



การเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วน ของเสียของแผนภูมิควบคุม p แผนภูมิควบคุม PM

และแผนภูมิควบคุม EWMA

Efficiency Comparison in Detecting of Nonconforming Fractional Changing by Using p , PM and EWMA Control Charts

ทศพล แพรสุรินทร์*, บุญอ้อม โฉมที, สุดารัตน์ นิจสุนกิจ

ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

กรุงเทพมหานคร 10900

Tosapon Paesurin, Boonorm Chomtee, Sudarat Nidsunkid

Department of Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University,

Bangkok 10900

Received 31 October 2022; Received in revised 29 December 2022; Accepted 10 January 2023

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย 3 แบบ ได้แก่ แผนภูมิควบคุม p แผนภูมิควบคุม PM และแผนภูมิควบคุม EWMA โดยใช้ความยาวรันเฉลี่ย (ARL) เป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย งานวิจัยนี้จำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงทวินามด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลภายใต้สถานการณ์ที่มีสัดส่วนของเสียที่ต้องการควบคุม (p_0) เท่ากับ 0.05, 0.2 และ 0.4 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 50, 100, 200 และ 500 ขนาดการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสีย (δ) เท่ากับ 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 และ 1.5 และพารามิเตอร์ปรับให้เรียบ (λ) สำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA เท่ากับ 0.05, 0.2 และ 0.4 ผลการวิจัยพบว่า แผนภูมิควบคุม PM ตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีที่สุดทุกสถานการณ์ กรณีที่ขนาดการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้น พบว่า แผนภูมิควบคุม EWMA เกือบทุกค่า λ มีประสิทธิภาพดีเช่นเดียวกับแผนภูมิควบคุม PM ส่วนประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม p มีแนวโน้มสูงขึ้นเมื่อค่า δ เพิ่มขึ้น อีกทั้งเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุม PM และแผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพดีขึ้น อย่างไรก็ตามแผนภูมิควบคุม p สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนได้ไม่ดีเท่าแผนภูมิควบคุม PM และแผนภูมิควบคุม EWMA ทุกสถานการณ์

คำสำคัญ: แผนภูมิควบคุม p ; แผนภูมิควบคุม PM; แผนภูมิควบคุม EWMA; ความยาวรันเฉลี่ย; สัดส่วนของเสีย

Abstract

This research aims to compare the efficiency of the three control charts in detecting of nonconforming fractional changing: p , PM, and EWMA control charts by using average run length (ARL) as the criterion. In the research, the Monte Carlo technique simulates data as binomial distribution with the nonconforming fractions (p_0) of 0.05, 0.2, and 0.4. The sample sizes (n) are 50, 100, 200, and 500. The shifts of nonconforming fraction (δ) are 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, and 1.5, and the smooth parameters (λ) for the EWMA control chart are 0.05, 0.2, and 0.4. The results found that the PM control chart is the best in detecting nonconforming fractional changing for all situations. In case of the shift of nonconforming fraction increases, it is shown that the EWMA control chart with almost of λ s has the same efficiency as the PM control chart. The p control chart tends to increase efficiency when δ increases. Moreover, when sample size increases, PM and EWMA control charts provide better efficiency. However, the efficiency of detecting nonconforming fractional changing of p control chart is less than the PM and the EWMA control charts for all situations.

Keywords: p control chart; PM control chart; EWMA control chart; Average run length; Nonconforming fraction

1. บทนำ

ในปัจจุบัน ธุรกิจทางด้านอุตสาหกรรมมีการแข่งขันสูง ผู้บริโภคสามารถเลือกซื้อผลิตภัณฑ์แบบเดียวกันได้จากหลากหลายบริษัท ซึ่งปัจจัยสำคัญที่ผู้บริโภคตัดสินใจเลือกผลิตภัณฑ์ คือ คุณภาพของผลิตภัณฑ์ โดยทางบริษัทต่างๆ มีการนำสถิติมาช่วยในการควบคุมคุณภาพให้เกิดความผันแปรน้อยที่สุด เครื่องมือทางสถิติที่นิยมใช้ในการควบคุมคุณภาพ คือ แผนภูมิควบคุม (control chart) ซึ่งประกอบด้วย เส้นแกนกลาง แนวบนแสดงค่าเฉลี่ยหรือค่ากลางของคุณลักษณะที่นำมาตรวจสอบ และเส้นแสดงขีดจำกัดควบคุมบน และ/หรือขีดจำกัดควบคุมล่าง คุณลักษณะที่นำมาพิจารณาอาจเป็นค่าเฉลี่ย ค่าวัดการกระจาย สัดส่วนสินค้าชำรุด เป็นต้น แผนภูมิควบคุมสามารถแบ่งได้ 2 ประเภท คือ แผนภูมิควบคุมสำหรับตัวแปร ใช้วัดคุณภาพที่มีลักษณะเป็นค่าต่อเนื่อง และแผนภูมิควบคุมสำหรับลักษณะใช้วัดคุณภาพที่มีลักษณะเป็นค่าไม่ต่อเนื่อง แผนภูมิควบคุมสำหรับลักษณะที่นิยมใช้ คือ แผนภูมิควบคุม p

(p control chart) ที่ใช้สัดส่วนเป็นตัวสถิติในการตรวจสอบคุณภาพ สัดส่วนของเสียคำนวณจากจำนวนของเสียในกระบวนการ โดยจำนวนของเสียมีการแจกแจงทวินาม [1] สำหรับแผนภูมิควบคุม p ถูกพัฒนาขึ้นโดย Shewart กล่าวถึงใน Montgomery [2] พบว่าแผนภูมิควบคุม p ตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ไม่ดีเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียเล็กน้อย สอดคล้องกับงานวิจัยของ Rod-o [3] และ Dewun และ Khemavuk [4]

จากการที่แผนภูมิควบคุม p ตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ไม่ดีเมื่อมีขนาดการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียเล็กน้อยนั้น จึงทำให้มีผู้พัฒนาแผนภูมิควบคุมอื่นๆ ที่มีประสิทธิภาพดีกว่า เช่น ในปี ค.ศ.2004 Khoo [5] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุม EWMA (exponentially weighted moving average control chart) สำหรับข้อมูลที่เป็นค่าไม่ต่อเนื่อง พัฒนามาจากแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่เป็นค่าต่อเนื่อง เพื่อแก้ไขปัญหาแผนภูมิควบคุม p ไม่ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีต โดยการถ่วงน้ำหนักข้อมูลใน

อดีต และในปี ค.ศ. 2019 Abbas และคณะ [6] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุม PM (new progressive mean control chart) ที่เป็นแผนภูมิควบคุมที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตเช่นเดียวกันกับแผนภูมิควบคุม EWMA แต่แผนภูมิควบคุม PM จะนำข้อมูลในอดีตทุกค่ามาคำนวณด้วย โดยในงานวิจัยของ Abbas ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสีย ระหว่างแผนภูมิควบคุม PM แผนภูมิควบคุม p และแผนภูมิควบคุม EWMA พบว่าแผนภูมิควบคุม PM สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม p และแผนภูมิควบคุม EWMA

นอกจากนี้ Rod-o [3] ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างแผนภูมิควบคุม p แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย แผนภูมิควบคุมปีตา และแผนภูมิควบคุม AC พบว่า เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม สัดส่วนของเสียมีค่าน้อย และเกือบทุกขนาดตัวอย่าง แผนภูมิควบคุม AC มีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพในการตรวจจับความผิดปกติของกระบวนการได้ดี ส่วนกรณีที่ค่าสัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้น เกือบทุกขนาดตัวอย่าง พบว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย มีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพในการตรวจจับความผิดปกติของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมอื่นๆ กรณีที่กระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม สัดส่วนของเสียมีค่าน้อย ในเกือบทุกระดับของขนาดการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสีย และเกือบทุกขนาดตัวอย่าง พบว่าแผนภูมิควบคุมปีตามีประสิทธิภาพในการตรวจจับความผิดปกติของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมอื่นๆ แต่เมื่อค่าสัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้น พบว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมอื่นๆ ส่วนแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียมีแนวโน้มตรวจจับการเปลี่ยนแปลงกระบวนการได้ดีขึ้น เมื่อสัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้น และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ และ Dewun และ Khemavuk [4] ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างแผนภูมิควบคุม

p แผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุมปีตา และแผนภูมิควบคุม Isrt p EWMA พบว่า เมื่อสัดส่วนของเสียมากกว่า 0.03 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 300 และขนาดการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียเท่ากับ 2.0 แผนภูมิควบคุม p มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียของกระบวนการได้ดี แต่แผนภูมิควบคุมปีตาไม่สามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ในทุกกรณีที่ศึกษา แต่เมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียเท่ากับ 2.0 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 300 และ 50 ตามลำดับ แผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม Isrt p EWMA มีประสิทธิภาพดี และเมื่อค่าสัดส่วนของเสีย หรือขนาดตัวอย่าง หรือขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้นส่งผลให้แผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีขึ้น

ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียของแผนภูมิควบคุม p แผนภูมิควบคุม PM และแผนภูมิควบคุม EWMA โดยกำหนดขอบเขตการศึกษาเปรียบเทียบด้านสัดส่วนของเสียที่ต้องการควบคุม (p_0) ขนาดตัวอย่าง (n) ขนาดการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสีย (δ) และพารามิเตอร์ปรับให้เรียบ (λ) ของแผนภูมิควบคุม EWMA ให้มีค่าที่หลากหลาย ครอบคลุมสถานการณ์ที่อาจเกิดขึ้นจริง และพิจารณาประสิทธิภาพจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) ในแต่ละสถานการณ์ ถ้าแผนภูมิควบคุมใดมีค่า ARL ต่ำที่สุด แสดงว่าแผนภูมิควบคุมนั้นเป็นแผนภูมิควบคุมที่สามารถตรวจจับ การเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีที่สุด

2. วิธีการดำเนินการวิจัย

ในงานวิจัยนี้เป็นการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม 3 แบบในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสีย ได้แก่ แผนภูมิควบคุม p แผนภูมิควบคุม PM และแผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีขั้นตอนการวิจัยดังนี้

2.1 จำลองข้อมูลให้มีการแจกแจงทวินาม โดยกำหนดพารามิเตอร์ ดังนี้

2.1.1 สัดส่วนของเสียที่ต้องการควบคุม (p_0) เท่ากับ 0.05, 0.2 และ 0.4

2.1.2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 50, 100, 200 และ 500

2.1.3 ขนาดการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสีย (δ) เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม เท่ากับ 1.0 และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม เท่ากับ 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 และ 1.5

2.1.4 สัดส่วนของเสียที่เปลี่ยนไป (p_1) คำนวณได้จาก $p_1 = \delta p_0$

2.1.5 พารามิเตอร์ปรับให้เรียบ (λ) ของแผนภูมิควบคุม EWMA เท่ากับ 0.05, 0.2 และ 0.4

จากงานวิจัยของ Rod-o [3] ได้กำหนดให้ p_0 เท่ากับ 0.001, 0.002, 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 20, 30, 50, 100, 150, 200, 300 และ δ เท่ากับ 1.0, 1.1, 1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0 ส่วนงานวิจัยของ Dewun และ Khemavuk [4] ได้กำหนดให้ p_0 เท่ากับ 0.04, 0.06, 0.08, 0.1 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50, 100, 200, 300 δ เท่ากับ 1.0, 1.01, 1.05, 1.1, 1.5, 2.0, 3.0 และ λ เท่ากับ 0.05 ในขณะที่งานวิจัยของ Khoo [5] ได้กำหนดให้ p_0 เท่ากับ 0.1,

0.2 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100, 200 δ เท่ากับ 0.2, 0.4, 0.5, 0.55, 0.6, 0.65, 0.7, 0.75, 0.775, 0.8, 0.85, 0.9, 1.0, 1.1, 1.125, 1.15, 1.2, 1.225, 1.25, 1.3, 1.35, 1.4, 1.5, 1.6, 1.8 และ λ เท่ากับ 0.02, 0.05, 0.08, 0.1 และงานวิจัยของ Abbas และคณะ [6] ได้กำหนดให้ p_0 เท่ากับ 0.05, 0.1, 0.2 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100, 200 δ เท่ากับ 1.0, 1.2, 1.25, 1.5, 1.8, 2, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 และ λ เท่ากับ 0.170, 0.625, 1 จึงทำให้ผู้วิจัยได้กำหนดพารามิเตอร์ต่างๆ ทั้งที่เหมือนและแตกต่างกับงานวิจัยอื่นๆ เพื่อที่จะได้ครอบคลุมสถานการณ์ที่หลากหลายและสามารถใช้ได้ในสถานการณ์จริง

2.2 กำหนดให้ X_i แทน จำนวนของเสียของกลุ่มย่อยที่ i ที่มีขนาดของกลุ่มย่อยเท่ากับ n เมื่อ $\hat{p}_i$ คือ สัดส่วนของเสียในกลุ่มย่อยที่ i ซึ่ง $\hat{p}_i = \frac{X_i}{n}$

2.3 คำนวณค่าสถิติ $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k \hat{p}_i}{k}$ โดย $i = 1, 2, 3, \dots, k$ ที่ใช้ในแต่ละแผนภูมิควบคุม เมื่อ k คือ จำนวนกลุ่มย่อย

2.4 คำนวณขีดจำกัดควบคุมบน (upper control limit : UCL) เส้นแกนกลาง (center line : CL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (lower control limit : LCL) สำหรับแผนภูมิควบคุม p แผนภูมิควบคุม PM และแผนภูมิควบคุม EWMA ดังนี้

2.4.1 แผนภูมิควบคุม p

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}, \quad CL = \bar{p}, \quad LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

โดยที่ n คือ ขนาดตัวอย่าง

2.4.2 แผนภูมิควบคุม PM

$$UCL = \bar{p} + A\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{in}}, \quad CL = \bar{p}, \quad LCL = \bar{p} - A\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{in}}$$

โดยที่ $i = 1, 2, 3, \dots, k$ เมื่อ k คือ จำนวนกลุ่มย่อย
 n คือ ขนาดตัวอย่าง

A คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม PM ที่ทำให้ค่า ARL

เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมมีค่าเป็น 370

2.4.3 แผนภูมิควบคุม EWMA

$$UCL = \bar{p} + B \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n} \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right)}, \quad CL = \bar{p}, \quad LCL = \bar{p} - B \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n} \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right)}$$

โดยที่ B คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA ที่ทำให้ค่า ARL

เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมมีค่าเป็น 370

n คือ ขนาดตัวอย่าง

λ คือ พารามิเตอร์ปรับให้เรียบ เมื่อ $0 < \lambda \leq 1$

2.5 คำนวณค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) โดยนำค่าสถิติของกลุ่มย่อยที่ได้จากข้อ 2.3 มาเปรียบเทียบกับขีดจำกัดควบคุมของแต่ละแผนภูมิควบคุมที่ได้จากข้อ 2.4 และนับจำนวนกลุ่มย่อยที่ถูกตรวจสอบจนกระทั่งพบการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรก จำนวนกลุ่มย่อยดังกล่าวเป็นค่าความยาวรัน (run length; RL) ของแต่ละสถานการณ์ ทำซ้ำเช่นนี้จำนวน 10,000 รอบ จากนั้นนำผลรวมความยาวรันหารด้วยจำนวนรอบ (10,000 รอบ) ดังนั้นค่า ARL = $\frac{\sum RL_i}{10,000}$ โดย RL_i คือ ค่าความยาวรันในรอบที่ i เมื่อ i = 1, 2, 3, ..., 10000

2.6 นำค่า ARL ที่ได้จากข้อ 2.5 มาเปรียบเทียบกับค่า ARL ของแต่ละแผนภูมิควบคุมในแต่ละสถานการณ์ โดยที่แผนภูมิควบคุมใดมีค่า ARL ต่ำที่สุด แสดงว่าแผนภูมิควบคุมนั้นเป็นแผนภูมิควบคุมที่ตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีที่สุด

3. ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสียของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย 3 แบบ คือ แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย (p chart) แผนภูมิควบคุม PM (PM control chart) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักด้วยเลขชี้กำลัง (EWMA control

chart) โดยใช้การจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงทวินามที่มีการทำซ้ำ 10,000 รอบ ภายใต้สถานการณ์ที่กำหนดจาก (Table 1 - 4) และ (figure 1) แสดงค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมสำหรับสัดส่วนของเสีย 3 แบบ ในสถานการณ์ที่ $p_0 = 0.05$ และ $n = 50, 100, 200, 500$ พบว่า

สำหรับแผนภูมิควบคุม p เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม พบว่าไม่สามารถบอกแนวโน้มของค่า ARL ได้ และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม โดยที่ค่า δ เพิ่มขึ้น พบว่าค่า ARL มีแนวโน้มลดลง

สำหรับแผนภูมิควบคุม PM เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ค่า ARL โดยประมาณเท่ากับ 370 และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม โดยที่ค่า δ เพิ่มขึ้น พบว่าค่า ARL มีแนวโน้มลดลง

สำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม สำหรับทุกค่า λ พบว่าค่า ARL โดยประมาณเท่ากับ 370 และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม โดยที่ค่า λ คงที่ และค่า δ เพิ่มขึ้น พบว่าค่า ARL มีแนวโน้มลดลง แต่เมื่อค่า δ คงที่ และค่า λ เพิ่มขึ้น พบว่า ค่า ARL มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ดังนั้นสำหรับกรณีที่ $p_0 = 0.05$ และ $n = 50, 100, 200, 500$ สำหรับทุกค่า δ พบว่า แผนภูมิควบคุม PM สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุมอื่นๆ

Table 1 The ARL of p, pm, EWMA control charts when $p_0 = 0.05$ and $n = 50$

Control chart		ARL					
		$\delta = 1.0$	$\delta = 1.1$	$\delta = 1.2$	$\delta = 1.3$	$\delta = 1.4$	$\delta = 1.5$
P		287.4487	166.9649	103.4896	65.4730	44.6117	30.7313
PM		370.2771	111.5608*	41.4471*	17.9123*	8.9905*	5.2042*
EWMA	$\lambda = 0.05$	369.7749	123.4772	47.4966	22.2180	11.5215	6.8631
	$\lambda = 0.2$	369.7463	129.9134	51.5772	24.1844	12.8196	7.6397
	$\lambda = 0.4$	370.1787	146.9446	65.2435	33.2206	18.6038	11.1109

“*” indicates the best detection.

Table 2 The ARL of p, pm, EWMA control charts when $p_0 = 0.05$ and $n = 100$

Control chart		ARL					
		$\delta = 1.0$	$\delta = 1.1$	$\delta = 1.2$	$\delta = 1.3$	$\delta = 1.4$	$\delta = 1.5$
p		228.2849	112.6473	60.6803	34.5580	21.2517	14.1133
PM		370.3026	19.4766*	2.9893*	1.3060*	1.0345*	1.0015*
EWMA	$\lambda = 0.05$	370.2108	91.1113	27.0378	10.4037	4.9761	2.9092
	$\lambda = 0.2$	369.6629	95.2567	29.2352	11.6286	5.6305	3.2751
	$\lambda = 0.4$	370.3334	106.9242	38.5075	16.0289	8.2004	4.7592

“*” indicates the best detection.

Table 3 The ARL of p, pm, EWMA control charts when $p_0 = 0.05$ and $n = 200$

Control chart		ARL					
		$\delta = 1.0$	$\delta = 1.1$	$\delta = 1.2$	$\delta = 1.3$	$\delta = 1.4$	$\delta = 1.5$
p		371.5989	135.8585	55.7126	26.9004	14.5111	8.6005
PM		369.8389	44.1193*	8.2795*	2.9149*	1.5624*	1.1635*
EWMA	$\lambda = 0.05$	369.5302	58.8014	12.7279	4.4351	2.2264	1.4578
	$\lambda = 0.2$	370.3828	62.2889	14.1054	5.0434	2.4172	1.5696
	$\lambda = 0.4$	370.3282	73.9519	19.8922	7.2103	3.4936	2.0753

“*” indicates the best detection.

Table 4 The ARL of p, pm, EWMA control charts when $p_0 = 0.05$ and $n = 500$

Control chart		ARL					
		$\delta = 1.0$	$\delta = 1.1$	$\delta = 1.2$	$\delta = 1.3$	$\delta = 1.4$	$\delta = 1.5$
p		309.8292	79.8867	24.1837	9.4982	4.7477	2.7804
PM		370.4880	9.3333*	1.5623*	1.0337*	1.0007*	1.0000*
EWMA	$\lambda = 0.05$	369.6692	24.4045	3.9228	1.5566	1.0966	1.0126
	$\lambda = 0.2$	370.1203	27.6760	4.3894	1.6993	1.1407	1.0164
	$\lambda = 0.4$	370.0626	36.2144	6.4113	2.2868	1.3425	1.0792

“*” indicates the best detection.

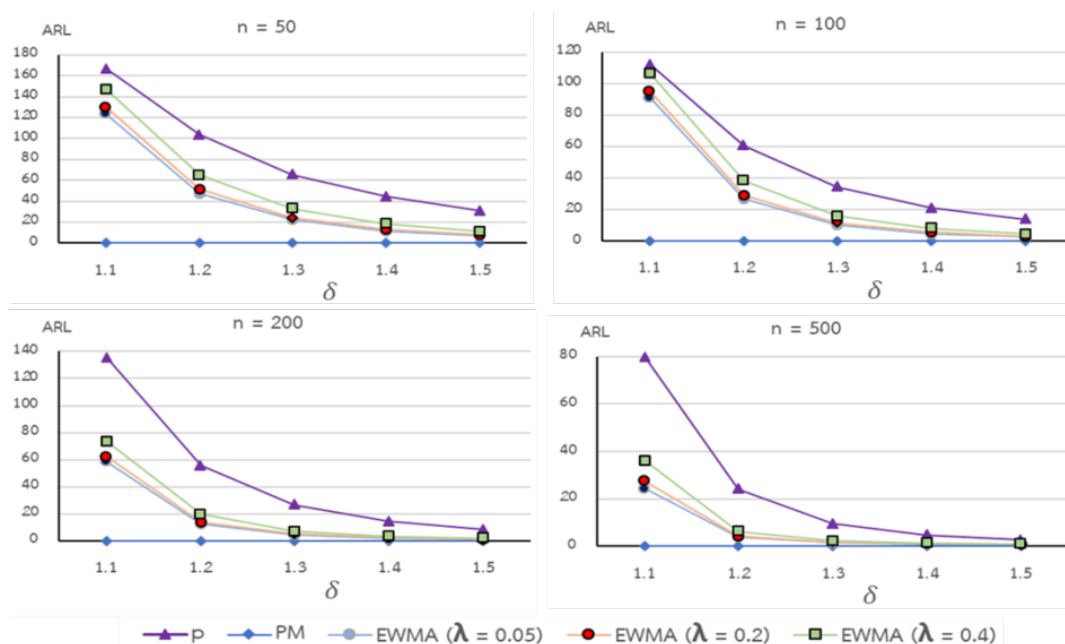


Figure 1 ARL for out of control of p, PM and EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2, 0.4$) control charts when $p_0 = 0.05$, $n = 50, 100, 200, 500$ and $\delta = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5$

(Table 5 - 8) และ (Figure 2) แสดงค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมสำหรับสัดส่วนของเสีย 3 แบบ ในสถานการณ์ที่ $p_0 = 0.2$ และ $n = 50, 100, 200, 500$ พบว่า

สำหรับแผนภูมิควบคุม p เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม โดยที่ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า ARL

มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม โดยที่ค่า δ เพิ่มขึ้น ค่า ARL มีแนวโน้มลดลง

สำหรับแผนภูมิควบคุม PM เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ค่า ARL โดยประมาณเท่ากับ 370 และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม โดยที่ค่า δ เพิ่มขึ้น พบว่าค่า ARL มีแนวโน้มลดลง

สำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม สำหรับทุกค่า λ พบว่าค่า ARL โดยประมาณเท่ากับ 370 และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม โดยที่ค่า λ คงที่ และค่า δ เพิ่มขึ้น ค่า ARL มีแนวโน้มลดลงเข้าใกล้ 1 แต่เมื่อค่า δ คงที่ และค่า λ เพิ่มขึ้น พบว่า ค่า ARL มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ดังนั้นสำหรับกรณีที่ $p_0 = 0.2$ และ $n = 50$, 100, 200, 500 สำหรับทุกค่า δ พบว่าแผนภูมิควบคุม PM สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุมอื่นๆ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น พบว่า แผนภูมิควบคุม EWMA บางค่า λ สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีไม่แตกต่างจากแผนภูมิควบคุม PM

Table 5 The ARL of p, pm, EWMA control charts when $p_0 = 0.2$ and $n = 50$

Control chart		ARL					
		$\delta = 1.0$	$\delta = 1.1$	$\delta = 1.2$	$\delta = 1.3$	$\delta = 1.4$	$\delta = 1.5$
p		368.5467	132.5075	52.1103	24.0831	12.1963	7.1019
PM		370.1217	6.6251*	1.2636*	1.0042*	1.0000*	1.0000*
EWMA	$\lambda = 0.05$	370.1263	53.8828	10.7689	3.6238	1.8448	1.2651
	$\lambda = 0.2$	370.0619	58.9161	12.3349	4.0230	1.9950	1.3395
	$\lambda = 0.4$	370.2690	69.2840	16.8231	5.9154	2.8194	1.7078

“*” indicates the best detection.

Table 6 The ARL of p, pm, EWMA control charts when $p_0 = 0.2$ and $n = 100$

Control chart		ARL					
		$\delta = 1.0$	$\delta = 1.1$	$\delta = 1.2$	$\delta = 1.3$	$\delta = 1.4$	$\delta = 1.5$
p		250.4330	74.7295	23.3344	9.3281	4.6993	2.7235
PM		369.9054	8.7543*	1.4964*	1.0203*	1.0004*	1.0000*
EWMA	$\lambda = 0.05$	370.3916	27.9568	4.2713	1.6045	1.1057	1.0113
	$\lambda = 0.2$	370.0886	30.6082	4.8731	1.7631	1.1452	1.0202
	$\lambda = 0.4$	370.3143	40.5411	7.0704	2.3882	1.3671	1.0797

“*” indicates the best detection.

Table 7 The ARL of p, pm, EWMA control charts when $p_0 = 0.2$ and $n = 200$

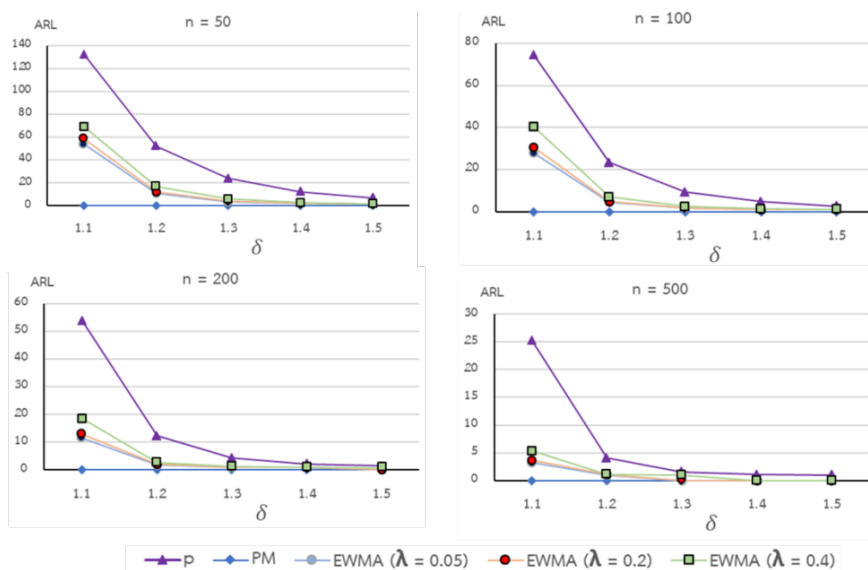
Control chart		ARL					
		$\delta = 1.0$	$\delta = 1.1$	$\delta = 1.2$	$\delta = 1.3$	$\delta = 1.4$	$\delta = 1.5$
p		281.2284	53.8734	12.2786	4.2988	2.1585	1.4218
PM		369.6357	8.9535*	1.4908*	1.0197*	1.0003*	1.0000*
EWMA	$\lambda = 0.05$	369.3773	11.6227	1.8093	1.0617	1.0017	1.0000*
	$\lambda = 0.2$	369.6671	12.9597	1.9703	1.0913	1.0037	1.0000*
	$\lambda = 0.4$	370.3148	18.6684	2.7759	1.2554	1.0215	1.0007

“*” indicates the best detection.

Table 8 The ARL of p, pm, EWMA control charts when $p_0 = 0.2$ and $n = 500$

Control chart		ARL					
		$\delta = 1.0$	$\delta = 1.1$	$\delta = 1.2$	$\delta = 1.3$	$\delta = 1.4$	$\delta = 1.5$
p		320.472	25.3564	4.0862	1.5675	1.1001	1.0116
PM		369.8758	1.5864*	1.0002*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
EWMA	$\lambda = 0.05$	369.7934	3.2041	1.0312	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	$\lambda = 0.2$	369.9970	3.6393	1.0530	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	$\lambda = 0.4$	369.9270	5.4035	1.1684	1.0010	1.0000*	1.0000*

“*” indicates the best detection.

**Figure 2** ARL for out of control of p, PM and EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2, 0.4$) control charts when $p_0 = 0.2$, $n = 50, 100, 200, 500$ and $\delta = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5$

จาก (Table 9 - 12) และ (Figure 3) แสดงค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมสำหรับสัดส่วนของเสีย 3 แบบ ในสถานการณ์ที่ $p_0 = 0.4$ และ $n = 50, 100, 200, 500$ พบว่า

สำหรับแผนภูมิควบคุม p เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม โดยที่ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า ARL มีแนวโน้มลดลง และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม โดยที่ค่า δ เพิ่มขึ้น ค่า ARL มีแนวโน้มลดลงเช่นกัน

สำหรับแผนภูมิควบคุม PM เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ค่า ARL โดยประมาณเท่ากับ 370 และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม โดยที่ค่า δ เพิ่มขึ้น พบว่าค่า ARL มีแนวโน้มลดลง

สำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม สำหรับทุกค่า λ พบว่าค่า ARL โดยประมาณเท่ากับ 370 และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม โดยที่ค่า λ คงที่ และค่า δ เพิ่มขึ้น ค่า ARL มีแนวโน้มลดลงเข้าใกล้ 1 แต่เมื่อค่า δ คงที่ และค่า λ เพิ่มขึ้น พบว่า ค่า ARL มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ดังนั้นสำหรับกรณีที่ $p_0 = 0.4$ และ $n = 50, 100, 200, 500$ สำหรับทุกค่า δ พบว่าแผนภูมิควบคุม PM สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุมอื่นๆ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA บางค่า λ และแผนภูมิควบคุม p สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีไม่แตกต่างจากแผนภูมิควบคุม PM

Table 9 The ARL of p , pm , EWMA control charts when $p_0 = 0.4$ and $n = 50$

Control chart		ARL					
		$\delta = 1.0$	$\delta = 1.1$	$\delta = 1.2$	$\delta = 1.3$	$\delta = 1.4$	$\delta = 1.5$
p		475.0610	126.6977	30.5670	10.0105	4.1118	2.2497
PM		370.2961	4.0650*	1.0589*	1.0001*	1.0000*	1.0000*
EWMA	$\lambda = 0.05$	370.2084	21.4390	2.9457	1.2437	1.0176	1.0002
	$\lambda = 0.2$	369.8227	23.8170	3.2987	1.3301	1.0299	1.0013
	$\lambda = 0.4$	370.1845	33.2315	5.0127	1.7017	1.1160	1.0116

“*” indicates the best detection.

Table 10 The ARL of p , pm , EWMA control charts when $p_0 = 0.4$ and $n = 100$

Control chart		ARL					
		$\delta = 1.0$	$\delta = 1.1$	$\delta = 1.2$	$\delta = 1.3$	$\delta = 1.4$	$\delta = 1.5$
p		334.2119	57.1267	10.2918	3.2777	1.6205	1.1557
PM		370.4412	3.9969*	1.0535*	1.0001*	1.0000*	1.0000*
EWMA	$\lambda = 0.05$	369.6469	8.1804	1.3532	1.0087	1.0000*	1.0000*
	$\lambda = 0.2$	369.7512	9.0999	1.4587	1.0142	1.0000*	1.0000*
	$\lambda = 0.4$	369.8711	13.5706	1.9509	1.0674	1.0008	1.0000*

“*” indicates the best detection.

Table 11 The ARL of p, pm, EWMA control charts when $p_0 = 0.4$ and $n = 200$

Control chart		ARL					
		$\delta = 1.0$	$\delta = 1.1$	$\delta = 1.2$	$\delta = 1.3$	$\delta = 1.4$	$\delta = 1.5$
p		339.7211	26.2463	3.8057	1.4563	1.0543	1.0027
PM		370.1647	2.9574*	1.0183*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
EWMA	$\lambda = 0.05$	369.9294	2.9094	1.0206	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	$\lambda = 0.2$	370.2438	3.3391	1.0301	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	$\lambda = 0.4$	370.2659	5.0597	1.1101	1.0004	1.0000*	1.0000*

“*” indicates the best detection.

Table 12 The ARL of p, pm, EWMA control charts when $p_0 = 0.4$ and $n = 500$

Control chart		ARL					
		$\delta = 1.0$	$\delta = 1.1$	$\delta = 1.2$	$\delta = 1.3$	$\delta = 1.4$	$\delta = 1.5$
p		340.6353	7.5999	1.3317	1.0068	1.0000*	1.0000*
PM		370.3764	1.1686*	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
EWMA	$\lambda = 0.05$	369.7998	1.1810	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	$\lambda = 0.2$	369.5250	1.2268	1.0000*	1.0000*	1.0000*	1.0000*
	$\lambda = 0.4$	369.5362	1.5441	1.0001	1.0000*	1.0000*	1.0000*

“*” indicates the best detection.

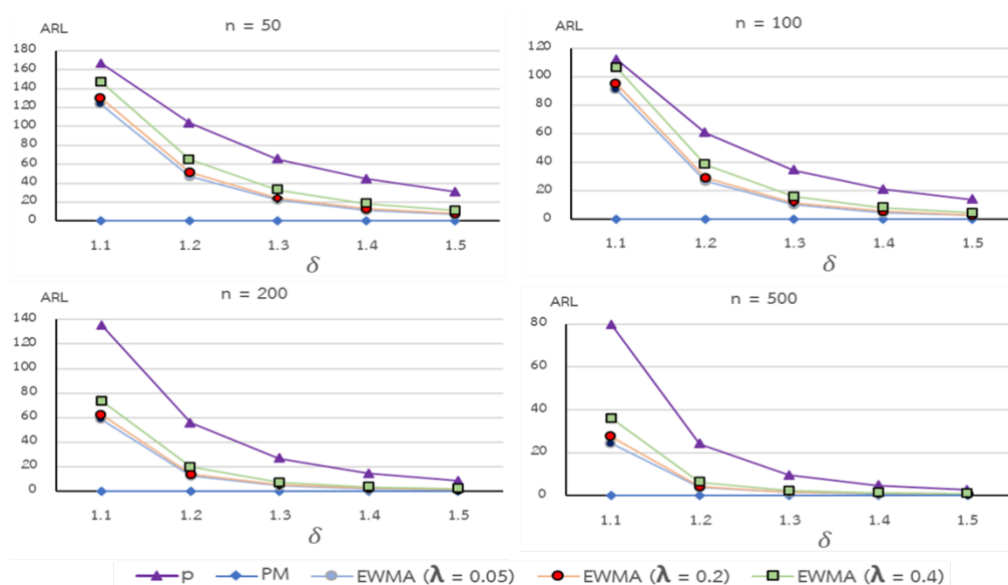


Figure 3 ARL for out of control of p, PM and EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2, 0.4$) control charts when $p_0 = 0.4$, $n = 50, 100, 200, 500$ and $\delta = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5$

4. วิจารณ์

ผลการวิจัยพบว่า เมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลง สัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้น ค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม p แผนภูมิควบคุม PM และแผนภูมิควบคุม EWMA มีแนวโน้มไปในทางเดียวกัน คือ มีแนวโน้มลดลง สำหรับ แผนภูมิควบคุม p สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลง สัดส่วนของเสียได้ดีขึ้น เมื่อค่า p_0 เพิ่มขึ้น และขนาด ตัวอย่างใหญ่ขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Rod-o [3] อีกทั้งแผนภูมิควบคุม PM สามารถตรวจจับการ เปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมอื่นๆ ทุกสถานการณ์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Abbas [6] ส่วนแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่ม ขึ้น ค่า ARL มีแนวโน้มลดลงช้าใกล้ 1 แสดงว่าแผนภูมิ ควบคุม EWMA สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลง สัดส่วนของเสียได้ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษา ของ Dewun และ Khemavuk [4]

5. สรุป

จากผลการวิจัยซึ่งเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุม 3 แบบ ได้แก่ แผนภูมิควบคุม p แผนภูมิควบคุม PM และแผนภูมิควบคุม EWMA พบว่าแผนภูมิควบคุม PM มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลง สัดส่วนของเสียได้ดีที่สุดในทุกกรณี แต่เมื่อขนาดการ เปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุม EMWA เกือบทุกค่า λ มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการ เปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีไม่แตกต่างจากแผนภูมิ ควบคุม PM ในขณะที่แผนภูมิควบคุม p มีประสิทธิภาพ ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียไม่ดีเท่า แผนภูมิควบคุม PM และแผนภูมิควบคุม EWMA ใน ทุกกรณี แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุม PM และแผนภูมิควบคุม EWMA สามารถตรวจจับการ เปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสียได้ดีขึ้น ซึ่งสามารถ สรุปภาพรวมของแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพใน การตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียได้ดีที่สุดใน แต่ละสถานการณ์ (Table 13)

Table 13 The best efficiency of control charts for $p_0 = 0.05, 0.2, 0.4, n = 50, 100, 200, 50$ and $\delta = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5$

p_0	n	δ				
		1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0.05	50	PM	PM	PM	PM	PM
	100	PM	PM	PM	PM	PM
	200	PM	PM	PM	PM	PM
	500	PM	PM	PM	PM	PM
0.2	50	PM	PM	PM	PM	PM
	100	PM	PM	PM	PM	PM
	200	PM	PM	PM	PM	PM, EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2$)
	500	PM	PM	PM, EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2$)	PM, EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2, 0.4$)	PM, EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2, 0.4$)

Table 13 The best efficiency of control charts for $p_0 = 0.05, 0.2, 0.4$, $n = 50, 100, 200, 50$ and $\delta = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5$ (Conts)

p_0	n	δ				
		1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0.4	50	PM	PM	PM	PM	PM
	100	PM	PM	PM	PM, EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2$)	PM, EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2, 0.4$)
	200	PM	PM	PM, EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2$)	PM, EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2, 0.4$)	PM, EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2, 0.4$)
	500	PM	PM, EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2$)	PM, EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2, 0.4$)	p, PM, EWMA ($\lambda = 0.05, 0.2, 0.4$)	All control charts

6. ข้อเสนอแนะ

6.1 ในการวิจัยครั้งถัดไป อาจจะศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมสำหรับสัดส่วนของเสียแบบอื่นๆ

6.2 ในการวิจัยครั้งถัดไป อาจจะใช้เกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพอื่นๆ เช่น ค่ามัธยฐานความยาวรัน (Median Run Length) เป็นต้น

7. References

- [1] Philips, C., 2006, Binomial Distribution, Mathematics Learning Centre, Sydney, 47 p.
- [2] Montgomery, D.C., 2013, Introduction to Statistical Quality Control, Seven Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 768 p.
- [3] Rod-o, W., 2016, Using of Agresti and Coull Confidence Interval for Quality Control Chart in Monitoring the Fraction Nonconforming in Production Process, Master Thesis, Kasetsart University, Bangkok, 129 p. (in Thai)
- [4] Dewun, C. and Khemavuk, P., 2018, A study of efficiency of p, EWMA and lsrt p EWMA Control Charts, Kasem Bundit E J. 8(2): 180-193. (in Thai)
- [5] Khoo, M.B., 2004, A Moving Average Control Chart for Monitoring the Fraction Non-conforming, Qual. Reliab. Engng. Int. J. 20(6):617-635.
- [6] Abbas, Z., Nazir, H.Z., Akhtar N., Abid, M. and Riaz, M., 2019, On Designing an Efficient Control Chart to Monitor Fraction Nonconforming, Qual. Reliab. Engng. Int. J. 36(2):1-18.