

การประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินาม ด้วยวิธีนิวคอมบ์ไฮบริดสกอร์แบบปรับใหม่ Approximate Confidence Interval for the Difference Binomial Proportions with Adjusted Newcombe Hybrid Score Method

นพวรรณ จงสง่ากลาง*, Poliny Ung และพูลพงศ์ สุขสว่าง

วิทยาลัยวิทยาการวิจัยและวิทยาการปัญญา มหาวิทยาลัยบูรพา

ตำบลแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี 20131

Noppawan Jongsangaklang*, Poliny Ung and Poonpong Suksawang

College of Research Methodology and Cognitive Science, Burapha University,

Saensook, Mueang, Chonburi 20131

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามแบบปรับใหม่ด้วยวิธีเดลต้า และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นระหว่างวิธีนิวคอมบ์ไฮบริดสกอร์แบบปรับใหม่กับวิธีนิวคอมบ์ไฮบริดสกอร์ โดยวิธีการวิจัยเป็นการจำลองข้อมูลภายใต้สถานการณ์ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ค่าพารามิเตอร์ของผลต่างค่าสัดส่วนทวินาม และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น จำนวน 224 เงื่อนไข ($28 \times 4 \times 2$) ด้วยโปรแกรม R แล้ววิเคราะห์เปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแต่ละวิธี ผลการวิจัยพบว่าช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามโดยวิธีนิวคอมบ์ไฮบริดสกอร์แบบปรับใหม่ คือ $L_{new} = \hat{\theta} - \delta_{new}$ และ $U_{new} = \hat{\theta} + \varepsilon_{new}$ เมื่อ $\delta_{new} = z_{\alpha/2} \sigma_{L_{new}}$, $\sigma_{L_{new}}^2 = 4a^2 \sqrt{\{l_1(1-l_1)/n_1 + u_2(1-u_2)/n_2\}}$; $\varepsilon_{new} = z_{\alpha/2} \sigma_{U_{new}}$, $\sigma_{U_{new}}^2 = 4a^2 \sqrt{\{u_1(1-u_1)/n_1 + l_2(1-l_2)/n_2\}}$ และการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นดังนี้ (1) กรณีขนาดของกลุ่มตัวอย่างเท่ากัน วิธีนิวคอมบ์ไฮบริดสกอร์แบบปรับใหม่มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีนิวคอมบ์ไฮบริดสกอร์เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าตั้งแต่ 25 ขึ้นไป โดยค่าพารามิเตอร์ผลต่างค่าสัดส่วนทวินามมีค่าไม่เกิน 0.4 และ (2) กรณีส่วนขนาดกลุ่มตัวอย่างไม่เท่ากัน วิธีนิวคอมบ์ไฮบริดสกอร์แบบปรับใหม่มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีนิวคอมบ์ไฮบริดสกอร์เมื่อกลุ่มตัวอย่างที่ 1 มีค่าตั้งแต่ 15 ขึ้นไป และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 มีค่าตั้งแต่ 50 ขึ้นไป โดยค่าพารามิเตอร์ผลต่างค่าสัดส่วนทวินามมีค่าไม่เกิน 0.4 ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นในแต่ละวิธีนั้นมีความเหมาะสมขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่างและค่าผลต่างค่าสัดส่วนทวินาม

คำสำคัญ : ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม; ค่าสัดส่วนทวินาม; วิธีเดลต้า

Abstract

The purposes of this research were to develop confidence intervals for the difference of binomial proportion with the adjusted delta method, and to compare efficiency of confidence interval between the Newcombe Hybrid Score method and the adjusted Newcombe Hybrid Score method. Research methodology was simulation data in R by the situations with sample sizes, parameters of the difference of binomial proportions, and nominal level 224 conditions (28×4×2). Then to compare the efficiency, data were analyzed about coverage probability and average width of confidence interval for each method. As a result, confidence intervals for the difference of binomial proportions with the adjusted Newcombe Hybrid Score method were lower limit $L_{new} = \hat{\theta} - \delta_{new}$ and upper limit $U_{new} = \hat{\theta} + \varepsilon_{new}$ when $\delta_{new} = z_{\alpha/2} \sigma_{L_{new}}^2$, $\sigma_{L_{new}}^2 = 4a^2 \sqrt{\{I_1(1-I_1)/n_1 + u_2(1-u_2)/n_2\}}$; $\varepsilon_{new} = z_{\alpha/2} \sigma_{U_{new}}^2$, $\sigma_{U_{new}}^2 = 4a^2 \sqrt{\{u_1(1-u_1)/n_1 + I_2(1-I_2)/n_2\}}$. For comparison the efficiency for both confidence intervals, it was found that the adjusted Newcombe Hybrid Score method had a greater efficiency than the Newcombe Hybrid Score method with the following conditions: (1) both equal sample case, sample sizes were more than 25 and the parameter of the difference of binomial proportions did not exceed 0.4, and (2) unequal sample case, the first sample with more than 15, the second one with more than 50 with the parameter of the difference of binomial proportions did not exceed 0.4. Therefore, confidence intervals for each methods are appropriate depending on sample size and difference of binomial proportion.

Keywords: coverage probability; binomial proportion; delta method

1. บทนำ

การประมาณค่าพารามิเตอร์ทางสถิติมีด้วยกัน 2 แบบ ได้แก่ การประมาณค่าแบบจุด (point estimate) และการประมาณค่าแบบช่วง (interval estimate) ซึ่งการประมาณค่าของทั้ง 2 แบบ มีความแตกต่างกัน คือ การประมาณค่าแบบจุดจะได้ค่าพารามิเตอร์เป็นตัวเลขเพียงค่าเดียว ส่วนการประมาณค่าแบบช่วงจะได้ค่าพารามิเตอร์เป็นค่าอยู่ในช่วงใดช่วงหนึ่ง เมื่อพิจารณาถึงความคลาดเคลื่อนของการประมาณค่าพารามิเตอร์นั้น พบว่าการ

ประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงอาจเกิดความคลาดเคลื่อนได้น้อยกว่าการประมาณค่าแบบจุดเนื่องจากค่าประมาณแบบช่วงที่ได้จะเป็นค่าจริงจากการทดลองซ้ำ ๆ n ครั้ง อย่างไรก็ตาม การประมาณค่าแบบจุดอาจมีความเหมาะสมในบางสถานการณ์ก็ว่าได้ [1,2]

สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงหรือเรียกอีกอย่างว่าช่วงความเชื่อมั่น โดยทั่วไปการศึกษาช่วงความเชื่อมั่นมีหลายแบบซึ่งขึ้นอยู่กับงานวิจัยนั้นว่าศึกษาพารามิเตอร์ใดบ้าง ได้แก่ ช่วง

ความเชื่อมั่นสำหรับอัตราส่วน ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าเฉลี่ย ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินาม เป็นต้น [3] นอกจากนี้งานวิจัยส่วนใหญ่หลายสาขาที่ได้นำช่วงความเชื่อมั่นเป็นส่วนหนึ่งในการอธิบายผลการวิจัยว่าค่าตัวเลขที่แท้จริงของผลการวิจัยจะครอบคลุมอยู่ในช่วงใด ได้แก่ สาขาวิทยาศาสตร์สุขภาพ สาขาสังคมศาสตร์ สาขาเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น [4,5] สำหรับการแปลความหมายของช่วงความเชื่อมั่นร้อยละ 95 อธิบายได้ว่าการทดลองหนึ่งมีการทำซ้ำ ๆ หรือสุ่มตัวอย่างมา 100 ครั้ง ซึ่งการทดลองเกิดเหตุการณ์ที่สนใจจำนวน 95 ครั้ง แสดงว่าค่าพารามิเตอร์ของประชากรที่แท้จริงจะอยู่ในช่วงนี้ร้อยละ 95 หรือกล่าวเพื่อเข้าใจมากยิ่งขึ้น คือ เหตุการณ์ที่สนใจมีโอกาสเกิดขึ้นในช่วงความเชื่อมั่นจะครอบคลุมค่าที่แท้จริงร้อยละ 95 และมีค่าที่ผิดพลาดหรืออยู่นอกช่วงร้อยละ 5 นั้นเอง [6] การประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นต้องพิจารณาด้วยว่าลักษณะของข้อมูลที่ศึกษานั้นเป็นอย่างไร สมมติว่าข้อมูลที่ศึกษาเป็นลักษณะเชิงปริมาณ ช่วงความเชื่อมั่นที่ใช้ได้กับลักษณะข้อมูลนี้ ได้แก่ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ย ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าความแปรปรวน เป็นต้น หากข้อมูลเป็นเชิงคุณภาพ เช่นคุณภาพของการผลิตสินค้า (ผ่านมาตรฐาน, ไม่ผ่านมาตรฐาน) ผลการตรวจวินิจฉัยโรค (เป็น, ไม่เป็น) ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ คือ ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าสัดส่วนทวินาม เมื่อก้าวถึงค่าสัดส่วนทวินามจะได้ว่าค่าดังกล่าวเป็นลักษณะของการแจกแจงแบบทวินาม โดยการแจกแจงนี้เป็นการศึกษาเกี่ยวกับลักษณะของเหตุการณ์หนึ่งว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นนั้นเป็นอย่างไร ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้มี 2 ประเด็น คือ ประสบความสำเร็จ และไม่ประสบความสำเร็จ แล้วค่าความน่าจะเป็นที่เกิดผลสำเร็จแต่ละครั้งมีค่าเท่ากับ $\hat{p} = x/n$ แล้วเรียก $\hat{p}$ ว่าค่าสัดส่วนทวินาม หากเป็นการศึกษาเปรียบ

เทียบระหว่างกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม จะมีค่าสัดส่วนทวินาม 2 ค่า นั่นคือ $\hat{p}_i = x_i / n_i ; i=1,2$ โดยที่ x_i เป็นตัวแปรสุ่มของจำนวนครั้งการเกิดผลลัพธ์ที่สำเร็จในการทดลองและ n_i เป็นจำนวนเหตุการณ์ทั้งหมดที่ศึกษา แล้ว i เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ($i=1$) และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 ($i=2$) ซึ่งผลลัพธ์ของเหตุการณ์ในแต่ละกลุ่มได้ว่าประสบความสำเร็จและไม่ประสบความสำเร็จ โดยค่าที่อยู่ในช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามมีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 [7]

การประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามมีหลายวิธีการ เช่น

1.1 วิธี Wald พัฒนาขึ้นในปี ค.ศ. 1938 [6]

1.1.1 กรณีกลุ่มตัวอย่างของทั้ง 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)/n_1 + \hat{p}_2(1-\hat{p}_2)/n_2} \quad (1)$$

โดยที่ n_i คือ ขนาดตัวอย่าง; f_i คือ จำนวนของเหตุการณ์ที่สนใจศึกษา; $\hat{p}_i$ คือ ค่าสัดส่วนของกลุ่มตัวอย่างที่ i ที่ได้จำนวนของเหตุการณ์ที่สนใจศึกษาหารด้วยขนาดตัวอย่างทั้งหมด; i คือ กลุ่มตัวอย่างที่ 1 และกลุ่มตัวอย่างที่ 2

1.1.2 กรณีข้อมูลที่มีลักษณะแบบจับคู่

$$(\hat{p}_{21} - \hat{p}_{12}) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{[\hat{p}_{21} + \hat{p}_{12} - (\hat{p}_{21} - \hat{p}_{12})^2]/n} \quad (2)$$

โดยที่ p_{ij} คือ ค่าความน่าจะเป็นของการสุ่มจากตัวอย่างตัวแปร A และตัวแปร B

1.2 วิธีนิวคอมบ์ไฮบริดสกอว์ [9]

$$L = \hat{\theta} - z_{\alpha/2} \sqrt{\{l_1(1-l_1)/n_1 + u_2(1-u_2)/n_2\}}$$

$$U = \hat{\theta} + z_{\alpha/2} \sqrt{\{u_1(1-u_1)/n_1 + l_2(1-l_2)/n_2\}} \quad (3)$$

โดยที่ l_i, u_i คือ ขีดจำกัดล่างและขีดจำกัดบนที่ได้จากช่วงความเชื่อมั่นวิธี Wilson ของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ($i=1$) และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 ($i=2$); $\sigma_L^2 = \{l_1(1-l_1)/n_1 + u_2(1-u_2)/n_2\}$ คือ ค่าความแปรปรวนของขีดจำกัดล่าง และ $\sigma_U^2 = \{u_1(1-u_1)/n_1 + l_2(1-l_2)/n_2\}$ คือ ค่าความแปรปรวนของขีดจำกัดบน

1.3 วิธี Agresti-Caffo [10]

$$\hat{p}_i \pm \hat{p}_i \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{p}_i(1-\hat{p}_i)/(n_i+2)} \quad (4)$$

โดยที่ $\hat{p}_i$ คือ ค่าสัดส่วนของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ($i=1$) หรือค่าสัดส่วนกลุ่มตัวอย่างที่ 2 ($i=2$) หาได้จาก $(X_i + 1)/(n_i + 2)$; $i = 1, 2$

1.4 วิธี Skewness Corrected [11]

$$I_{1a} = \left[\hat{p} - \left(\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_0 \hat{q}_0}{n_2} \right)^{1/2} \left(z_{1-\alpha/2} - \frac{1}{\sqrt{n}} \hat{Q}(z_{1-\alpha/2}) \right), \right. \\ \left. \hat{p} - \left(\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_0 \hat{q}_0}{n_2} \right)^{1/2} \left(z_{\alpha/2} - \frac{1}{\sqrt{n}} \hat{Q}(z_{\alpha/2}) \right) \right] \quad (5)$$

โดยที่ $\hat{Q}(t) = \hat{\sigma}^{-1}(\hat{a} + \hat{b}t^2)$, $\hat{p} = \hat{p}_1 - \hat{p}_0$,

$\hat{p}_i = X_i/n_i$; $i = 0, 1$

1.5 วิธี adjustment Wald [8]

$$\hat{\pi}_{21} - \hat{\pi}_{12} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{[\hat{\pi}_{21} + \hat{\pi}_{12} - (\hat{\pi}_{21} - \hat{\pi}_{12})^2]/(n+2)} \quad (6)$$

โดยที่ π_{ij} คือ ค่าสัดส่วนของเหตุการณ์ที่สนใจหาได้จาก $(f_{ij} + 1)/(n + 2)$; f_{ij} คือ จำนวนของตัวอย่างที่เป็นคะแนนของการวัดค่าจากตัวแปร A ที่มีด้วยกัน 2 ค่า ($i=1,2$) และคะแนนจากการวัดค่าของตัวแปร B ที่มีด้วยกัน 2 ค่าเช่นเดียวกัน ($j=1, 2$)

สำหรับวิธีการของช่วงความเชื่อมั่นที่กล่าวมาในข้างต้นนั้น ช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าสัดส่วนทวินามวิธีดั้งเดิมมี 2 วิธี ได้แก่ วิธี Wald ซึ่งวิธีการนี้พบจุดอ่อน คือ เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($n < 30$) ทำให้ช่วงความเชื่อมั่นมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมน้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด [11-13] และวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอว์ ซึ่งพบจุดอ่อนเช่นเดียวกัน คือ ประสิทธิภาพของค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อย เมื่อขนาดตัวอย่างของทั้ง 2 กลุ่ม มีขนาดไม่เท่ากัน [14,15] และนอกจากนี้ Fagerland และคณะ [16] และ Prendergast และ Staudte [17] ได้อธิบายว่าค่าความแปรปรวนของขีดจำกัดล่างและขีดจำกัดบน

ของช่วงความเชื่อมั่นมีประสิทธิภาพน้อยเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก

ในปี ค.ศ. 2015 Rahardja และ Yang [18] ได้พัฒนาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลค่าสัดส่วนทวินามสำหรับข้อมูลแบบไบนารี (binary) และผลลัพธ์ที่ได้มานั้นเป็นแบบไม่สมมาตร เรียกช่วงความเชื่อมั่นใหม่ว่า ช่วงความเชื่อมั่นวิธี modified Wald b (mWald b) ซึ่ง Rahardja และ Yang ได้นำวิธีเดลต้าและวิธีลิจิตมาเป็นแนวทางในการพัฒนาจนได้สมการใหม่ดังสมการ 7 และจากการทดสอบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่น mWald b พบว่าช่วงความเชื่อมั่นนี้มีประสิทธิภาพที่ดี

$$\hat{s} \pm z_{\alpha/2} \hat{\sigma} \quad (7)$$

โดยที่ $\hat{\sigma}^2 = \hat{\sigma}^2 / [\hat{p}(1-\hat{p})]^2$; $\hat{p} = \hat{\pi}\hat{\lambda}_1 + (1-\hat{\pi})\hat{\lambda}_2$ เมื่อกำหนดให้ $\hat{\lambda}_1 = n_{11}/n_{\bullet 1}$, $\hat{\lambda}_2 = n_{10}/n_{\bullet 0}$ และ $\hat{\pi} = (x + n_{\bullet 1})/N$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\lambda}_1(1-\hat{\lambda}_1)}{n} + \frac{(1-\hat{\pi})\hat{\lambda}_2(1-\hat{\lambda}_2)}{n} + \frac{(\hat{\lambda}_1 - \hat{\lambda}_2)^2 \hat{\pi}(1-\hat{\pi})}{N}$$

$$\hat{s} = \text{logit}(\hat{p}) = \log(\hat{p}/(1-\hat{p}))$$

จุดอ่อนของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอว์เกี่ยวกับค่าความแปรปรวนของขีดจำกัดล่างและขีดจำกัดบนอาจเป็นประเด็นหนึ่งที่ทำให้ช่วงความเชื่อมั่นดังกล่าวมีข้อจำกัดในการวิเคราะห์ข้อมูลได้ในบางสถานการณ์ ดังนั้นจึงสนใจพัฒนาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอว์ โดยใช้วิธีเดลต้า ซึ่งวิธีเดลต้าเป็นวิธีการประมาณค่าความแปรปรวนเพื่อให้ได้ช่วงความเชื่อมั่นที่มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น แล้วช่วงความเชื่อมั่นที่ปรับนี้เป็นการประมาณค่าที่มีการแจกแจงเข้าสู่การแจกแจงปกติตามทฤษฎีลิมิตสู่ส่วนกลาง (central limit theorem) [19,20] โดยหลักการของวิธีเดลต้าจะทำให้ตัวแปรสุ่มมีลักษณะการแจกแจงที่เป็นการแจกแจงปกติ ซึ่งมีฟังก์ชันดังนี้ $\sqrt{n}(g(X_n) - g(\theta)) \rightarrow N(0, \sigma^2 g'(\theta)^2)$ โดยที่

θ เป็นฟังก์ชันใดฟังก์ชันหนึ่ง และ $g'(\theta)$ เป็นฟังก์ชันใดฟังก์ชันหนึ่งในอนุพันธ์อันดับที่ 1 และต้องมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ แล้วช่วงความเชื่อมั่นที่ปรับใหม่นี้เรียกว่าช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าสัดส่วนทวินามวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกออร์แบบปรับใหม่ดังนี้

กำหนดให้ $g(\theta) = g(a)$ เท่ากับ a^2 เมื่อนำไปหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของ $g(a)$ จะได้ $g'(a) = 2a$ โดยที่ $a = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$ คือ ค่าสัดส่วนรวม (pooled proportion) จะได้ว่า

$$\sqrt{n}(g(X_n) - g(a)) \rightarrow N(0, \sigma^2 g'(a)^2)$$

$$\sqrt{n}(g(X_n) - g(a)) = \sqrt{n}\left(g\left(\frac{x}{n}\right) - a^2\right) \rightarrow N(0, \sigma^2 (2a)^2)$$

เมื่อ σ^2 คือ ค่าความแปรปรวนของช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกออร์สำหรับขีดจำกัดล่างและขีดจำกัดบน คือ $\sigma_L^2 = \sqrt{\{l_1(1-l_1)/n_1 + u_2(1-u_2)/n_2\}}$ และ $\sigma_U^2 = \sqrt{\{u_1(1-u_1)/n_1 + l_2(1-l_2)/n_2\}}$ ตามลำดับ

ดังนั้นค่าความแปรปรวนปรับใหม่ของขีดจำกัดล่าง (σ_{Lnew}^2) คือ $(2a)^2 \sigma_L^2$ จะได้ว่า

$4a^2 \sqrt{\{l_1(1-l_1)/n_1 + u_2(1-u_2)/n_2\}}$ และ ค่าความแปรปรวนปรับใหม่ของขีดจำกัดบน (σ_{Unew}^2) คือ $(2a)^2 \sigma_U^2$ จะได้ว่า

$$4a^2 \sqrt{\{u_1(1-u_1)/n_1 + l_2(1-l_2)/n_2\}}$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามโดยวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกออร์แบบปรับใหม่ ดังนี้

ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างสัดส่วนทวินามโดยวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกออร์แบบปรับใหม่ คือ

$$L_{new} = \hat{\theta} - \delta_{new} \text{ เมื่อ } \delta_{new} = z_{\alpha/2} \sigma_{Lnew}^2 \quad (8)$$

ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างสัดส่วนทวินามโดยวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกออร์แบบปรับใหม่ คือ

$$U_{new} = \hat{\theta} + \varepsilon_{new} \text{ เมื่อ } \varepsilon_{new} = z_{\alpha/2} \sigma_{Unew}^2 \quad (9)$$

โดยที่ δ_{new} คือ ค่าความคลาดเคลื่อนขีดจำกัดล่างของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกออร์แบบปรับใหม่; ε_{new} คือ ค่าความคลาดเคลื่อนขีดจำกัดบนของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกออร์แบบปรับใหม่; σ_{Lnew}^2 คือ ค่าความแปรปรวนปรับใหม่ ของ ขีด จำกัด ล่าง เท่า กับ $4a^2 \sqrt{\{l_1(1-l_1)/n_1 + u_2(1-u_2)/n_2\}}$; σ_{Unew}^2 คือ ค่าความแปรปรวนปรับใหม่ ของ ขีด จำกัด บน เท่า กับ $4a^2 \sqrt{\{u_1(1-u_1)/n_1 + l_2(1-l_2)/n_2\}}$; l_i คือ ขีดจำกัดล่างของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ($i=1$) และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 ($i=2$) ที่ได้จากช่วงความเชื่อมั่นวิธี Wilson; u_i คือ ขีดจำกัดบนของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ($i=1$) และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 ($i=2$) ที่ได้จากช่วงความเชื่อมั่นวิธี Wilson; x_i คือ จำนวนของเหตุการณ์ที่สนใจของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และกลุ่มตัวอย่างที่ 2; n_i คือ ขนาดตัวอย่างของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และขนาดตัวอย่างของกลุ่มตัวอย่างที่ 2; $\hat{x}_i$ คือ ค่าสัดส่วนของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 (x_1/n_1) และค่าสัดส่วนของกลุ่มตัวอย่างที่ 2 (x_2/n_2); $\hat{\theta}$ คือ ค่าผลต่างค่าสัดส่วนทวินามของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 ($\hat{\pi}_1 - \hat{\pi}_2$)

2. อุปกรณ์และวิธีการ

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 2 วิธี นี้ใช้วิธีการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลโดยโปรแกรม R เวอร์ชัน 3.5.1 ขั้นตอนดำเนินการวิจัยและการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

2.1 ขั้นตอนการการวิจัย ดังนี้

2.1.1 สุ่มตัวเลขเริ่มต้นในช่วง (0,1) เพื่อสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม

2.1.2 สุ่มขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา โดยกำหนดขนาดตัวอย่าง ได้แก่ 15, 25, 35, 50, 75, 100 และ 500 ซึ่งการศึกษานี้แบ่งกลุ่มตัวอย่างด้วยกัน

2 กลุ่ม จึงได้ลักษณะของขนาดตัวอย่างทั้งหมด 28 ชุด ได้แก่ กลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม มีขนาดเท่ากัน คือ 7 ชุด และกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ไม่เท่ากัน คือ 21 ชุด

2.1.3 กำหนดค่าพารามิเตอร์ของผลต่างค่าสัดส่วนทวินาม ($\hat{p}_1 - \hat{p}_2$) 4 ค่า คือ 0.2, 0.4, 0.6 และ 0.8

2.1.4 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 2 ระดับ คือ 0.95 และ 0.99

2.1.5 สร้างสมการช่วงความเชื่อมั่นวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอว์แบบปรับใหม่และวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอว์

2.1.6 นำข้อมูลที่ได้ในข้อ 2.1.2-2.1.5 มาคำนวณช่วงความเชื่อมั่นของทั้ง 2 วิธี โดยแต่ละวิธีดำเนินการตามเงื่อนไขภายใต้ 224 สถานการณ์

2.1.7 ในแต่ละสถานการณ์มีการทำซ้ำ 10,000 ครั้ง เพื่อนำไปคำนวณค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม โดยนับจำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นของสถานการณ์หนึ่งๆ ที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์และคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 2 วิธี

2.2 การวิเคราะห์ข้อมูล

เปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่าสัดส่วนทวินามว่าวิธีการใดเหมาะสมกับสถานการณ์ใด นั้น ซึ่งวิเคราะห์ได้จากค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม และค่าความกว้างเฉลี่ย ดังนี้

2.2.1 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (coverage probability) คือ ค่าผลบวกสะสมของค่าครอบคลุมที่ช่วงความเชื่อมั่นนั้นสามารถครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ของผลต่างค่าสัดส่วนทวินาม แล้วหารด้วยจำนวนรอบของการทำซ้ำตามที่ได้กำหนดไว้ เกณฑ์ในการพิจารณาประสิทธิภาพได้จากการทดสอบสมมติฐานของวิธี Ghosh [21] ในกรณีช่วงความเชื่อมั่น 95 % สำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินาม

ถ้าค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการใดมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่า 0.946 และช่วงความเชื่อมั่น 99 % สำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามของวิธีการมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่า 0.987 แสดงว่าวิธีการนั้นมีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

2.2.2 การคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ย (average width of confidence interval) คือ ผลรวมของผลต่างขีดจำกัดล่างและขีดจำกัดบน แล้วหารด้วยจำนวนรอบที่ทำซ้ำ [22] ดังนี้

$$AW = \sum_{i=1}^m \frac{(U_i - L)_i}{m}$$

โดยที่ L_i คือ ค่าขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณค่ารอบที่ i ; U_i คือ ค่าขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากการประมาณค่ารอบที่ i ; i คือ การประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นรอบที่ 1, 2, ..., m ที่ได้กำหนดไว้ 10,000 รอบ

3. ผลการวิจัย

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอว์และวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอว์แบบปรับใหม่ว่าวิธีการใดมีความเหมาะสมกับเงื่อนไขใดด้วยการพิจารณาประสิทธิภาพช่วงความเชื่อมั่นแต่ละวิธีการจากการตรวจสอบค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมและพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ซึ่งค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและค่าความกว้างเฉลี่ยแคบที่สุด สรุปได้ว่าช่วงความเชื่อมั่นวิธีการนั้นมีประสิทธิภาพดีกว่าอีกวิธีการหนึ่ง

ตารางที่ 1 แสดงค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่น 95 % และช่วงความเชื่อมั่น 99

% สำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์และวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่ กรณีขนาดตัวอย่างทั้งสองกลุ่มเท่ากัน พบว่าช่วงความเชื่อมั่น 95 % สำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์ ส่วนใหญ่แล้วมีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้นกรณี $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.2 ที่ขนาดตัวอย่าง (15,15) (25,25) (35,35) (50,50) (75,75) และ (100,100) และเมื่อ $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.4 ที่ขนาดตัวอย่าง (15,15) และ (25,25) ที่มีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมน้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่มีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเกือบทุกเงื่อนไข ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง (15,15) ในทุกระดับค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ และเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.2 ที่ขนาดตัวอย่าง (25,25) มีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมน้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่าค่าความกว้างเฉลี่ยของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์มีแนวโน้มแคบลงเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.8 ส่วนวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่มีแนวโน้มแคบลงเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.2

สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 99 % สำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินาม พบว่าวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์ส่วนใหญ่มีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้นกรณีค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.2 ที่ขนาดตัวอย่าง (15,15) (25,25) (35,35) (50,50) และ (75,75) และเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.4 ที่ขนาดตัวอย่าง (15,15) (25,25) (35,35) และ (50,50) และค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.6 ที่ขนาดตัวอย่าง (15,15) ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมน้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่

กำหนด สำหรับวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่มีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเกือบทุกเงื่อนไข ยกเว้นกรณีค่าพารามิเตอร์ผลต่างค่าสัดส่วนทวินามเท่ากับ 0.2 ที่ขนาดตัวอย่าง (50,50) และขนาดตัวอย่าง (15,15) (25,25) และ (35,35) ในทุกระดับค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ ที่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมน้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของทั้งสองวิธี พบว่าวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์มีแนวโน้มค่าความกว้างเฉลี่ยแคบลงเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.8 สำหรับวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่มีแนวโน้มค่าความกว้างเฉลี่ยแคบลงเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.2

สำหรับตารางที่ 2 แสดงค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่น 95 % และช่วงความเชื่อมั่น 99 % สำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์และวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่ กรณีขนาดตัวอย่างทั้งสองกลุ่มไม่เท่ากัน พบว่าช่วงความเชื่อมั่น 95 % สำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์ ส่วนใหญ่แล้วมีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าตั้งแต่ 0.4 ขึ้นไป ยกเว้นกรณีค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.2 ที่ตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มีขนาด 15-75 และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 มีขนาด 15-100 และเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.4 ที่ตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มีขนาด 15-25 และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 มีขนาด 25-50 ที่มีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมน้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่มีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเกือบทุกเงื่อนไข ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง (15,15) ที่ค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.2-0.6 กรณีขนาดตัวอย่าง (15,35) ที่ค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.2-0.4

และกรณีค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.2 ที่ขนาดตัวอย่าง (15,50) (15,75) และ (15,100) มีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมน้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วง

ความเชื่อมั่น พบว่าค่าความกว้างเฉลี่ยของวิธีนิวคอมบ์ไฮบริดสกอ์มีแนวโน้มแคบลงเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.8 ส่วนวิธีนิวคอมบ์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่มีแนวโน้มแคบลงเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.2

Table 1 Coverage probability and average width of 95 % confidence interval and 99 % confidence interval for the difference of binomial proportions, sample of the same size case

sample sizes	parameters	95 % Confidence interval				99% Confidence interval			
		NHS		ANHS		NHS		ANHS	
		CP	AW	CP	AW	CP	AW	CP	AW
$n_1 = n_2 = 15$	0.2874	0.5554	0.8729	0.1051	0.1256	0.7179	0.8700	0.1324	0.2874
	0.7152	0.6167	0.8536	0.4170	0.5699	0.7636	0.7619	0.5162	0.7152
	0.9783 [#]	0.6165	0.7804	0.9020	0.9574	0.7638	0.5817	1.1190	0.9783 [#]
	0.9807 [#]	0.6163	0.7886	0.9016	1 [#]	0.7181	0.1976	1.8391	0.9807 [#]
$n_1 = n_2 = 25$	0.4404	0.4356	0.9354	0.0774	0.2005	0.5694	0.9128	0.1002	0.4404
	0.9082	0.5003	0.9543 [#]	0.3310	0.7694	0.6315	0.9000	0.4177	0.9082
	0.9980 [#]	0.5002	0.9578 [#]	0.7279	0.9942 [#]	0.6315	0.8450	0.9164	0.9980 [#]
	1 [#]	0.4354	0.9927 [#]	1.1118	1 [#]	0.5694	0.7454	1.4557	1 [#]
$n_1 = n_2 = 35$	0.5701	0.3701	0.9654 [#]	0.0064	0.3288	0.4857	0.9589	0.0840	0.5701
	0.9497 [#]	0.4321	0.9857 [#]	0.2831	0.8788	0.5510	0.9655	0.3634	0.9497 [#]
	0.9999 [#]	0.4321	0.9974 [#]	0.6254	0.9995 [#]	0.5509	0.9554	0.7952	0.9999 [#]
	1 [*]	0.3707	1 [#]	0.9434	1 [#]	0.4852	0.9818	1.2412	1 [*]
$n_1 = n_2 = 50$	0.7088	0.3109	0.9832 [#]	0.0528	0.4752	0.4088	0.9801	0.0695	0.7088
	0.9916 [#]	0.3678	0.9982 [#]	0.2398	0.9668	0.4726	0.9936 [#]	0.3076	0.9916 [#]
	1 [#]	0.3678	0.9999 [#]	0.5316	1 [#]	0.4727	0.9970 [#]	0.6827	1 [#]
	1 [#]	0.3111	1 [#]	0.7931	1 [#]	0.4085	1 [#]	1.0433	1 [#]
$n_1 = n_2 = 75$	0.8670	0.2548	0.9967 [#]	0.0426	0.6902	0.3350	0.9947 [#]	0.0560	0.8670
	0.9997 [#]	0.3045	0.9998 [#]	0.1975	0.9974 [#]	0.3940	0.9996 [#]	0.2549	0.9997 [#]
	1 [#]	0.3045	1 [*]	0.4402	1 [#]	0.3940	1 [#]	0.5686	1 [#]
	1 [#]	0.2547	1 [*]	0.6502	1 [#]	0.3349	1 [#]	0.8549	1 [#]
$n_1 = n_2 = 100$	0.9411	0.2208	0.9989 [*]	0.0365	0.8358	0.2903	0.9991 [#]	0.0478	0.9411
	1 [#]	0.2657	1 [#]	0.1721	0.9999 [#]	0.3449	1 [#]	0.2230	1 [#]
	1 [#]	0.2655	1 [#]	0.3839	1 [#]	0.3450	1 [#]	0.4969	1 [#]
	1 [#]	0.2207	1 [#]	0.5644	1 [#]	0.2904	1 [#]	0.7422	1 [#]
$n_1 = n_2 = 500$	1 [#]	0.0991	1 [#]	0.0159	1 [#]	0.1302	1 [#]	0.0209	1 [#]
	1 [#]	0.1209	1 [#]	0.0775	1 [#]	0.1585	1 [#]	0.1015	1 [#]
	1 [#]	0.1209	1 [#]	0.1741	1 [#]	0.1585	1 [#]	0.2282	1 [#]
	1 [#]	0.0990	1 [#]	0.2535	1 [#]	0.1302	1 [#]	0.3333	1 [#]

Remark: NHS (newcombe hybrid score method); ANHS (adjusted newcombe hybrid score method); CP (coverage probability); AW (average width); # (coverage probability was not lower than nominal level); Bold (average length of the confidence interval was the shortest value)

Table 2 Coverage probability and average width of 95 % confidence interval and 99 % confidence interval for the difference of binomial proportions, sample of the unequal size case

sample sizes	parameters	95 % Confidence interval				99 % Confidence interval			
		NHS		ANHS		NHS		ANHS	
		CP	AW	CP	AW	CP	AW	CP	AW
$n_1 = 15$, $n_2 = 25$	0.2	0.2740	0.4974	0.8911	0.0910	0.1099	0.6455	0.8897	0.1166
	0.4	0.7883	0.5608	0.8963	0.3753	0.6229	0.7000	0.7874	0.4662
	0.6	0.9939 [#]	0.5607	0.9082	0.8196	0.9829	0.7003	0.7575	1.0201
	0.8	1 [#]	0.4971	0.9865 [#]	1.2677	1 [#]	0.6451	0.6277	1.6537
$n_1 = 15$, $n_2 = 35$	0.2	0.3278	0.4675	0.9116	0.0834	0.1054	0.6060	0.8844	0.1073
	0.4	0.8267	0.5315	0.9164	0.3526	0.6366	0.6645	0.8897	0.4392
	0.6	0.9982 [#]	0.5314	0.9718 [#]	0.7712	0.9945 [#]	0.6642	0.8668	0.9710
	0.8	1 [#]	0.4678	1 [#]	1.1912	1 [#]	0.6057	0.9645	1.5532
$n_1 = 15$, $n_2 = 50$	0.2	0.3128	0.4425	0.9169	0.0769	0.1055	0.5718	0.9014	0.0987
	0.4	0.8446	0.5060	0.9481 [#]	0.3331	0.7040	0.6326	0.9053	0.4150
	0.6	0.9999 [#]	0.5062	0.9955 [#]	0.7333	0.9981 [#]	0.6329	0.9730	0.9166
	0.8	1 [#]	0.4423	1 [#]	1.1281	1 [#]	0.5711	1 [#]	1.4635
$n_1 = 15$, $n_2 = 75$	0.2	0.3198	0.4197	0.9369	0.0714	0.0958	0.5433	0.9081	0.0931
	0.4	0.8633	0.4844	0.9602 [#]	0.3163	0.7236	0.6043	0.9001	0.3926
	0.6	1 [#]	0.4839	0.9998 [#]	0.7012	0.9995 [#]	0.6043	0.9959 [#]	0.8742
	0.8	1 [#]	0.4208	1 [#]	1.0730	1 [#]	0.5420	1 [#]	1.3858
$n_1 = 15$, $n_2 = 100$	0.2	.3185	0.4091	0.9315	0.0690	0.0994	0.5255	0.9121	0.0879
	0.4	.8882	0.4720	0.9685 [#]	0.3070	0.7604	0.5883	0.9470	0.3827
	0.6	1 [#]	0.4722	1 [#]	0.6827	0.9999 [#]	0.5886	0.9995 [#]	0.8517
	0.8	1 [#]	0.4091	1 [#]	1.0460	1 [#]	0.5254	1 [#]	1.3429
$n_1 = 15$, $n_2 = 500$	0.2	0.3675	0.3765	0.9581 [#]	0.0610	0.1251	0.4799	0.9542	0.0778
	0.4	0.9248	0.4405	0.9874 [#]	0.2829	0.8282	0.5454	0.9665	0.3499
	0.6	1 [#]	0.4398	1 [#]	0.6336	1 [#]	0.5450	1 [#]	0.7856
	0.8	1 [#]	0.3772	1 [#]	0.9652	1 [#]	0.4812	1 [#]	1.2315
$n_1 = 25$, $n_2 = 35$	0.2	0.4647	0.4039	0.9553 [#]	0.0710	0.2283	0.5283	0.9194	0.0920
	0.4	0.9069	0.4674	0.9680 [#]	0.3081	0.8120	0.5923	0.9368	0.3896
	0.6	0.9999 [#]	0.4670	0.9908 [#]	0.6802	0.9982 [#]	0.5923	0.9224	0.8592
	0.8	1 [#]	0.4045	1 [#]	1.0279	1 [#]	0.5281	0.9785	1.3495
$n_1 = 25$, $n_2 = 50$	0.2	0.4695	0.3765	0.9530 [#]	0.0644	0.2116	0.4925	0.9377	0.0852
	0.4	0.9394	0.4390	0.9790 [#]	0.2892	0.8583	0.5572	0.9596	0.3648
	0.6	1 [#]	0.4389	0.9992 [#]	0.6356	0.9998 [#]	0.5574	0.9852	0.8069
	0.8	1 [#]	0.3773	1 [#]	0.9601	1 [#]	0.4921	1 [#]	1.2585
$n_1 = 25$, $n_2 = 75$	0.2	0.2506	0.3526	0.9682 [#]	0.0599	0.2462	0.4595	0.9516	0.0775
	0.4	0.9573 [#]	0.4134	0.9893 [#]	0.2688	0.8896	0.5253	0.9763	0.3424
	0.6	1 [#]	0.4135	1 [#]	0.5982	0.9999 [#]	0.5251	0.9984 [#]	0.7595
	0.8	1 [#]	0.3534	1 [#]	0.9012	1 [#]	0.4601	1 [#]	1.1758

Table 2 (continue)

sample sizes	parameters	95 % Confidence interval				99 % Confidence interval			
		NHS		ANHS		NHS		ANHS	
		CP	AW	CP	AW	CP	AW	CP	AW
$n_1 = 25$, $n_2 = 100$	0.2	0.5006	0.3399	0.9677 [#]	0.0570	0.2402	0.4416	0.9634	0.0737
	0.4	0.9707 [#]	0.3999	0.9936 [#]	0.2605	0.9120	0.5073	0.9842	0.3285
	0.6	1 [#]	0.3997	1 [#]	0.5782	1 [#]	0.5071	0.9999 [#]	0.7341
	0.8	1 [#]	0.3996	1 [#]	0.8690	1 [#]	0.4424	1 [#]	1.1311
$n_1 = 25$, $n_2 = 500$	0.2	0.5419	0.3051	0.9769 [#]	0.0494	0.2561	0.3942	0.9628	0.0638
	0.4	0.9885 [#]	0.3625	0.9992 [#]	0.2331	0.9654	0.4575	0.9956 [#]	0.2943
$n_1 = 25$, $n_2 = 500$	0.6	1 [#]	0.3623	1 [#]	0.5216	1 [#]	0.4578	1 [#]	0.6594
	0.8	1 [#]	0.2954	1 [#]	0.7941	1 [#]	0.3935	1 [#]	1.0066
$n_1 = 35$, $n_2 = 50$	0.2	0.5971	0.3417	0.9714 [#]	0.0589	0.3331	0.4484	0.9595	0.0771
	0.4	0.9745 [#]	0.4014	0.9941 [#]	0.2641	0.9179	0.5131	0.9784	0.3351
	0.6	0.9999 [#]	0.4013	0.9996 [#]	0.5800	1 [#]	0.5131	0.9922 [#]	0.7421
	0.8	1 [#]	0.3411	1 [#]	0.8717	1 [#]	0.4484	1 [#]	1.1432
$n_1 = 35$, $n_2 = 75$	0.2	0.6206	0.3162	0.9832 [#]	0.0535	0.3530	0.4140	0.9674	0.0697
	0.4	0.9866 [#]	0.3735	0.9980 [#]	0.2425	0.9505	0.4785	0.9906 [#]	0.3115
	0.6	1 [#]	0.3737	1 [#]	0.5406	1 [#]	0.4783	0.9999 [#]	0.6910
	0.8	1 [#]	0.3157	1 [#]	0.8064	1 [#]	0.4143	1 [#]	1.0579
$n_1 = 35$, $n_2 = 100$	0.2	0.6377	0.3020	0.9843 [#]	0.0506	0.3756	0.3950	0.9764	0.0660
	0.4	0.9899 [#]	0.3583	0.9975 [#]	0.2324	0.9632	0.4589	0.9935 [#]	0.2975
	0.6	1 [#]	0.3583	1 [#]	0.5176	1 [#]	0.4587	1 [#]	0.6635
	0.8	1 [#]	0.3022	1 [#]	0.7722	1 [#]	0.3953	1 [#]	1.0090
$n_1 = 35$, $n_2 = 500$	0.2	0.7004	0.2644	0.9891 [#]	0.0429	0.4091	0.3431	0.9870 [#]	0.0554
	0.4	0.9980 [#]	0.3164	0.9999 [#]	0.2030	0.9929 [#]	0.4037	0.9996 [#]	0.2594
	0.6	1 [#]	0.3164	1 [#]	0.4565	1 [#]	0.4036	1 [#]	0.5814
	0.8	1 [#]	0.2643	1 [#]	0.6763	1 [#]	0.3430	1 [#]	0.8773
$n_1 = 50$, $n_2 = 75$	0.2	0.7540	0.2837	0.9897 [#]	0.0477	0.5096	0.3728	0.9863	0.0626
	0.4	0.9976 [#]	0.3376	0.9993 [#]	0.2191	0.9849	0.4351	0.9983 [#]	0.2820
	0.6	1 [#]	0.3376	1 [#]	0.4879	1 [#]	0.4350	0.9999 [#]	0.6293
	0.8	1 [#]	0.2836	1 [#]	0.7246	1 [#]	0.3730	1 [#]	0.9522
$n_1 = 50$, $n_2 = 100$	0.2	0.7858	0.2687	0.9922 [#]	0.0450	0.5460	0.3525	0.9907 [#]	0.0585
	0.4	0.9980 [#]	0.3207	1 [#]	0.2084	0.9918 [#]	0.4135	0.9987 [#]	0.2678
	0.6	1 [#]	0.3207	1 [#]	0.4627	1 [#]	0.4135	1 [#]	0.5977
	0.8	1 [#]	0.2687	1 [#]	0.6869	1 [#]	0.3528	1 [#]	0.9014
$n_1 = 50$, $n_2 = 500$	0.2	0.8463	0.2270	0.9968 [#]	0.0367	0.6196	0.2959	0.9971 [#]	0.0478
	0.4	0.9999 [#]	0.2734	1 [#]	0.1758	0.9992 [#]	0.3515	1 [#]	0.2252
	0.6	1 [#]	0.2734	1 [#]	0.3940	1 [#]	0.3516	1 [#]	0.5062
	0.8	1 [#]	0.2268	1 [#]	0.5805	1 [#]	0.2957	1 [#]	0.7566

Table 2 (continue)

sample sizes	parameters	95 % Confidence interval				99 % Confidence interval			
		NHS		ANHS		NHS		ANHS	
		CP	AW	CP	AW	CP	AW	CP	AW
$n_1 = 75$, $n_2 = 100$	0.2	0.8957	0.2382	0.9982 [#]	0.0396	0.7261	0.3132	0.9969 [#]	0.0519
	0.4	0.9998 [#]	0.2858	1 [#]	0.1854	0.9995 [#]	0.3703	1 [#]	0.2401
	0.6	1 [#]	0.2858	1 [#]	0.4117	1 [#]	0.3702	1 [#]	0.5348
	0.8	1 [#]	0.2381	1 [#]	0.6086	1 [#]	0.3132	1 [#]	0.7999
$n_1 = 75$, $n_2 = 500$	0.2	0.9525 [*]	0.1913	0.9998 [#]	0.0309	0.8431	0.2501	0.9995 [#]	0.0404
	0.4	1 [#]	0.2315	1 [#]	0.1486	1 [#]	0.3000	1 [#]	0.1926
	0.6	1 [#]	0.2314	1 [#]	0.3333	1 [#]	0.2998	1 [#]	0.4319
	0.8	1 [*]	0.1911	1 [#]	0.4891	1 [#]	0.2505	1 [#]	0.6408
$n_1 = 100$, $n_2 = 500$	0.2	0.9862 [#]	0.1699	1 [#]	0.0274	0.9381	0.2227	1 [#]	0.0360
	0.4	1 [#]	0.2062	1 [#]	0.1323	1 [#]	0.2682	1 [#]	0.1722
	0.6	1 [#]	0.2062	1 [#]	0.2975	1 [#]	0.2683	1 [#]	0.3862
	0.8	1 [#]	0.1702	1 [#]	0.4352	1 [#]	0.2228	1 [#]	0.5700

ส่วนช่วงความเชื่อมั่น 99 % สำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสก็อร์ ส่วนใหญ่แล้วมีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ ตั้งแต่ 0.4 ขึ้นไป ยกเว้นกรณีค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.2 ที่ตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มีขนาด 15-75 และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 มีขนาด 15-100 และค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.4 ที่ตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มีขนาด 15-25 และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 มีขนาด 25-50 ที่มีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมน้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ส่วนวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสก็อร์แบบปรับใหม่ส่วนใหญ่มีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ ตั้งแต่ 0.4 ขึ้นไป และตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มีขนาดตั้งแต่ 35 ขึ้นไป และตัวอย่างกลุ่มที่ 2 มีขนาดตั้งแต่ 75 ขึ้นไป ยกเว้นกรณีค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ เท่ากับ 0.2-0.6 ที่ขนาดตัวอย่างกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งที่มีขนาดเล็ก เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่าวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสก็อร์มีแนวโน้มค่าความกว้าง

เฉลี่ยแคบลงเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.8 ส่วนวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสก็อร์แบบปรับใหม่มีแนวโน้มแคบลงเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.2 ดังตารางที่ 2

4. วิจัย

การเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามระหว่างวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสก็อร์และวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสก็อร์แบบปรับใหม่เมื่อกลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะเดียวกัน พบว่าวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสก็อร์แบบปรับใหม่มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสก็อร์เมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0 ส่วนวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสก็อร์มีประสิทธิภาพดีเมื่อค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าเข้าใกล้ 1 และมีขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นซึ่งมีความสอดคล้องกับงานวิจัยของ Fagerland และคณะ [16] และ Prendergast และ Staudte [17] ที่ศึกษาช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสก็อร์และวิธีการประมาณอื่น พบว่าตัวอย่างที่มีขนาดเล็กทำให้วิธีนิวคอมป์ไฮบริดสก็อร์มีประสิทธิภาพลดลง ซึ่งช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ

ผลต่างค่าสัดส่วนทวินามในแต่ละวิธีนั้นมีความเหมาะสมเมื่อนำไปใช้กับสถานการณ์ต่าง ๆ และหากนำไปใช้กับสถานการณ์ที่นอกเหนือจากนี้ก็สามารถนำไปใช้ได้แต่ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้อาจมีประสิทธิภาพลดลงในการอธิบายข้อมูลของงานวิจัยนั้นได้นอกจากนี้สามารถนำช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่ไปใช้ประโยชน์ได้จริง เช่น ศึกษาผลต่างค่าสัดส่วนการส่งออกสินค้าของประเทศไทย

5. สรุป

วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินามของวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์และวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่ ซึ่งให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุดในเงื่อนไขดังนี้

ช่วงความเชื่อมั่น 95 % สำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินาม พบว่า กรณีขนาดตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มเท่ากัน วิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่มีความ

เหมาะสมเมื่อนำไปใช้กับสถานการณ์ขนาดตัวอย่างที่ทั้ง 2 กลุ่ม มีค่าตั้งแต่ 25 ขึ้นไปและค่า $p_1 - p_2$ มีค่าไม่เกิน 0.4 ส่วนวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์มีความเหมาะสมเมื่อนำไปใช้กับสถานการณ์ที่ขนาดตัวอย่างที่ทั้ง 2 กลุ่ม มีค่าตั้งแต่ 25 ขึ้นไปเช่นเดียวกัน แต่ค่า $p_1 - p_2$ มีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไปดังตารางที่ 3 สำหรับกรณีขนาดตัวอย่างของทั้ง 2 กลุ่ม ไม่เท่ากัน พบว่าวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์มีความเหมาะสมเมื่อนำไปใช้กับสถานการณ์ที่ขนาดตัวอย่างของกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งมีค่าตั้งแต่ 15 ขึ้นไปและค่า $p_1 - p_2$ มีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ส่วนวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่มีความเหมาะสมเมื่อนำไปใช้กับสถานการณ์ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มากกว่า 15 ขึ้นไป และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 มีขนาดตั้งแต่ 50 ขึ้นไป โดยค่า $p_1 - p_2$ มีค่าไม่เกิน 0.4 ดังตารางที่ 4

ช่วงความเชื่อมั่น 99 % สำหรับผลต่างค่าสัดส่วนทวินาม พบว่ากรณีขนาดตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม มีขนาดเท่ากันนั้น วิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอ์แบบปรับใหม่มีความเหมาะสมหากนำไปใช้กับสถานการณ์ที่ขนาดตัวอย่างของทั้ง 2 กลุ่ม มีค่าตั้งแต่ 50 ขึ้นไป และค่า

Table 3 Appropriate method of 95 % confidence interval and 99 % confidence interval for the difference of binomial proportions each conditions, sample of the same size case

sample sizes	95 % confidence interval				99 % confidence interval			
	0.2	0.4	0.6	0.8	0.2	0.4	0.6	0.8
$n_1 = n_2 = 15$	-	-	-	-	-	-	-	NHS
$n_1 = n_2 = 25$	-	ANHS	NHS	NHS	-	-	NHS	NHS
$n_1 = n_2 = 35$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	-	-	NHS	NHS
$n_1 = n_2 = 50$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	-	ANHS	NHS	NHS
$n_1 = n_2 = 75$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	ANHS	ANHS	NHS	NHS
$n_1 = n_2 = 100$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	ANHS	ANHS	NHS	NHS
$n_1 = n_2 = 500$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	ANHS	ANHS	NHS	NHS

$\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าไม่เกิน 0.4 ส่วนวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอว์มีความเหมาะสมเมื่อนำไปใช้กับสถานการณ์ขนาดตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม มีค่าตั้งแต่ 15 ขึ้นไป และค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ ตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไปดังตารางที่ 3 สำหรับกรณีขนาดตัวอย่างของทั้ง 2 กลุ่ม ไม่เท่ากัน พบว่าวิธีนิว

คอมป์ไฮบริดสกอว์แบบปรับใหม่มีความเหมาะสมเมื่อนำไปใช้กับขนาดตัวอย่างมีค่าตั้งแต่ 25 ขึ้นไป และค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าไม่เกิน 0.4 ส่วนวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอว์มีความเหมาะสมเมื่อนำไปใช้กับขนาดตัวอย่างมีค่า 15 ขึ้นไป และค่า $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ มีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไปดังตารางที่ 4

Table 4 Appropriate method of confidence interval 95 % and confidence interval 99 % for the difference of binomial proportions each conditions, sample of the unequal size case

sample sizes	95 % confidence interval				99 % confidence interval			
	0.2	0.4	0.6	0.8	0.2	0.4	0.6	0.8
$n_1 = 15, n_2 = 25$	-	-	NHS	NHS	-	-	-	NHS
$n_1 = 15, n_2 = 35$	-	-	NHS	NHS	-	-	NHS	NHS
$n_1 = 15, n_2 = 50$	-	ANHS	NHS	NHS	-	-	NHS	NHS
$n_1 = 15, n_2 = 75$	-	ANHS	NHS	NHS	-	-	NHS	NHS
$n_1 = 15, n_2 = 100$	-	ANHS	NHS	NHS	-	-	NHS	NHS
$n_1 = 15, n_2 = 500$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	-	-	NHS	NHS
$n_1 = 25, n_2 = 35$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	-	-	NHS	NHS
$n_1 = 25, n_2 = 50$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	-	-	NHS	NHS
$n_1 = 25, n_2 = 75$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	-	-	NHS	NHS
$n_1 = 25, n_2 = 100$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	-	-	NHS	NHS
$n_1 = 25, n_2 = 500$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	-	ANHS	NHS	NHS
$n_1 = 35, n_2 = 50$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	-	-	-	NHS
$n_1 = 35, n_2 = 75$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	-	ANHS	NHS	NHS
$n_1 = 35, n_2 = 100$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	-	ANHS	NHS	NHS
$n_1 = 35, n_2 = 500$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	ANHS	ANHS	NHS	NHS
$n_1 = 50, n_2 = 75$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	-	ANHS	NHS	NHS
$n_1 = 50, n_2 = 100$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	ANHS	ANHS	NHS	NHS
$n_1 = 50, n_2 = 500$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	ANHS	ANHS	NHS	NHS
$n_1 = 75, n_2 = 100$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	ANHS	ANHS	NHS	NHS
$n_1 = 75, n_2 = 500$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	ANHS	ANHS	NHS	NHS
$n_1 = 100, n_2 = 500$	ANHS	ANHS	NHS	NHS	ANHS	ANHS	NHS	NHS

6. ข้อเสนอแนะ

ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นวิธีนิวคอมป์ไฮบริดสกอว์แบบปรับใหม่กับวิธีการอื่น ได้แก่ วิธี adjustment Wald [6] วิธี Agresti-Caffo [8] เป็นต้น

7. References

- [1] Hand, D.J., 2008, Statistics: A Very Short Introduction, Oxford University Press, New York, 136 p.
- [2] Sasiwimonrit, K. , Hirunwong, A. and Chomtee, B. , 2015, Comparison of confidence interval estimation methods for the difference between two independent population proportion with small sample, Thai Sci. Technol. J. 23(2): 183-193. (in Thai)
- [3] Rosenthal, J.A. , 2012, Statistics and Data Interpretation for Social Work, Springer Publishing Company, New York, 512 p.
- [4] Kang, S.H., 2008, New confidence interval for the difference between two proportions in two- sample correlated binary data, J. Korean Stat. Soc. 37: 175-183.
- [5] Maruo, K. and Kawai, N., 2014, Confidence intervals based on some weighting functions for the difference of two binomial proportions, Stat. Med. 33: 2288-2296.
- [6] Faculty of Tropical Medicine, Mahidol University, 2014, Textbook of Clinical Research, Available Source: <http://www.tm.mahidol.ac.th/th/tropical-medicine-knowledge/book-clinic/Textbook-of-Clinical-Research.php>, January 16, 2018. (in Thai)
- [7] Riffenburgh, R. H. , 2012, Confidence Interval: Statistics in Medicine, 3rd Ed., Academic Press, Cambridge, MA.
- [8] Bonett, D. G. and Price, R. M. , 2012, Adjusted wald confidence intervals for a difference of binomial proportions based on paired data, J. Edu. Behav. Stat. 37: 479-488.
- [9] Newcombe, R.G., 1998, Improved confidence intervals for the difference between binomial proportions based on paired data, Stat. Med. 17: 2635-2650.
- [10] Agresti, A. and Caffo, B., 2000, Simple and effective confidence intervals for proportions and differences of proportions result from adding two successes and two failures, Am. Stat. 54: 280-288.
- [11] Zhou, X.H., Tsao, M. and Qin, G., 2004, New intervals for the difference between two independent binomial proportions, J. Stat. Plan. Infer. 123: 97-115.
- [12] Zhou, X.H. and Qin, G. , 2005, A new confidence interval for the difference between two binomial proportions of paired data, J. Stat. Plan. Infer. 128: 527-542.
- [13] Zou, G. and Donner, A. , 2004, A simple alternative confidence interval for the

- difference between two proportions, Control Clin. Trials 25: 3-12.
- [14] Brown, L. and Li, X., 2005, Confidence intervals for two sample binomial distribution, J. Stat. Plan. Infer. 130: 359-375.
- [15] Reed, J.F.III, 2009, Improved confidence intervals for the difference between two proportions, J. Mod. Appl. Stat. Methods 8: 207-214.
- [16] Fagerland, M.W., Lydersen, S. and Laake, P., 2015, Recommended confidence intervals for two independent binomial proportions, Stat. Methods Med. Res. 24: 224-254.
- [17] Prendergast, L.A. and Staudte. R.G., 2014, Better than you think: Interval estimators of the difference of binomial proportions, J. Stat. Plan. Infer. 148: 38-48.
- [18] Rahardja, D. and Yang, Y., 2015, Maximum likelihood estimation of a binomial proportion using one-sample misclassified binary data, Stat. Neerl. 69: 272-280.
- [19] Papanicolaou, A., 2009, Taylor Approximation and the Delta Method, Available Source: <http://web.stanford.edu/class/cme308/OldWebsite/notes/TaylorAppDeltaMethod.pdf>, May 28, 2018.
- [20] Ginestet, C.E., 2013, Delta Method, Available Source: http://math.bu.edu/people/cgineste/classes/ma575/p/w10_1.pdf, January 20, 2018.
- [21] Ghosh, B.K., 1979, Comparison of some approximate confidence intervals for binomial parameter, J. Am. Stat. Assoc. 74: 894-900
- [22] Department of Statistics, Online Programs, The Pennsylvania State University, 2018, Lesson 30: Confidence Intervals for One Mean (An Interval's Length), Available Source: <https://onlinecourses.science.psu.edu/stat414/node/198>, Jan 15, 2019.