

การแจกแจงมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมภายใต้ข้อสมมติ ความไม่เป็นอิสระกันโดยวิธีจำลองมอนติคาร์โล

Distribution of Aggregate Loss's Present Value Under Lack of Independence Assumption by Monte Carlo Simulation

กฤษฎกร อาชวาวณิชกุล* และกมล บุษบา

สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

ศูนย์รังสิต ตำบลคลองหนึ่ง อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี 12120

Kitsakorn Archawavanichakul* and Kamon Budsaba

Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology,

Thammasat University, Rangsit Centre, Khlong Nueng, Khlong Luang, Pathum Thani 12120

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปี โดยวิธีจำลองมอนติคาร์โล หาสถิติพรรณนา ได้แก่ ค่าเฉลี่ย เปอร์เซนไทล์ที่ 2.5 เปอร์เซนไทล์ที่ 97.5 และสัมประสิทธิ์ของความผันแปรของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวม รวมถึงเปรียบเทียบการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปี ภายใต้จำนวนเงินจ่ายชดเชยที่มีการแจกแจงแตกต่างกันและข้อสมมติความไม่เป็นอิสระกัน กล่าวคือ เวลาในการจ่ายเงินชดเชยขึ้นอยู่กับจำนวนเงินจ่ายชดเชย ผลการศึกษาพบว่ากราฟการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมมีลักษณะเบ้ขวา และมีค่าเฉลี่ยที่ไม่ขึ้นอยู่กับการแจกแจงของจำนวนเงินจ่ายชดเชย เมื่อกำหนดให้ค่าเฉลี่ยของจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีค่าเท่ากับ 250 บาท มูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่มีจำนวนเงินจ่ายชดเชยเป็นการแจกแจงแบบพาเรโต การแจกแจงแบบไวบูลล์ การแจกแจงแบบแกมมา และการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลจะมีค่าเท่ากับ 1,206.55, 1,205.95, 1,202.36 และ 1,205.94 ตามลำดับ เปอร์เซนไทล์ที่ 2.5 และ 97.5 เท่ากับ [131.39,3652.34], [181.20,2937.48], [280.77,2646.60] และ [22.25,3356.39] ตามลำดับ สัมประสิทธิ์ของความผันแปรเท่ากับ 86.82, 60.16, 51.61 และ 70.88 % ตามลำดับ เมื่อกำหนดให้ค่าเฉลี่ยของจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีค่าเท่ากับ 500 บาท มูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่มีจำนวนเงินจ่ายชดเชยเป็นการแจกแจงแบบพาเรโต การแจกแจงแบบไวบูลล์ การแจกแจงแบบแกมมา และการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล จะมีค่าเท่ากับ 2,410.68, 2,399.82, 2,391.63 และ 2,397.85 ตามลำดับ เปอร์เซนไทล์ที่ 2.5 และ 97.5 เท่ากับ [260.73,7391.71], [364.45,5879.31], [556.05,5267.05] และ [373.42,6687.62] ตามลำดับ สัมประสิทธิ์ของ

ความผันแปรเท่ากับ 88.35, 60.47, 51.65 และ 70.96 % ตามลำดับ เมื่อกำหนดให้ค่าเฉลี่ยของจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีค่าเท่ากับ 1,000 บาท มูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่มีจำนวนเงินจ่ายชดเชยเป็นการแจกแจงแบบพาเรโต การแจกแจงแบบไวบูลล์ การแจกแจงแบบแกมมา และการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล จะมีค่าเท่ากับ 4,774.85, 4,749.47, 4,757.49 และ 4,768.87 ตามลำดับ เปอร์เซนไทล์ที่ 2.5 และ 97.5 เท่ากับ [516.37,14662.89], [713.29,11635.1], [1104.64,10478.44] และ [740.34,13291.13] ตามลำดับ สัมประสิทธิ์ของความผันแปรเท่ากับ 86.49, 60.36, 51.71 และ 71.03 % ตามลำดับ นอกจากนี้ยังพบว่ากราฟการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมขึ้นอยู่กับสัมประสิทธิ์ของความผันแปร

คำสำคัญ : การแจกแจงแบบพาเรโต; การแจกแจงแบบไวบูลล์; การแจกแจงแบบแกมมา; การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล

Abstract

The purpose of this research is to find the distribution of the present value from aggregate loss taken in one year and to find the descriptive statistics of the present value of aggregate loss in one year; e.g., mean, 2.5th percentile, 97.5th percentile, and the coefficient of variation. It also compares the distributions of the present value from the aggregate loss in one year with various payment's distribution under dependence assumption by Monte Carlo simulations. Since In insurance practice, the actual compensation payment time depends on the amount of payment paid. The results show that the distributions of the present value of aggregate loss in 1 year period is positively skewed curve and means of the present value from the aggregate loss doesn't depend on payment's distribution, regardless the amount of payment's distribution. When mean of the payment equals 250 Baht, the present value of the aggregate loss in 1 year with the payment's distribution are Pareto, Weibull, gamma, and lognormal equal to 1,206.55, 1,205.95, 1,202.36 and 1,205.94 respectively. The 2.5th percentile and 97.5th percentile are [131.39,3652.34], [181.20,2937.48], [280.77,2646.60] and [22.25,3356.39] respectively. The coefficient of variation are 86.82, 60.16, 51.61 and 70.88 % respectively. When mean of the payment equals 500 Baht, the present value of the aggregate loss in 1 year with the payment's distribution are Pareto, Weibull, gamma, and lognormal equal to 2,410.68, 2,399.82, 2,391.63 and 2,397.85 respectively. The 2.5th percentile and 97.5th percentile are [260.73,7391.71], [364.45,5879.31], [556.05,5267.05] and [373.42,6687.62] respectively. The coefficient of variation are 88.35, 60.47, 51.65 and 70.96 % respectively. When mean of the payment equals 1,000 Baht, the present value of the aggregate loss in 1 year with the payment's distribution are Pareto, Weibull, gamma, and lognormal equal 4,774.85, 4,749.47, 4,757.49 and 4,768.87 respectively. The 2.5th percentile and 97.5th percentile are

[516.37,14662.89], [713.29,11635.1], [1104.64,10478.44] and [740.34,13291.13] respectively. The coefficient of variation are 86.49, 60.36, 51.71 and 71.03 % respectively. Furthermore, the distribution of the present value from aggregate loss depends on it's coefficient of variation.

Keywords: Pareto distribution; Weibull distribution; Gamma distribution; Lognormal distribution

1. บทนำ

การประกันภัยมีบทบาทสำคัญในสังคมปัจจุบัน เนื่องจากการประกันภัยเป็นทางเลือกอีกทางหนึ่งที่สามารถช่วยบรรเทาความเดือดร้อนเมื่อเกิดความเสียหายแก่ชีวิตและทรัพย์สินต่าง ๆ ที่ได้ทำประกันภัยไว้ หลักการของการประกันภัยเป็นการเฉลี่ยหรือการกระจายความเสียหายไปยังสมาชิกที่ทำประกันภัย โดยมีบริษัทประกันภัยเป็นผู้ทำหน้าที่เก็บเบี้ยประกันและค่าใช้จ่ายค่าสินไหมทดแทนให้แก่ผู้เอาประกันภัยหรือผู้รับประโยชน์ตามที่ระบุไว้ในสัญญา [1] การประกันภัยเปรียบได้กับเครื่องมือที่ใช้ลดความเสี่ยงโดยการรวมหน่วยที่มีโอกาสเสี่ยงภัยในจำนวนที่มากพอเพื่อที่จะสามารถคาดการณ์ความสูญเสียเฉพาะราย คำว่า “หน่วย” ในที่นี้หมายรวมถึงสิ่งที่เป็นรูปธรรม เช่น รถยนต์หนึ่งคัน บ้านหนึ่งหลัง หรือธุรกิจหนึ่ง ๆ และหน่วยของเวลา เช่น หนึ่งปี นอกจากการประกันภัยจะหมายถึงการกระจายความสูญเสียไปยังหน่วยต่าง ๆ ภายในหนึ่งหน่วยของเวลาแล้ว ยังหมายถึงการกระจายความสูญเสียของหน่วยหนึ่งไปยังช่วงระยะเวลาที่ยาวพอที่สามารถคาดการณ์ความสูญเสียขึ้น ๆ [2]

การประกันภัยมีความสำคัญต่อผู้เอาประกันภัย คือเป็นการให้ความคุ้มครองและเป็นหลักประกันความมั่นคงในชีวิตและทรัพย์สินให้แก่ตนเองและครอบครัว มีความสำคัญต่อสังคม คือ เป็นหลักประกันความมั่นคงให้แก่ผู้เอาประกันภัย และช่วยแบ่งเบาภาระของสังคม ทำให้เกิดความมั่นใจ หากเกิดอุบัติเหตุและความเสียหายขึ้น ผู้ประสบภัยจะได้รับการชดเชยค่าสินไหมทดแทน นอกจากนี้ยังมีความสำคัญต่อเศรษฐกิจ คือ

เงินที่ได้จากการเก็บเบี้ยประกันภัย ถือว่าเป็นแหล่งเงินทุนที่สำคัญแหล่งหนึ่งของประเทศในการกู้ยืมมาลงทุนทำธุรกิจหรือขยายธุรกิจให้มีความเจริญก้าวหน้า สำหรับธุรกิจที่ประกันภัยจะได้รับความคุ้มครองในทรัพย์สินที่ได้ทำประกันภัยไว้ ทำให้เกิดความมั่นคงในกิจการ การประกันภัยยังมีประโยชน์ในทางเศรษฐกิจและสังคม คือเป็นการช่วยระดมทุนเพื่อการพัฒนาประเทศ และช่วยลดภาระแก่สังคมและรัฐบาล [1] ดังนั้นบริษัทประกันภัยควรเป็นบริษัทที่มีความมั่นคง ความน่าเชื่อถือสูง เพราะถ้าเกิดบริษัทประกันภัยล้มละลาย จะส่งผลให้เกิดภาระของภาครัฐในการรับผิดชอบความคุ้มครองของกรมธรรม์ประกันภัย การไม่สามารถดำเนินธุรกิจต่อไปในหลาย ๆ บริษัทประกันภัย มีสาเหตุมาจากการไม่สามารถจัดสรรเงินชดเชยมาให้ผู้เอาประกันภัย เนื่องจากบริษัทมีการวางแผนการจัดสรรเงินชดเชยที่ไม่ดีพอ และพหุภพการณ์ความสูญเสียรวมที่เกิดขึ้นได้อย่างไม่แน่นอนเท่าที่ควร

ความสูญเสียโดยทั่วไป หมายถึง การปราศจากสิ่งที่เคยครอบครองไว้แล้ว เช่น สูญเสียความทรงจำ สูญเสียเวลา อย่างไรก็ตาม ในการประกันภัยความสูญเสียจะมีความหมายที่จำกัดในลักษณะที่เป็นความสูญเสียซึ่งเอาประกันภัยได้ (insurable loss) กล่าวคือการลดลงของมูลค่าทางเศรษฐกิจอย่างไม่คาดคิดซึ่งเกิดขึ้นจากโอกาส อย่างไรก็ตามความสูญเสียนี้ไม่รวมค่าใช้จ่าย และค่าเสื่อมราคาเนื่องจากเป็นความสูญเสียที่เกิดจากโอกาส [3]

“ความสูญเสียรวม (aggregate loss)” ในด้านวิทยาการประกันภัย หมายถึง จำนวนเงินที่จ่ายชดเชย

ความสูญเสียที่เกิดขึ้นทั้งหมดในระยะเวลาที่กำหนดตามที่ระบุไว้ในสัญญาประกันภัย ในที่นี้หมายถึงการบันทึกการจ่ายเงินชดเชยในแต่ละครั้งและจากนั้นจึงนำมารวมกัน นั่นคือ เป็นผลรวมของการจ่ายเงินชดเชยในแต่ละครั้ง ($X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$) โดยมีจำนวนครั้ง N เป็นตัวแปรสุ่ม [4] ส่วนคำว่า “มูลค่าปัจจุบัน (present value)” หมายถึง จำนวนเงินสดที่วันนี้มีมูลค่าเทียบเท่ากับการชำระหนี้หรือกระแสการชำระเงินที่จะได้รับในอนาคต ในการคำนวณมูลค่าปัจจุบัน กระแสเงินสดในอนาคตจะถูกคูณด้วยตัวประกอบมูลค่าปัจจุบัน (present value factor) หรือตัวประกอบส่วนลด (discount factor) [5]

ตัวแบบความสูญเสียรวมเขียนแทนด้วย $S = X_1 + X_2 + \dots + X_N; N = 0, 1, 2, \dots$ เมื่อ $S = 0, N = 0$ โดยที่ X_j แต่ละตัวเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระกัน นอกจากนี้ยังมีข้อสมมติเกี่ยวกับความเป็นอิสระกัน คือ

1.1 เมื่อกำหนดให้ $N = n$ ตัวแปรสุ่ม $X_1, X_2, \dots, X_n$ มีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระกัน

1.2 เมื่อกำหนดให้ $N = n$ การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม $X_1, X_2, \dots, X_n$ ไม่ขึ้นกับ n

1.3 การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม N ไม่ขึ้นกับค่าของตัวแปรสุ่ม $X_1, X_2, \dots$

การคำนวณมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมในช่วงเวลาที่สนใจ จะพิจารณาจากผลคูณระหว่างจำนวนเงินจ่ายชดเชยกับตัวประกอบส่วนลดของจำนวนเงินจ่ายชดเชยที่เวลาหนึ่ง ๆ จากนั้นจึงนำผลคูณเหล่านั้นมารวมกัน ตัวประกอบส่วนลดของจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีค่าแปรผกผันตามระยะเวลาจ่ายเงินชดเชย อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติการจ่ายเงินชดเชยอาจไม่ได้จ่ายทันที ณ เวลาที่เกิดเหตุการณ์สูญเสียเนื่องจากบริษัทประกันภัยต้องใช้เวลาในการดำเนินงาน เช่น กรณีการจ่ายเงินชดเชยที่เป็นความเสียหาย

หนัก บริษัทต้องจ่ายเงินทดแทนเป็นจำนวนมาก บริษัทอาจต้องใช้เวลาในการตรวจสอบความถูกต้องของเรื่องราวและที่มาของเอกสารอย่างละเอียดเป็นพิเศษ บางครั้งบริษัทต้องตรวจสอบกับบุคคลภายนอกด้วย อาจต้องโทรตรวจสอบหรือนำเอกสารที่เรายื่นไปตรวจสอบซ้ำอีกครั้ง ขั้นตอนเหล่านี้ก็ทำให้ต้องใช้เวลาเพิ่มมากขึ้นได้ [6] ด้วยเหตุนี้ทำให้เวลาในการจ่ายเงินชดเชยจริงมีค่ามากกว่าเวลาของการเกิดเหตุการณ์ที่เกิดความสูญเสีย และขึ้นอยู่กับจำนวนเงินจ่ายชดเชย กล่าวคือ ความสูญเสียที่ก่อให้เกิดจำนวนเงินจ่ายชดเชยสูงจะใช้เวลาในการดำเนินงานมากกว่าความสูญเสียที่ก่อให้เกิดจำนวนเงินจ่ายชดเชยต่ำ

ด้วยเหตุที่การจ่ายเงินชดเชยของบริษัทประกันภัยไม่ได้จ่ายทันที ณ เวลาที่เกิดเหตุการณ์สูญเสีย ดังนั้นมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมจึงมีผลอย่างมากในการคำนวณความสูญเสียรวมที่เกิดขึ้นใน 1 ปี เนื่องจากถ้าบริษัทประกันภัยประมาณความสูญเสียรวมที่เกิดขึ้นได้อย่างแม่นยำแล้ว นอกจากจะทำให้บริษัทประกันภัยมีเงินมาจ่ายชดเชยเพื่อบรรเทาความเสียหายที่เกิดขึ้นให้ผู้เอาประกันภัยแล้ว รัฐบาลไม่ต้องแบกรับภาระในการรับผิดชอบความคุ้มครองของกรมธรรม์ประกันภัย ยังส่งผลทำให้บริษัทประกันภัยสามารถจัดสรรเบี้ยประกันภัยที่ได้รับไปลงทุนต่อโดยไม่เสี่ยงต่อสภาพคล่องอีกด้วย

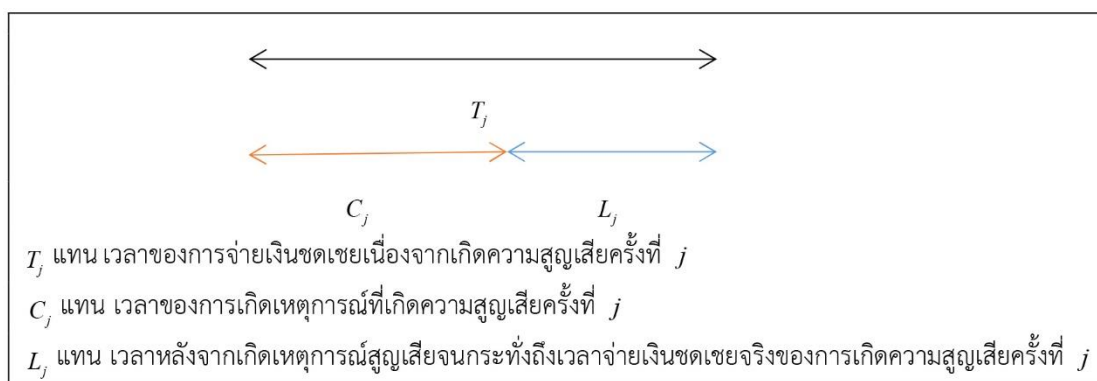
ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมเมื่อตัวแปรสุ่มไม่เป็นอิสระกัน โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้ (1) เพื่อหาการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสีย (2) เพื่อหาค่าเฉลี่ยรวมถึงเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 2.5 และ 97.5 ของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสีย (3) เพื่อเปรียบเทียบการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียภายใต้จำนวนเงินจ่ายชดเชยที่มีการแจกแจงต่างกัน

2. วิธีการและขอบเขตการวิจัย

2.1 การคำนวณมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวม

กำหนดให้ T_j แทนเวลาของการจ่ายเงินชดเชยเนื่องจากเกิดความสูญเสียครั้งที่ j กำหนดให้

$T_j = C_j + L_j$ เมื่อ C_j เป็นเวลาของการเกิดเหตุการณ์ที่เกิดความสูญเสีย และ L_j เป็นเวลาหลังจากเกิดเหตุการณ์สูญเสียจนกระทั่งถึงเวลาจ่ายเงินชดเชยจริง โดย T_j , C_j และ L_j เป็นอิสระจากกัน และ L_j แต่ละตัวต่างก็เป็นอิสระกัน (รูปที่ 1)



รูปที่ 1 ความสัมพันธ์ $T_j = C_j + L_j$

กำหนดให้เวลาระหว่างสองเหตุการณ์ใด ๆ $(C_j - C_{j-1})$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน และเป็นอิสระกัน โดยมี $C_0 = 0$ กำหนดให้ X_j เป็นจำนวนเงินจ่ายชดเชยที่เวลา T_j สำหรับความเสียหายที่เกิดที่เวลา C_j โดยถือว่า X_j และ C_j เป็นอิสระจากกัน (จำนวนเงินจ่ายชดเชยไม่ขึ้นอยู่กับเวลาเกิดความสูญเสียในระหว่างปีที่พิจารณาที่เกิด) อย่างไรก็ตาม X_j และ L_j มีความสัมพันธ์กันในเชิงบวก เนื่องจากความสูญเสียที่มากกว่าต้องใช้เวลานานกว่าในการพิจารณาการจ่ายเงินชดเชย กำหนดให้ V_j เป็นตัวแปรสุ่มที่แทนมูลค่า หรือที่เรียกว่าตัวประกอบมูลค่าปัจจุบัน ที่หากลงทุนในวันนี้ จะสะสมเป็น 1 บาท ในระยะเวลา t ปี V_t เป็นอิสระกับทั้ง X_j , C_j และ L_j อย่างไรก็ตาม จะเห็นได้ว่า $S \neq t_j$, V_s และ V_t ขึ้นอยู่กับกัน ดังนั้นจะได้ตัวแบบ $S = \sum_{j=1}^N X_j V_{T_j}$

2.2 ขอบเขตการศึกษา

2.2.1 พิจารณาความสูญเสียรวมที่เกิดขึ้นในระยะเวลา 1 ปี

2.2.2 ตัวแปรสุ่ม C_j มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.2 ปี และแต่ละตัวเป็นอิสระกัน, กำหนดค่าเริ่มต้น $C_0 = 0$

2.2.3 ตัวแปรสุ่ม L_j มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีพารามิเตอร์ $T=1.5$ และ $\theta = \frac{\ln(X_j)}{6}$

2.2.4 ตัวแปรสุ่ม X_j มีการแจกแจงดังต่อไปนี้

- การแจกแจงแบบพาราโดที่มีพารามิเตอร์ $\alpha = 3$ และ $\theta = 500$
- การแจกแจงแบบพาราโดที่มีพารามิเตอร์ $\alpha = 3$ และ $\theta = 1000$
- การแจกแจงแบบพาราโดที่มีพารามิเตอร์ $\alpha = 3$ และ $\theta = 2000$
- การแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีพารามิเตอร์ $T=1$ และ $\theta = 250$

- การแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีพารามิเตอร์ $T=1$ และ $\theta=500$

- การแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มีพารามิเตอร์ $T=1$ และ $\theta=1000$

- การแจกแจงแบบแกมมาที่มีพารามิเตอร์ $\alpha = 125$ และ $\theta = 2$

- การแจกแจงแบบแกมมาที่มีพารามิเตอร์ $\alpha = 250$ และ $\theta = 2$

- การแจกแจงแบบแกมมาที่มีพารามิเตอร์ $\alpha = 500$ และ $\theta = 2$

- การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 5.0215$ และ $\sigma = 1$

- การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 5.7146$ และ $\sigma = 1$

- การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอลที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 6.4077$ และ $\sigma = 1$

2.2.5 เมื่อ $t > s$, $\frac{\ln(V_s/V_t)}{t-s}$ มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.06 และความแปรปรวนเท่ากับ $0.0004(t-s)$ โดย $V_s = 1$ และ $s = 0$

2.2.6 กำหนดการจำลองวิธีมอนติคาร์โลคือ 50,000 ครั้ง เนื่องจากให้ผลลัพธ์ไม่แตกต่างจากการจำลองเป็นจำนวน 100,000 ครั้ง ซึ่งมีการแนะนำให้ใช้สำหรับการจำลองการแจกแจงความสูญเสีย [7]

3. ขั้นตอนการศึกษา

การหาการแจกแจงมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมโดยวิธีจำลองมอนติคาร์โล มีขั้นตอนการจำลองดังต่อไปนี้

3.1 สุ่มเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังที่มีพารามิเตอร์ $\beta = 0.2$ โดยสุ่มทั้งสิ้น j จำนวน ภายใต้เงื่อนไขผลรวมของเลขสุ่มทั้งหมดตัวที่ 1 ถึง j มีค่าไม่เกิน 1

3.2 จากข้อที่ 3.1 จะได้ค่า j เป็นจำนวนเต็มบวก

3.3 กำหนดให้ C_1 เท่ากับเลขสุ่มตัวที่ 1, C_2 เท่ากับผลรวมของเลขสุ่มตัวที่ 1 และ 2, C_3 เท่ากับผลรวมของเลขสุ่มตั้งแต่ตัวที่ 1 ถึง 3 และ C_j เท่ากับผลรวมของเลขสุ่มตั้งแต่ตัวที่ 1 ถึง j

3.4 สุ่ม X_j มาจากการแจกแจงแบบพาเรโตที่มี $\alpha = 3$ และ $\theta = 500$ โดยจำลองทั้งหมดจำนวน j จำนวน กระบวนการนี้จะได้ค่า $x_1, x_2, x_3, \dots, x_j$

3.5 สุ่ม L_j มาจากการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่มี $T=1.5$ และ $\theta = \frac{\ln(X_j)}{6}$ โดยจำลองทั้งหมดจำนวน j ครั้ง กระบวนการนี้จะได้ค่า $L_1, L_2, L_3, \dots, L_j$

3.6 กำหนดให้ $P_j = C_j + L_j$ จะได้ $P_1, P_2, P_3, \dots, P_j$

3.7 นำค่าที่ได้จากข้อ 3.7 ไปเรียงจากน้อยไปมาก จากนั้นจะได้ $T_1, T_2, T_3, \dots, T_k$ ที่เกิดจาก $P_1, P_2, P_3, \dots, P_j$ ที่เรียงกันจากน้อยไปมากนั้น อาจจะได้ $T_j \neq P_j$ เมื่อค่าที่เป็นไปได้ของ $k = 1, 2, 3, \dots, 100$ (ความสัมพันธ์ระหว่าง T_j, C_j และ L_j ดังแสดงในรูปที่ 1)

3.8 หา V_{T_j} ได้จากความสัมพันธ์ $\frac{\ln(V_{T_{j+1}}/V_{T_j})}{(T_j - T_{j-1})} =$ ค่าของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.06 และความแปรปรวนเท่ากับ $0.0004(T_k - T_{k-1})$

3.9 กำหนดให้ $S = \sum_{j=1}^N X_j V_{T_j}$ จะได้ค่า S ออกมา 1 ค่า

3.10 กระบวนการทำซ้ำแบบนี้ 50,000 รอบ เพื่อที่จะได้ค่า $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{50000}$

3.11 นำค่า $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{50000}$ ไปหาค่าเฉลี่ยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ช่วงเชื่อมั่น 95 เปอร์เซนต์ และนำไปสร้างกราฟการแจกแจง

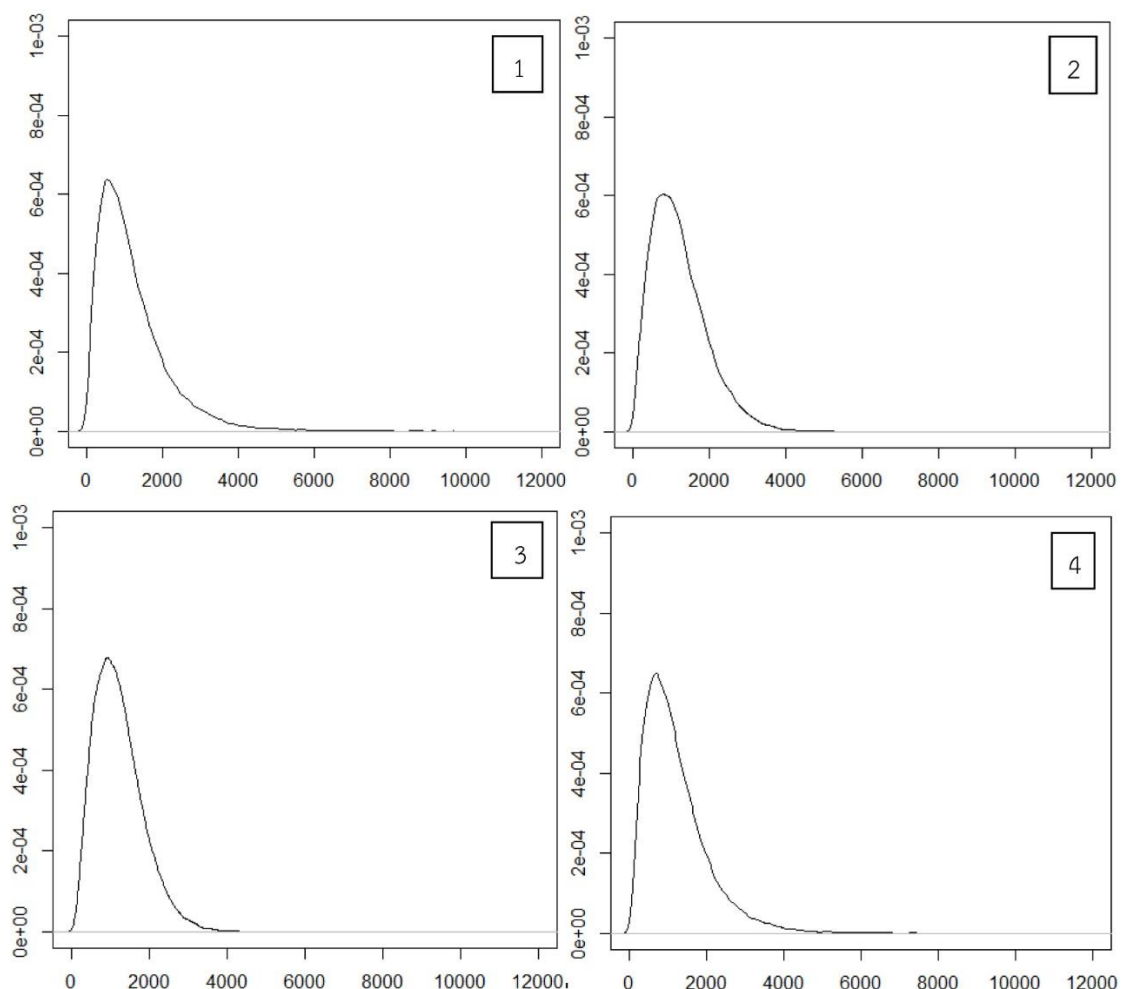
3.12 เปลี่ยนการแจกแจงและพารามิเตอร์ของ X จากนั้นจึงทำตามข้อ 3.1 – 3.11

4. ผลการศึกษา

4.1 กรณีตัวแปรสุ่มจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 250 บาท

การจำลองวิธีมอนติคาร์โลจำนวน 50,000 ครั้ง และกำหนดให้จำนวนเงินจ่ายชดเชยมีการแจกแจงแบบพาวเรโต การแจกแจงแบบไวบูลล์ การแจกแจง

แบบแกมมา และการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ตามลำดับ ผลการศึกษาพบว่ากราฟการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปี มีลักษณะเบ้ขวาไม่ว่าจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีการแจกแจงแบบใดก็ตาม (รูปที่ 2) เมื่อกำหนดให้ค่าเฉลี่ยของจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีค่าเท่ากับ 250 บาท มูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปี ที่มีจำนวนเงินจ่ายชดเชยเป็นการแจกแจงแบบพาวเรโต การแจกแจงแบบไวบูลล์ การแจกแจงแบบแกมมา และ



รูปที่ 2 กราฟการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวม (S) ที่พิจารณาใน 1 ปี กรณีจำนวนเงินจ่ายชดเชย (X) มีการแจกแจงแบบพาวเรโต (1) การแจกแจงแบบไวบูลล์ (2) การแจกแจงแบบแกมมา (3) และการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (4) และมีการค่าเฉลี่ยเท่ากับ 250 บาท

การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล จะมีค่าเท่ากับ 1,206.55, 1,205.95, 1,202.36 และ 1,205.94 ตามลำดับ เปอร์เซนไทล์ที่ 2.5 และ 97.5 เท่ากับ [131.39, 3652.34], [181.20, 2937.48], [280.77, 2646.60] และ [22.25, 3356.39] ตามลำดับ สัมประสิทธิ์ของความผัน

แปรเท่ากับ 86.82, 60.16, 51.61 และ 70.88 % ตามลำดับ (ตารางที่ 1) เมื่อเปรียบเทียบกราฟการแจกแจงสัมประสิทธิ์ของความผันแปรมีผลต่อรูปร่างของการแจกแจง (รูปที่ 2)

ตารางที่ 1 สถิติพรรณนาของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวม (S) ที่พิจารณาใน 1 ปี แยกตามการแจกแจงของจำนวนเงินจ่ายชดเชยและค่าเฉลี่ยของจำนวนเงินจ่ายชดเชยเท่ากับ 250 บาท

การแจกแจง	จำนวน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	[เปอร์เซนไทล์ที่ 2.5, เปอร์เซนไทล์ที่ 97.5]	สัมประสิทธิ์ของความผันแปร
- พาวเรโต	46,457	1,206.55	1,047.50	[131.39, 3652.34]	86.82 %
- ไวบูลล์	46,985	1,205.95	725.55	[181.20, 2937.48]	60.16 %
- แกมมา	48,012	1,202.36	620.58	[280.77, 2646.60]	51.61 %
- ล็อกนอร์มอล	48,016	1,205.94	854.84	[22.25, 3356.39]	70.88 %

ตารางที่ 2 สถิติพรรณนาของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวม (S) ที่พิจารณาใน 1 ปี แยกตามการแจกแจงของจำนวนเงินจ่ายชดเชยและค่าเฉลี่ยของจำนวนเงินจ่ายชดเชยเท่ากับ 500 บาท

การแจกแจง	จำนวน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	[เปอร์เซนไทล์ที่ 2.5, เปอร์เซนไทล์ที่ 97.5]	สัมประสิทธิ์ของความผันแปร
- พาวเรโต	47,293	2,410.68	2,129.91	[260.73, 7391.71]	88.35 %
- ไวบูลล์	47,456	2,399.82	1,451.18	[364.45, 5879.31]	60.47 %
- แกมมา	48,018	2,391.63	1,235.36	[556.05, 5267.05]	51.65 %
- ล็อกนอร์มอล	48,022	2,397.85	1,701.55	[373.42, 6687.62]	70.96 %

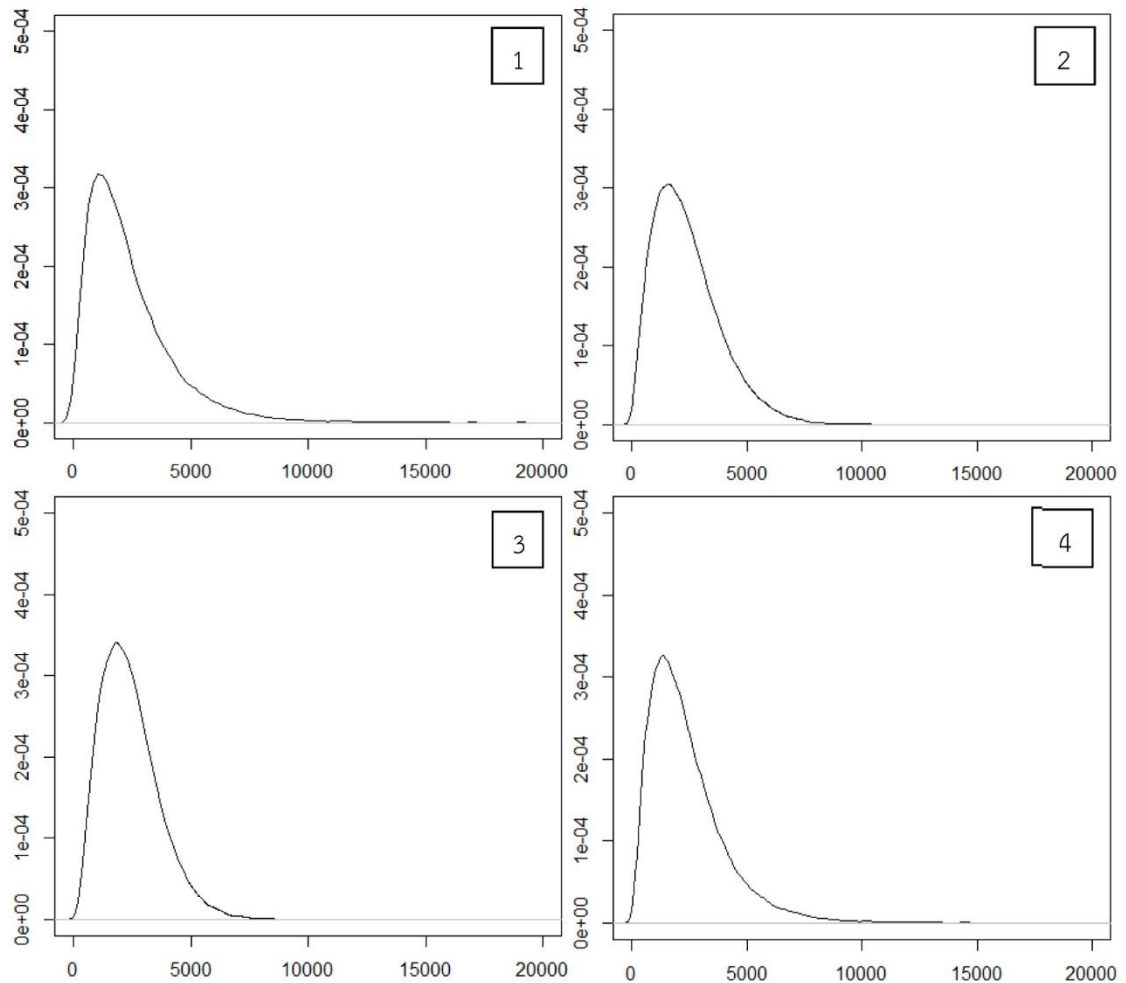
4.2 กรณีตัวแปรสุ่ม X_j แทนจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 500 บาท

การจำลองวิธีมอนติคาร์โลจำนวน 50,000 ครั้ง และกำหนดให้จำนวนเงินจ่ายชดเชยมีการแจกแจงแบบพาวเรโต การแจกแจงแบบไวบูลล์ การแจกแจงแบบแกมมา และการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ตามลำดับ ผลการศึกษาพบว่ากราฟการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปี มี

ลักษณะเบ้ขวาไม่ว่าจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีการแจกแจงแบบใดก็ตาม (รูปที่ 3) เมื่อกำหนดให้ค่าเฉลี่ยของจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีค่าเท่ากับ 500 บาท มูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปี ที่มีจำนวนเงินจ่ายชดเชยเป็นการแจกแจงแบบพาวเรโต การแจกแจงแบบไวบูลล์ การแจกแจงแบบแกมมา และการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล จะมีค่าเท่ากับ 2,410.68, 2,399.82, 2,391.63 และ 2,397.85 ตาม

ลำดับ เปอร์เซนไทล์ที่ 2.5 และ 97.5 เท่ากับ [260.73, 7391.71], [364.45, 5879.31], [556.05, 5267.05] และ [373.42, 6687.62] ตามลำดับ สัมประสิทธิ์ของความผันแปรเท่ากับ 88.35, 60.47, 51.65 และ 70.96 %

ตามลำดับ (ตารางที่ 2) เมื่อเปรียบเทียบกราฟการแจกแจงสัมประสิทธิ์ของความผันแปรมีผลต่อรูปร่างของการแจกแจง (รูปที่ 3)



รูปที่ 3 กราฟการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวม (S) ที่พิจารณาใน 1 ปี กรณีจำนวนเงินจ่ายชดเชย (X_t) มีการแจกแจงแบบพาเรโต (1) การแจกแจงแบบไวบูลล์ (2) การแจกแจงแบบแกมมา (3) และการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (4) และมีการค่าเฉลี่ยเท่ากับ 500 บาท

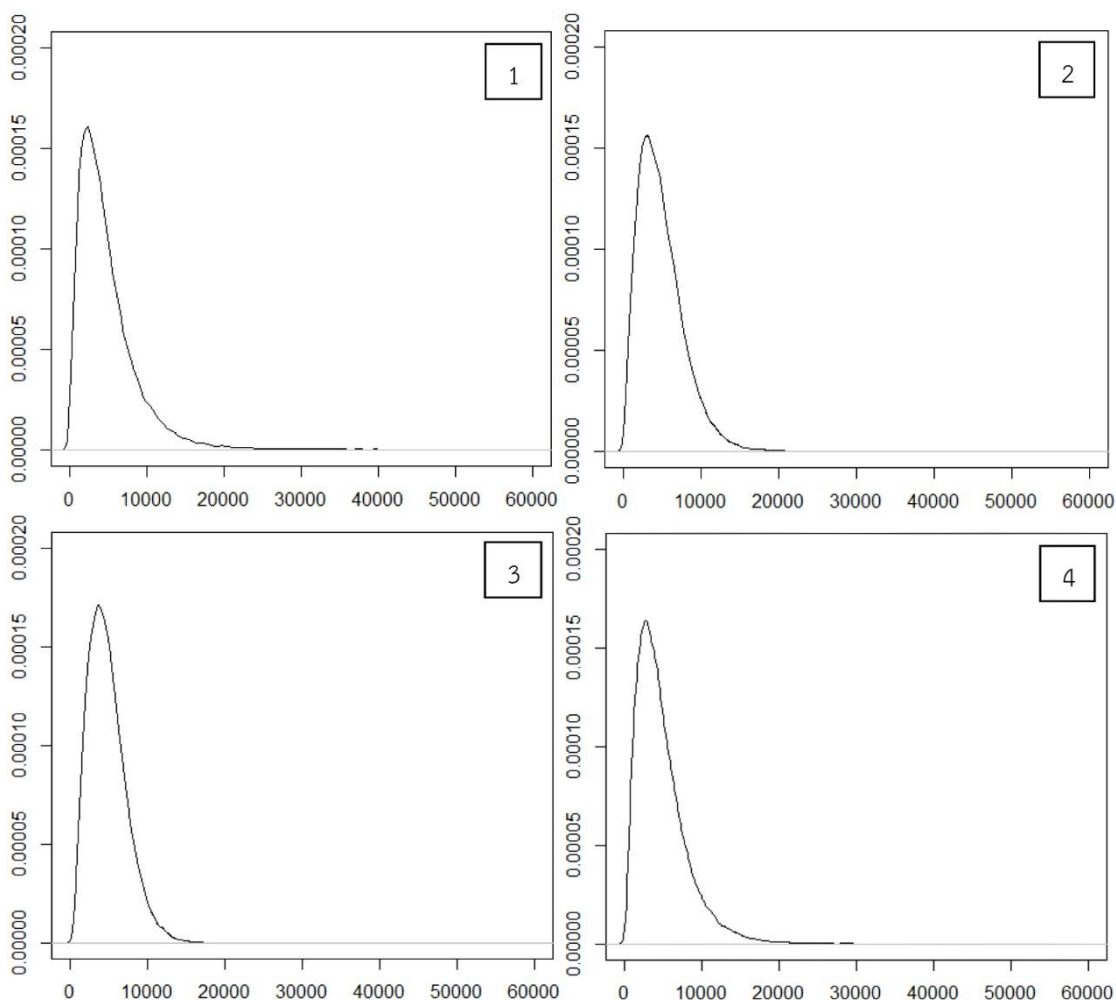
4.3 กรณีตัวแปรสุ่ม X_t แทนจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1,000 บาท

การจำลองวิธีมอนติคาร์โลจำนวน 50,000 ครั้ง และกำหนดให้จำนวนเงินจ่ายชดเชยมีการแจกแจง

แบบพาเรโต การแจกแจงแบบไวบูลล์ การแจกแจงแบบแกมมา และการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล ตามลำดับ ผลการศึกษาพบว่ากราฟการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปี มี

ลักษณะเบ้ขวาไม่ว่าจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีการแจกแจงแบบใดก็ตาม (รูปที่ 4) เมื่อกำหนดให้ค่าเฉลี่ยของจำนวนเงินจ่ายชดเชยมีค่าเท่ากับ 1,000 บาท มูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปี ที่มีจำนวนเงินจ่ายชดเชยเป็นการแจกแจงแบบพาราโต การแจกแจงแบบไวบูลล์ การแจกแจงแบบแกมมา และการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล จะมีค่าเท่ากับ 4,774.85, 4,749.47, 4,757.49 และ 4,768.87 ตาม

ลำดับ เปอร์เซนไทล์ที่ 2.5 และ 97.5 เท่ากับ [516.37, 14662.89], [713.29, 11635.1], [1104.64, 10478.44] และ [740.34, 13291.13] ตามลำดับ สัมประสิทธิ์ของความผันแปรเท่ากับ 86.49, 60.36, 51.71 และ 71.03 % ตามลำดับ (ตารางที่ 3) เมื่อเปรียบเทียบกราฟการแจกแจงสัมประสิทธิ์ของความผันแปรมีผลต่อรูปร่างของการแจกแจง (ดูรูปที่ 4)



รูปที่ 4 กราฟการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวม (S) ที่พิจารณาใน 1 ปี กรณีจำนวนเงินจ่ายชดเชย (X_j) มีการแจกแจงแบบพาราโต (1) การแจกแจงแบบไวบูลล์ (2) การแจกแจงแบบแกมมา (3) และการแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล (4) และมีการค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1,000 บาท

ตารางที่ 3 สถิติพรรณนาของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวม (S) ที่พิจารณาใน 1 ปี แยกตามการแจกแจงของจำนวนเงินจ่ายชดเชยและค่าเฉลี่ยของจำนวนเงินจ่ายชดเชยเท่ากับ 1,000 บาท

การแจกแจง	จำนวน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	[เปอร์เซ็นต์ที่ 2.5, เปอร์เซ็นต์ที่ 97.5]	สัมประสิทธิ์ของความผันแปร
- พาราโด	47,574	4,774.85	4,129.72	[516.37,14662.89]	86.49 %
- ไวบูลล์	47,641	4,749.47	2,866.91	[713.29,11635.1]	60.36 %
- แกมมา	48,026	4,757.49	2,460.33	[1104.64,10478.44]	51.71 %
- ล็อกนอร์มอล	48,022	4,768.87	3,387.74	[740.34,13291.13]	71.03 %

5. สรุป

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปีโดยวิธีจำลองมอนติคาร์โล หาสถิติพรรณนา ได้แก่ ค่าเฉลี่ย เปอร์เซ็นต์ที่ 2.5 เปอร์เซ็นต์ที่ 97.5 และสัมประสิทธิ์ของความผันแปรของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวม รวมถึงเปรียบเทียบการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปี ภายใต้จำนวนเงินจ่ายชดเชยที่มีการแจกแจงแตกต่างกันและข้อสมมติความไม่เป็นอิสระกัน พบว่ากราฟการแจกแจงของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปี มีลักษณะเบ้ขวาและค่าเฉลี่ยที่ได้ไม่แตกต่างกันโดยไม่ขึ้นกับการแจกแจงของจำนวนเงินจ่ายชดเชย มูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปี ที่มีจำนวนเงินจ่ายชดเชยเป็นการแจกแจงแบบไวบูลล์และแกมมามีสัมประสิทธิ์ความผันแปรน้อยกว่าเมื่อเทียบกับการแจกแจงแบบพาราโดและล็อกนอร์มอล มูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมที่พิจารณาใน 1 ปี ที่มีจำนวนเงินจ่ายชดเชยเป็นการแจกแจงแบบพาราโด การแจกแจงแบบล็อกนอร์มอล การแจกแจงแบบไวบูลล์ และการแจกแจงแบบแกมมา จะได้ค่าระหว่างเปอร์เซ็นต์ที่ 2.5 และเปอร์เซ็นต์ที่ 97.5 ของมูลค่าปัจจุบันของความสูญเสียรวมมากไปน้อยตามลำดับ เมื่อเปรียบเทียบกราฟการแจกแจง

สัมประสิทธิ์ของความผันแปรมีผลต่อรูปร่างของการแจกแจง

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล และคุณภัทรพงศ์ สกุลวโรภาส ที่กรุณาช่วยเพิ่มพูนความรู้เกี่ยวกับเทคนิคมอนติคาร์โล และการใช้โปรแกรม R จนการศึกษานี้ลุล่วงด้วยดี

7. รายการอ้างอิง

- [1] ความสำคัญและประโยชน์ของการประกันภัย, แหล่งที่มา : <https://sites.google.com/site/kanruethaiboongrajay/kar-brrthea-khwam-deuxd-rxn-ni-chi-witelea-thraphysin-dwy-kar-pra-kan-ph>, 11 ตุลาคม 2560.
- [2] Mehr, R.I., Cammack, E. and Rose, T., 1985, Principles of insurance, 8th Ed., Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Illinois, 818 p.
- [3] Dorfman, M.S. and Cather, D.A., 2012, Introduction to Risk Management and Insurance, 10th Ed., Pearson, Upper Saddle River, New Jersey, 504 p.
- [4] Klugman, S.A., Panjer, H.H. and Willmot, G.G., 2012, Loss Models: From Data to

- Decisions, 4th Ed., John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 536 p.
- [5] Present Value, Available Source: <https://financial-dictionary.thefreedictionary.com/present+value>, November 12, 2017.
- [6] ทำไมประกันถึงจ่ายเงินช้า, แหล่งที่มา : <https://moneyhub.in.th/article/slow-paying-insurance-claims>, 13 พฤศจิกายน 2560.
- [7] Aggregate Loss Distribution, Available Source: https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/en/SSFUEU_7.2.0/com.ibm.swg.ba.cognos.op_capmod_ug.7.2.0.doc/t_calculating_aggregate_loss_distribution.html, November 3, 2017.