1)/se(\hat{\rho})$ จะเห็นว่าการทดสอบรากหนึ่งหน่วยจะต้องอาศัยตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ในการทดสอบ โดยที่วิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์มีอยู่ด้วยกันหลายวิธีภายใต้ข้อสมมติที่แตกต่างกันออกไป เช่น วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (ordinary least squares method) วิธีการประมาณความควรจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood estimation method) หรือในปี ค.ศ. 1999 So และ Shin [2] ได้พัฒนาวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบเวียนเกิด (recursive ordinary least squares method) การวิจัยครั้งนี้ใช้การทดสอบรากหนึ่งหน่วย โดยอิงตัวประมาณ

ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ AR(1) 4 วิธี คือ ตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนัก (weighted symmetric estimator: W1) ที่ศึกษาโดย Park และ Fuller [3] ตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิด (recursive mean adjusted-ment with weighted symmetric estimator: W2) ที่ศึกษาโดย Niwitpong [4] ตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบมัธยฐานเวียนเกิด (recursive median adjustment with weighted symmetric estimator: W3) ที่ศึกษาโดย Panichkitkosolkul [5] และตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบมัธยฐานเวียนเกิดโดยใช้ค่าเฉลี่ยวินเซอไรซ์ (recursive median adjustment based on Winsorized mean with weighted symmetric estimator: W4) ที่ศึกษาโดย Panichkitkosolkul [6] โดยจะทำการทดสอบรากหนึ่งหน่วยโดยใช้การทดสอบ DF (Dickey and Fuller test) [1] จากนั้นจึงทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทุกวิธีด้วยความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่ากำลังการทดสอบ

2. ขอบเขตของการวิจัย

ขอบเขตของการวิจัยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 การสร้างตารางค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบรากหนึ่งหน่วย

2.1.1 อนุกรมเวลา $\{Y_t\}$ เป็นอนุกรมเวลากระบวนการอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง [AR(1)] ในที่นี้กำหนดค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลาเท่ากับ 0 และค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 1 ดังนี้

$$Y_t = Y_{t-1} + e_t$$

2.1.2 ค่าควอนไทล์ที่กำหนดมี 8 ระดับ คือ 0.01, 0.025, 0.05, 0.1, 0.9, 0.95, 0.975 และ 0.99

2.1.3 การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม (e_t) มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน (standard normal distribution)

2.1.4 ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ใช้ในการศึกษามี 5 ระดับ คือ 25, 50, 100, 250 และ 500

2.1.5 โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เขียนด้วยโปรแกรม R เวอร์ชัน 3.0.1 ซึ่งทำการทดลองซ้ำ 10,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

2.2 การเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และกำลังการทดสอบ

2.2.1 อนุกรมเวลา $\{y_t\}$ เป็นอนุกรมเวลากระบวนการ AR(1) โดยกำหนด $\mu = 0$ เขียนตัวแบบได้ดังนี้ $Y_t = \rho Y_{t-1} + e_t$

2.2.2 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ของตัวแบบ 10 ระดับ คือ 0.7, 0.8, 0.85, 0.9, 0.93, 0.95, 0.97, 0.98, 0.99 และ 1

2.2.3 การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม (e_t) มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน

2.2.4 ขนาดตัวอย่าง (n) ที่ใช้ในการศึกษามี 4 ระดับ คือ 25, 50, 100 และ 250

2.2.5 ระดับนัยสำคัญของการทดสอบรากหนึ่งหน่วย คือ 0.05

2.2.6 โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เขียนด้วยโปรแกรม R เวอร์ชัน 3.0.1 ซึ่งทำการทดลองซ้ำ 10,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

3. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

พิจารณาสมมติฐานของการทดสอบรากหนึ่งหน่วย

สมมติฐานว่าง (null hypothesis) คือ $H_0: \rho = 1$ และสมมติฐานทางเลือก (alternative hypothesis) คือ $H_a: |\rho| < 1$ โดยมีสถิติทดสอบ คือ $\hat{\kappa}_i = n(\hat{\rho}_i - 1)$ และ $\hat{\tau}_i = (\hat{\rho}_i - 1)/se(\hat{\rho}_i)$ เมื่อ $i = W1, W2, W3, W4$

ถ้า $\hat{\kappa}_i < \kappa_{ci}$, $\hat{\tau}_i < \tau_{ci}$ ดังนั้น ปฏิเสธ H_0 อนุกรมเวลาจะมีคุณสมบัติสเตชันนารี เมื่อ κ_{ci} และ τ_{ci} เป็นค่าวิกฤติ (critical value) ของตัวสถิติ $\hat{\kappa}_i$ และ $\hat{\tau}_i$ ซึ่งบริเวณวิกฤตที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานจะขึ้นอยู่กับระดับนัยสำคัญและขนาดตัวอย่าง ตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยที่ใช้ผลของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ทั้ง 4 ตัว แสดงได้ดังนี้

ในปี ค.ศ. 1995 Park และ Fuller [3] ได้พัฒนาตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนัก (weighted symmetric estimator) ซึ่งตัวประมาณแสดงได้ดังนี้

$$\hat{\rho}_{W1} = \frac{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_t - \bar{Y}\right)\left(Y_{t-1} - \bar{Y}\right)}{\sum_{t=3}^{n}\left(Y_{t-1} - \bar{Y}\right)^2 + n^{-1}\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \bar{Y}\right)^2} \tag{2}$$

โดยมีความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

$$se(\hat{\rho}_{W1}) = \frac{\hat{\sigma}_{W1}}{\sqrt{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_{t-1} - \bar{Y}\right)^2}}$$

และ $$\hat{\sigma}_{W1}^2 = \frac{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_t - \bar{Y} - \hat{\rho}_W\left(Y_{t-1} - \bar{Y}\right)\right)^2}{n-2}$$

โดยที่ $\bar{Y} = n^{-1}\sum_{t=1}^{n} Y_t$ ดังนั้นตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยที่ใช้ผลของตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนัก คือ $\hat{\kappa}_{W1} = n(\hat{\rho}_{W1} - 1)$ และ $\hat{\tau}_{W1} = (\hat{\rho}_{W1} - 1)/se(\hat{\rho}_{W1})$

ต่อมาในปี ค.ศ. 2004 Niwitpong [4] ได้พัฒนาตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิด โดยการแทนที่ค่าเฉลี่ย (arithmetic mean : $\bar{Y}$) ในสมการที่ (2) ด้วยค่าเฉลี่ยแบบเวียนเกิด (recursive mean : $\bar{Y}_t$) แสดงได้ดังนี้

$$\hat{\rho}_{W2} = \frac{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_t - \bar{Y}_t\right)\left(Y_{t-1} - \bar{Y}_{t-1}\right)}{\sum_{t=3}^{n}\left(Y_{t-1} - \bar{Y}_{t-1}\right)^2 + n^{-1}\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \bar{Y}_t\right)^2} \tag{3}$$

โดยมีความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

$$se(\hat{\rho}_{W2}) = \frac{\hat{\sigma}_{W2}}{\sqrt{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_{t-1} - \bar{Y}_{t-1}\right)^2}}$$

และ $$\hat{\sigma}_{W2}^2 = \frac{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_t - \bar{Y}_t - \hat{\rho}_{W2}\left(Y_{t-1} - \bar{Y}_{t-1}\right)\right)^2}{n-2}$$

โดยที่ $\bar{Y}_t = t^{-1}\sum_{i=1}^{t} Y_i$ ดังนั้นตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยที่ใช้ผลของตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบค่าเฉลี่ยเวียนเกิด คือ $\hat{\kappa}_{W2} = n(\hat{\rho}_{W2} - 1)$ และ $\hat{\tau}_{W2} = (\hat{\rho}_{W2} - 1)/se(\hat{\rho}_{W2})$

$$\hat{\rho}_{W3} = \frac{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_t - \tilde{Y}_t\right)\left(Y_{t-1} - \tilde{Y}_{t-1}\right)}{\sum_{t=3}^{n}\left(Y_{t-1} - \tilde{Y}_{t-1}\right)^2 + n^{-1}\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \tilde{Y}_t\right)^2} \tag{4}$$

โดยมีความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

$$se(\hat{\rho}_{W3}) = \frac{\hat{\sigma}_{W3}}{\sqrt{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_{t-1} - \tilde{Y}_{t-1}\right)^2}}$$

และ $$\hat{\sigma}_{W3}^2 = \frac{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_t - \tilde{Y}_t - \hat{\rho}_{W3}\left(Y_{t-1} - \tilde{Y}_{t-1}\right)\right)^2}{n-2}$$

โดยที่ $\tilde{Y}_t = median(Y_1, Y_2, ..., Y_t)$ ดังนั้นตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยที่ใช้ผลของตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบมัธยฐานเวียนเกิด คือ $\hat{\kappa}_{W3} = n(\hat{\rho}_{W3} - 1)$ และ $\hat{\tau}_{W3} = (\hat{\rho}_{W3} - 1)/se(\hat{\rho}_{W3})$

และต่อมาในปีเดียวกัน Panichkitkosolkul [6] ได้พัฒนาตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบมัธยฐานเวียนเกิดโดยใช้ค่าเฉลี่ยวินเซอไรซ์ (Winsorized mean) โดยแทนที่ค่ามัธยฐานเวียนเกิดในสมการที่ (4) ด้วยค่าเฉลี่ยวินเซอไรซ์ ซึ่งค่าเฉลี่ยวินเซอไรซ์เป็นค่าวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง มีลักษณะคล้ายกับค่าเฉลี่ยแบบตัดปลาย (trimmed Mean) แต่ค่าเฉลี่ยวินเซอร์ไรซ์ได้ตัดค่าผิดปกติของปลายหางของข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วออกไป แล้วจึงแทนที่ข้อมูลที่ถูกตัดออกไปด้วยข้อมูลที่อยู่ติดกัน ตัวประมาณแสดงได้ดังนี้

$$\hat{\rho}_{W4} = \frac{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_t - \bar{\tilde{Y}}_t\right)\left(Y_{t-1} - \bar{\tilde{Y}}_{t-1}\right)}{\sum_{t=3}^{n}\left(Y_{t-1} - \bar{\tilde{Y}}_{t-1}\right)^2 + n^{-1}\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \bar{\tilde{Y}}_t\right)^2} \quad (5)$$

โดยมีความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

$$se(\hat{\rho}_{W4}) = \frac{\hat{\sigma}_{W4}}{\sqrt{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_{t-1} - \bar{\tilde{Y}}_{t-1}\right)^2}}$$

และ $$\hat{\sigma}_{W4}^2 = \frac{\sum_{t=2}^{n}\left(Y_t - \bar{\tilde{Y}}_t - \hat{\rho}_{W4}\left(Y_{t-1} - \bar{\tilde{Y}}_{t-1}\right)\right)^2}{n-2}$$

โดยที่ $\bar{\tilde{Y}} = \frac{1}{t}([t\alpha]\tilde{Y}_{([t\alpha]+1)} + \sum_{i=[t\alpha]-1}^{t-[t\alpha]}\tilde{Y}_{(i)} + [t\alpha]\tilde{Y}_{(t-[t\alpha])})$,

$\tilde{Y}_t = median(Y_1, Y_2, ..., Y_t), \quad \tilde{Y}_{(1)} \le \tilde{Y}_{(2)} \le ... \le \tilde{Y}_{(t)}$

เมื่อ α คือค่าสัดส่วนที่ต้องการตัดออก อยู่ระหว่าง 0 ถึง 0.5 และ $[t\alpha]$ หมายถึงจำนวนเต็มที่มากที่สุดที่มีค่าไม่เกิน $t\alpha$ ดังนั้นตัวทดสอบที่ใช้ผลของตัวประมาณสมมาตรถ่วงน้ำหนักแบบมัธยฐานเวียนเกิดโดยใช้ค่าเฉลี่ยวินเซอไรซ์ คือ $\hat{\kappa}_{W4} = n(\hat{\rho}_{W4} - 1)$ และ $\hat{\tau}_{W4} = (\hat{\rho}_{W4} - 1)/se(\hat{\rho}_{W4})$

4. วิธีดำเนินการวิจัย

วิธีดำเนินการวิจัยมีรายละเอียดดังนี้

4.1 การสร้างตารางค่าวิกฤต

จำลองข้อมูลอนุกรมเวลา AR(1) ในสมการที่ (1) ตามขอบเขตของการวิจัยโดยจำลองข้อมูลตามสมมติฐาน H_a นั่นคือ $\rho = 1$ จากนั้นจึงคำนวนตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วย $\hat{\tau}_{W1}, \hat{\tau}_{W2}, \hat{\tau}_{W3}, \hat{\tau}_{W4}$ และ $\hat{\kappa}_{W1}, \hat{\kappa}_{W2}, \hat{\kappa}_{W3}, \hat{\kappa}_{W4}$ และคำนวณค่าเปอร์เซนต์ไทล์ของตัวทดสอบแต่ละตัวตามระดับควอนไทล์ที่กำหนดจากการทดลองซ้ำ 10,000 ครั้ง ซึ่งค่าวิกฤตที่ได้คำนวณมาจากค่าเฉลี่ยของเปอร์เซ็นต์ไทล์ของตัวทดสอบจำนวน 100 ชุด

4.2 การทดสอบรากหนึ่งหน่วยเพื่อเปรียบเทียบความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และกำลังการทดสอบ

จำลองข้อมูลอนุกรมเวลา AR(1) ในสมการที่ (1) โดยกำหนด ρ ตามระดับที่กำหนดไว้ โดยความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้จากการจำลองอนุกรมเวลา AR(1) ที่มี $\rho = 1$ และกำลังของการทดสอบจะได้จาก การจำลองอนุกรมเวลา AR(1) ที่มี $\rho < 1$ ตามระดับที่กำหนดไว้ในขอบเขตของการวิจัย จากนั้นจึงทำการคำนวณตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วยพร้อมทั้งทำการทดสอบรากหนึ่งหน่วยโดยใช้ค่าวิกฤตที่ได้จากหัวข้อที่ 4.1

ค่ากำลังการทดสอบและค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้จากการนับจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง (H_0) หารด้วยจำนวนทั้งหมด (ทำซ้ำ 10,000 ครั้ง) นั่นคือความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 คือ $P($ปฏิเสธ $H_0 \mid H_0$ เป็นจริง$)$ และค่ากำลังของการทดสอบ คือ $1 - P($ยอมรับ $H_0 \mid H_0$ ไม่จริง$)$ = $P($ปฏิเสธ $H_0 \mid H_0$ ไม่จริง$)$ จากนั้นพิจารณาว่าวิธีใดสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้อยู่ในเกณฑ์กำหนดซึ่งในการศึกษาครั้งนี้ใช้เกณฑ์ของ Bredley [7] คือตัวทดสอบจะควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้เมื่ออยู่ในช่วง $[0.5\alpha, 1.5\alpha]$ ที่ระดับนัยสำคัญ α และทำการเปรียบเทียบกำลังของการทดสอบ ตัวทดสอบใดมีกำลังการทดสอบสูงกว่า ตัวทดสอบนั้นย่อมมีประสิทธิภาพดีกว่า

5. ผลการวิจัย

ในการนำเสนอผลการวิจัยเพื่อความสะดวกจะแบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ ส่วนที่ (1) ตารางค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบรากหนึ่งหน่วย ส่วนที่ (2) ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และส่วนที่ (3) การเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วย ดังนี้

5.1 ตารางค่าวิกฤตของตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วย $\hat{\kappa}$ และ $\hat{\tau}$

ค่าวิกฤตที่ใช้สำหรับการทดสอบรากหนึ่งหน่วยจำแนกตามขนาดตัวอย่าง 5 ระดับ ระดับควอนไทล์ 8 ระดับ ดังนี้

ตารางที่ 1 ค่าวิกฤตตัวทดสอบและสำหรับการทดสอบรากหนึ่งหน่วย

ขนาดตัวอย่าง	ความน่าจะเป็นที่ $\hat{\kappa}_{W1}$ มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต							
(n)	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99
25	-16.92	-14.19	-12.03	-9.69	-0.14	0.49	1.02	1.64
50	-18.11	-14.96	-12.47	-9.93	-0.07	0.55	1.06	1.66
100	-18.76	-15.38	-12.73	-10.04	-0.04	0.58	1.09	1.67
250	-19.20	-15.64	-12.87	-10.12	-0.03	0.59	1.09	1.67
500	-19.32	-15.73	-12.93	-10.13	-0.02	0.59	1.09	1.66
ขนาดตัวอย่าง	ความน่าจะเป็นที่ $\hat{\tau}_{W1}$ มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต							
(n)	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99
25	-3.45	-3.03	-2.70	-2.34	-0.07	0.26	0.55	0.86
50	-3.25	-2.90	-2.60	-2.28	-0.04	0.30	0.60	0.93
100	-3.17	-2.84	-2.56	-2.26	-0.02	0.33	0.63	0.97
250	-3.14	-2.81	-2.54	-2.24	-0.01	0.34	0.64	0.98
500	-3.12	-2.80	-2.54	-2.24	-0.01	0.34	0.64	1.00
ขนาดตัวอย่าง	ความน่าจะเป็นที่ $\hat{\kappa}_{W2}$ มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต							
(n)	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99
25	-16.00	-13.47	-11.41	-9.25	-0.89	-0.32	0.17	0.75
50	-17.79	-14.75	-12.38	-9.93	-0.99	-0.42	0.06	0.64
100	-18.85	-15.53	-12.98	-10.37	-1.07	-0.49	-0.01	0.54
250	-19.60	-16.10	-13.40	-10.71	-1.12	-0.54	-0.06	0.49
500	-19.97	-16.35	-13.59	-10.84	-1.14	-0.56	-0.08	0.48
ขนาดตัวอย่าง	ความน่าจะเป็นที่ $\hat{\tau}_{W2}$ มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต							
(n)	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99
25	-3.21	-2.85	-2.56	-2.25	-0.48	-0.17	0.09	0.42
50	-3.20	-2.87	-2.60	-2.31	-0.54	-0.24	0.03	0.36
100	-3.20	-2.89	-2.63	-2.34	-0.59	-0.28	-0.01	0.31
250	-3.20	-2.90	-2.65	-2.37	-0.62	-0.31	-0.03	0.29
500	-3.21	-2.91	-2.66	-2.38	-0.62	-0.32	-0.05	0.28

หมายเหตุ : ความน่าจะเป็นที่แสดงที่หัวสดมภ์เป็นพื้นที่ปลายหางทางซ้าย

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ขนาดตัวอย่าง	ความน่าจะเป็นที่ $\hat{\kappa}_{W3}$ มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต							
(n)	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99
25	-16.11	-13.61	-11.59	-9.44	-0.86	-0.19	0.38	1.04
50	-17.87	-14.85	-12.50	-10.05	-0.93	-0.26	0.29	0.93
100	-18.84	-15.55	-12.98	-10.38	-0.95	-0.29	0.26	0.88
250	-19.57	-16.02	-13.33	-10.63	-0.98	-0.31	0.23	0.84
500	-19.78	-16.21	-13.47	-10.70	-0.99	-0.33	0.21	0.82
ขนาดตัวอย่าง	ความน่าจะเป็นที่ $\hat{\tau}_{W3}$ มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต							
(n)	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99
25	-3.23	-2.87	-2.59	-2.28	-0.45	-0.10	0.21	0.58
50	-3.21	-2.88	-2.62	-2.33	-0.50	-0.15	0.17	0.54
100	-3.20	-2.89	-2.63	-2.35	-0.52	-0.16	0.15	0.52
250	-3.20	-2.89	-2.64	-2.36	-0.54	-0.18	0.14	0.50
500	-3.20	-2.90	-2.64	-2.37	-0.55	-0.19	0.13	0.49
ขนาดตัวอย่าง	ความน่าจะเป็นที่ $\hat{\kappa}_{W4}$ มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต							
(n)	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99
25	-14.76	-12.16	-10.07	-7.87	0.01	0.51	0.93	1.45
50	-15.81	-12.78	-10.45	-8.06	0.05	0.55	0.97	1.48
100	-16.34	-13.12	-10.66	-8.19	0.06	0.57	0.99	1.49
250	-16.75	-13.38	-10.82	-8.29	0.08	0.59	1.02	1.52
500	-16.95	-13.50	-10.91	-8.33	0.09	0.60	1.03	1.54
ขนาดตัวอย่าง	ความน่าจะเป็นที่ $\hat{\tau}_{W4}$ มีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต							
(n)	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99
25	-3.09	-2.70	-2.38	-2.05	0.00	0.32	0.58	0.89
50	-2.98	-2.63	-2.35	-2.04	0.03	0.36	0.65	0.98
100	-2.94	-2.61	-2.34	-2.04	0.04	0.39	0.69	1.03
250	-2.92	-2.61	-2.34	-2.05	0.05	0.42	0.72	1.08
500	-2.93	-2.61	-2.35	-2.05	0.06	0.42	0.74	1.10

หมายเหตุ : ความน่าจะเป็นที่แสดงที่หัวสดมภ์เป็นพื้นที่ปลายหางทางซ้าย

5.2 การเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วย

เกณฑ์ที่ใช้พิจารณาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 [7] ที่ระดับนัยสำคัญ α คือ $[0.5\alpha, 1.5\alpha]$ นั่นคือ

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เกณฑ์ที่กำหนดคือ $[0.025, 0.075]$ ซึ่งผลการวิจัยพบว่าตัวทดสอบทุกตัวสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้อยู่ในระดับที่กำหนด แสดงไว้ดังตารางที่ 2 ดังนี้

ตารางที่ 2 ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวทดสอบ $\hat{\kappa}$ และ $\hat{\tau}$

n	$\hat{\tau}_{W1}$	$\hat{\tau}_{W2}$	$\hat{\tau}_{W3}$	$\hat{\tau}_{W4}$	$\hat{\kappa}_{W1}$	$\hat{\kappa}_{W2}$	$\hat{\kappa}_{W3}$	$\hat{\kappa}_{W4}$
25	0.0504	0.0521	0.0494	0.0510	0.0521	0.0517	0.0487	0.0504
50	0.0502	0.0516	0.0505	0.0479	0.0494	0.0522	0.0513	0.0485
100	0.0490	0.0506	0.0554	0.0511	0.0485	0.0507	0.0555	0.0508
250	0.0490	0.0543	0.0516	0.0511	0.0487	0.0555	0.0517	0.0511

5.3 การเปรียบเทียบกำลังของการทดสอบของตัวทดสอบรากหนึ่งหน่วย

เนื่องจากทุกวิธีตัวสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดดังนั้นจะพิจารณาจากค่ากำลังการทดสอบของทั้ง 4 วิธี จำแนกตามขนาดระดับของขนาดตัวอย่าง 4 ระดับ และค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ 9 ระดับ พบว่าวิธี W1 ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือวิธี W4, W2 และ W3 ตามลำดับ แสดงไว้ดังตารางที่ 3 ดังนี้

ตารางที่ 3 วิธีที่ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุด 2 ลำดับแรก

n	ρ	ตัวทดสอบ $\hat{\tau}$		ตัวทดสอบ $\hat{\kappa}$	
		อันดับที่ 1	อันดับที่ 2	อันดับที่ 1	อันดับที่ 2
25	0.70	W3 (0.3409)	W2 (0.3408)	W2 (0.0390)	W1 (0.0385)
	0.80	W4 (0.1938)	W3 (0.1928)	W1 (0.1921)	W2 (0.1917)
	0.85	W3 (0.1445)	W2 (0.1424)	W2 (0.1404)	W1 (0.1400)
	0.90	W3 (0.0974)	W4 (0.0958)	W2 (0.0935)	W4 (0.0931)
	0.93	W1 (0.0781)	W3 (0.0769)	W1 (0.0761)	W2 (0.0758)
	0.95	W3 (0.0663)	W4 (0.0654)	W4 (0.0669)	W1 (0.0653)
	0.97	W3 (0.0595)	W1 (0.0565)	W1 (0.0570)	W2 (0.0561)
	0.98	W2 (0.0588)	W1 (0.0586)	W1 (0.0595)	W2 (0.0591)
	0.99	W4 (0.0565)	W3 (0.0551)	W4 (0.0544)	W2 (0.0523)
50	0.70	W1 (0.8520)	W2 (0.8390)	W1 (0.8491)	W2 (0.8394)
	0.80	W1 (0.5217)	W2 (0.5070)	W1 (0.5137)	W2 (0.5036)
	0.85	W1 (0.3489)	W4 (0.3399)	W1 (0.3457)	W4 (0.3364)
	0.90	W1 (0.1952)	W4 (0.1881)	W1 (0.1887)	W2 (0.1857)

ตารางที่ 3 (ต่อ)

n	ρ	ตัวทดสอบ $\hat{\tau}$		ตัวทดสอบ $\hat{\kappa}$	
		อันดับที่ 1	อันดับที่ 2	อันดับที่ 1	อันดับที่ 2
50	0.93	W1 (0.1317)	W4 (0.1306)	W1 (0.1321)	W4 (0.1286)
	0.95	W4 (0.0968)	W1 (0.0959)	W4 (0.0966)	W1 (0.0950)
	0.97	W4 (0.0703)	W1 (0.0694)	W1 (0.0691)	W4 (0.0686)
	0.98	W1 (0.0669)	W2 (0.0656)	W1 (0.0657)	W4 (0.0649)
	0.99	W1 (0.0562)	W2 (0.0551)	W1 (0.0560)	W2 (0.0556)
100	0.70	W1 (0.9997)	W3 (0.9996)	W2 (0.9998)	W1 (0.9997)
	0.80	W1 (0.9691)	W2 (0.9628)	W1 (0.9703)	W2 (0.9659)
	0.85	W1 (0.8398)	W2 (0.8227)	W1 (0.8375)	W2 (0.8268)
	0.90	W1 (0.5263)	W2 (0.5060)	W1 (0.5186)	W2 (0.5045)
	0.93	W1 (0.3064	W4 (0.2985)	W1 (0.2993)	W4 (0.2918)
	0.95	W1 (0.1918)	W4 (0.1838)	W1 (0.1855)	W4 (0.1811)
	0.97	W1 (0.1196)	W3 (0.1154)	W1 (0.1145)	W2 (0.1127)
	0.98	W1 (0.0905)	W3 (0.0880)	W3 (0.0878)	W1 (0.0867)
	0.99	W1 (0.0654)	W3 (0.0631)	W1 (0.0630)	W3 (0.0625)
250	0.70	ทุกวิธี (1.0000)	ทุกวิธี (1.0000)	ทุกวิธี (1.0000)	ทุกวิธี (1.0000)
	0.80	ทุกวิธี (1.0000)	ทุกวิธี (1.0000)	ทุกวิธี (1.0000)	ทุกวิธี (1.0000)
	0.85	ทุกวิธี (1.0000)	ทุกวิธี (1.0000)	ทุกวิธี (1.0000)	ทุกวิธี (1.0000)
	0.90	W1 (0.9967)	W2 (0.9956)	W1 (0.9980)	W2 (0.9978)
	0.93	W1 (0.9238)	W2 (0.9114)	W1 (0.9252)	W2 (0.9165)
	0.95	W1 (0.6945)	W2 (0.6679)	W1 (0.6869)	W2 (0.6680)
	0.97	W1 (0.3434)	W4 (0.3361)	W1 (0.3348)	W2 (0.3303)
	0.98	W1 (0.1917)	W4 (0.1870)	W1 (0.1864)	W4 (0.1836)
	0.99	W4 (0.1075)	W1 (0.1065)	W4 (0.1055)	W1 (0.1053)

หมายเหตุ : ตัวเลขในวงเล็บแทนค่ากำลังการทดสอบของตัวทดสอบ

6. สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ สรุปได้ดังนี้

6.1 การเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของตัวทดสอบ $\hat{\tau}$

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25

โดยภาพรวมวิธี W3 ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุดเป็นสองอันดับแรกในเกือบทุกระดับ ρ ส่วนในกรณีที่ $\rho =$ 0.99 วิธี W4 ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุด

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

วิธี W1 ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุดในเกือบทุกระดับ ρ รองลงมาคือวิธี W4 ที่ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุดเป็นสองอันดับแรกเช่นกันในช่วง $\rho \in [0.85, 0.97]$

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

วิธี W1 ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุดในทุกระดับ ρ รองลงมาคือวิธี W2 ที่ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุดเช่นเดียวกันในช่วง $\rho \in [0.70, 0.90]$ และวิธี W3 และ W4 ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุดเช่นกันในช่วง $\rho \in [0.97, 0.99]$ และ $[0.93, 0.95]$ ตามลำดับ

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 250

ในช่วง $\rho \in [0.70, 0.85]$ ทุกวิธีให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุดเท่ากันคือ 1.0 และเมื่อค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.90 วิธี W1 ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงสุด วิธี W2 และ W4 ต่างก็ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุดเช่นเดียวกับ W1 ในช่วง $\rho \in [0.90, 0.95]$ และ $[0.97, 0.99]$ ตามลำดับ

6.2 การเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของตัวทดสอบ $\hat{\kappa}$

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25

เมื่อ $\rho \leq 0.98$ วิธี W1 และ W2 เป็นวิธีที่ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุด แต่เมื่อ ρ มีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 0.99 วิธี W4 ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุด

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

วิธี W1 ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุดในเกือบทุกระดับ ρ รองลงมาคือวิธี W4 ที่ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุดเป็นสองอันดับแรกเช่นกันในช่วง $\rho \in [0.85, 0.98]$

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

วิธี W1 ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุดในทุกระดับ ρ รองลงมาคือวิธี W2 ที่ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุดเช่นเดียวกันในช่วง $\rho \in [0.70, 0.90]$ และวิธี W4 และ W3 ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุดเช่นกันในช่วง $\rho \in [0.93, 0.95]$ และ $[0.98, 0.99]$ ตามลำดับ

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 250

ในช่วง $\rho \in [0.70, 0.85]$ ทุกวิธีให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุดเท่ากันคือ 1.0 และเมื่อค่า ρ มีค่าตั้งแต่ 0.90 วิธี W1 ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุด วิธี W2 และ W4 ต่างก็ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุดเช่นเดียวกับ W1 ในช่วง $\rho \in [0.90, 0.97]$ และ $[0.98, 0.99]$ ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาในภาพรวมของตัวทดสอบทั้งสอง ($\hat{\tau}$ และ $\hat{\kappa}$) พบว่าวิธี W1 เป็นวิธีที่ให้ค่ากำลังการทดสอบสูงที่สุดใน 2 ลำดับแรก แต่เมื่อพิจารณาในกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์มีค่าเข้าใกล้ 1 จะพบว่าวิธี W4 จะให้ค่ากำลังการทดสอบสูงกว่าวิธีอื่น ๆ

7. กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิที่กรุณาให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะในการปรับปรุงบทความวิจัยฉบับนี้

8. เอกสารอ้างอิง

[1] Dickey, D. and Fuller, W., 1979, Distribution of estimators for autoregressive time series with a unit root, J. Amer. Stat. Assoc. 74: 427-431.

[2] So, B.S. and Shin, D.W., 1999, Recursive mean adjustment in time series inferences, Stat. Probab. Lett. 43: 65-73.

[3] Park, H.J. and Fuller, W.A., 1995, Alternative estimators and unit root tests for the autoregressive process, J. Time Ser. Anal. 16: 415-429.

ตารางที่ 4 สรุปวิธีและช่วงของ ρ ที่ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุด 2 ลำดับแรก

n	ตัวทดสอบ $\hat{\tau}$		ตัวทดสอบ $\hat{\kappa}$	
	วิธี	ช่วงของ ρ	วิธี	ช่วงของ ρ
25	W3	[0.70, 0.98]	W1, W2	[0.70, 0.98]
	W4	0.99	W4	0.99
50	W1	[0.70, 0.99]	W1	[0.70, 0.99]
	W4	[0.85, 0.97]	W4	[0.85, 0.98]
100	W1	[0.70, 0.99]	W1	[0.70, 0.99]
	W2	[0.70, 0.90]	W2	[0.70, 0.90]
	W3	[0.97, 0.99]	W3	[0.97, 0.99]
	W4	[0.93, 0.95]	W4	[0.93, 0.95]
250	ทุกวิธี	[0.70, 0.85]	ทุกวิธี	[0.70, 0.85]
	W1	[0.90, 0.99]	W1	[0.90, 0.99]
	W2	[0.90, 0.95]	W2	[0.90, 0.95]
	W4	[0.97, 0.99]	W4	[0.97, 0.99]

[4] Niwitpong, S., 2004, Improved GMM estimator for AR(1) process near unit root, J. Appl. Sci. King Mongkut's Inst. Technol. North Bangkok 3(1): 21-28.

[5] Panichkitkosolkul, W., 2010, New estimator for an unknown mean Gaussian AR(1) Process with Additive Outliers, Chaing Mai J. Sci. 37: 14-20.

[6] Panichkitkosolkul, W., 2010, Improvement in parameter estimation for a Gaussian AR(1) process with an unknown drift and additive outliers: A simulation study, Kasetsart J. Nat. Sci. 44: 956-962.

[7] Bredley, J.V., 1978, Robustness ?, Br. J. Math. Stat. Psychol. 31: 144-152.