

การศึกษาแผนแบบพื้นผิวตอบสนองขนาดเล็กสำหรับ ตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูปในขอบเขตทรงกลม

A Study of Small Response Surface Designs for the Full Second Order Model and a Set of Reduced Models in a Spherical Region

วาคินี ประดับศรี*, บุญอ้อม โฉมทิ และอำไพ ทองธีรภาพ

ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพมหานคร 10900

Wasinee Pradubsri*, Boonorm Chomtee and Ampai Thongteeraparp

Department of Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University,

Ladyao, Chatuchak, Bangkok 10900

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนอง 5 แผนแบบ คือ แผนแบบเซ็นทรัลคอมโพสิต (Central composite design, CCD) แผนแบบสมอลคอมโพสิต (Small composite design, SCD) แผนแบบบ็อกซ์-เบห์นกัน (Box-Behnken design, BBD) แผนแบบยูนิฟอร์มเชล (Uniform shell design, USD) และแผนแบบไฮบริด (Hybrid design) ภายในขอบเขตทรงกลมสำหรับตัวแบบกำลังสองเต็ม (Full second order model) และตัวแบบลดรูป (Reduced models) เมื่อจำนวนปัจจัยเท่ากับ 3 และ 4 ($k = 3, 4$) โดยพิจารณาจากกราฟแฟรคชันออฟดีไซด์สเปส (Fraction of design space plots, FDS) เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบซึ่งแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดหมายถึงแผนแบบที่มีความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ต่ำที่สุดในช่วงตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 1 ถึง 99 ผลการศึกษาพบว่าสำหรับ $k = 3$ H311B เมื่อขนาดของแผนแบบเท่ากับ 13 ($N = 13$) เป็นแผนแบบที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดทั้งในกรณีตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูป และสำหรับ $k = 4$ H416B ($N = 19$) และ H416C ($N = 18$) เป็นแผนแบบที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดทั้งในกรณีตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูป

คำสำคัญ : แผนแบบพื้นผิวตอบสนอง; ขอบเขตทรงกลม; ตัวแบบลดรูป; กราฟแฟรคชันออฟดีไซด์สเปส

Abstract

The objective of the research is to study and compare response surface designs: Central composite designs (CCDs), Small composite designs (SCDs), Box-Behnken designs (BBDs), Uniform

shell designs (USDs) and Hybrid designs over sets of the full second order model and reduced models when the designs are in a spherical region for three and four design variables ($k = 3, 4$). The criterion comparison was Fraction of Design Space Plots (FDS). For the best efficient response surface design, it is defined as the design has the lowest scaled prediction variance in the interval of the 1st percentile to the 99th percentile. The results of the research are as follow: for $k = 3$, the H311B with 13 design sizes ($N = 13$) is the best design across the full second order model and a set of reduced models, for $k = 4$, the H416B ($N = 19$) and H416C ($N = 18$) are the best designs across the full second order model and a set of reduced models.

Keywords: response surface designs; spherical region; reduced models; fraction of design space plot

1. บทนำ

วิธีการพื้นผิวตอบสนอง (Response surface methodology, RSM) เป็นวิธีการที่รวบรวมเทคนิคทั้งทางด้านคณิตศาสตร์และสถิติมาใช้ในการสร้างตัวแบบและวิเคราะห์ปัญหาในกรณีที่ผลตอบสนองมีความสัมพันธ์กับปัจจัยหรือตัวแปรอิสระหลายตัวเพื่อหาระดับของปัจจัยที่ทำให้ผลตอบสนองมีค่าดีที่สุด โดยเรียกแผนการทดลองว่าแผนแบบพื้นผิวตอบสนอง (Response surface design) แต่เนื่องจากในทางปฏิบัติมักจะไม่สามารถหาแบบความสัมพันธ์ที่แท้จริงระหว่างตัวแปรผลตอบสนองและตัวแปรอิสระ ดังนั้นจึงต้องมีการประมาณรูปแบบความสัมพันธ์ดังกล่าวและพบว่านิยมใช้ตัวแบบกำลังสอง (Second order model) เพราะมีความยุ่งยากและซับซ้อนน้อยกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับตัวแบบอื่น ๆ สามารถแสดงตัวแบบกำลังสองได้ ดังนี้

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

เมื่อ y คือ ตัวแปรผลตอบสนอง, x_i คือปัจจัยที่ $i; i = 1, 2, \dots, k$, k คือจำนวนปัจจัยทั้งหมด, β_0 คือ จุดตัดแกน y (y intercept), $\sum_{i=1}^k \beta_i x_i$ คือเทอมของอิทธิพลเชิงเส้น (Linear Effect), $\sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2$ คือเทอม

ของอิทธิพลกำลังสอง (Quadratic effect) และ $\sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \beta_{ij} x_i x_j$ คือเทอมของอิทธิพลร่วม (Cross-product effect)

ขอบเขตที่นิยมใช้ในการวิเคราะห์แผนแบบพื้นผิวตอบสนอง คือ ขอบเขตทรงกลม (Spherical region) เพราะทำให้แผนแบบพื้นผิวตอบสนองเป็นแผนแบบที่สามารถหมุนได้ (Rotatable design) และทำให้ความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อแผนแบบถูกหมุนรอบจุดศูนย์กลาง เนื่องจากแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่ใช้ในการทดลองมีอยู่หลายแผนแบบ ดังนั้นแนวทางการเลือกใช้แผนแบบที่เหมาะสมจึงเป็นสิ่งที่สำคัญและเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อผู้วิจัยเพื่อช่วยในการตัดสินใจเลือกใช้แผนแบบที่เหมาะสมก่อนทำการทดลองจริงภายใต้ขอบเขตที่กำหนดไว้หรือทรัพยากรที่มีจำนวนจำกัด ซึ่งเกณฑ์ที่นิยมใช้เปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองได้แก่ เกณฑ์ตัวอักษรที่เหมาะสม (Alphabetic optimality criteria) และวิธีการกราฟ (Graphing method) โดยที่เกณฑ์ตัวอักษรที่เหมาะสมมีด้วยกันหลายรูปแบบ ได้แก่ D -optimality, G -optimality, A -optimality และ IV -optimality เป็นต้น

Borkowski และ Valeroso (2001) [1] ศึกษาและเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองภายใต้ขอบเขตลูกบาศก์ของตัวแบบกำลังสองเต็ม (Full second order model) และตัวแบบลดรูป (Reduced model) เพื่อหาแผนแบบที่เหมาะสมในกรณีที่ $k = 3, 4, 5$ ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบคือ D -optimality, G -optimality, A -optimality และ IV -optimality นอกจากนี้ Chomtee (2003) [2] และ Chomtee และ Borkowski (2012) [3] ศึกษาและเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองภายใต้ขอบเขตทรงกลมของตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูปเพื่อหาแผนแบบที่เหมาะสมในกรณีที่ $k = 3, 4$ ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบคือ D -optimality, G -optimality, A -optimality และ IV -optimality ซึ่งงานวิจัยดังกล่าวใช้หลักการ Weak heredity (Chipman, 1996) [4] ในการสร้างตัวแบบลดรูป

เนื่องจากงานวิจัยข้างต้นมีการใช้เกณฑ์ตัวอักษรที่เหมาะสมเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองสำหรับตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูป ซึ่งเกณฑ์ดังกล่าวเป็นการพิจารณาเกี่ยวกับเมตริกซ์แผนแบบ (Design matrix) หรือ X ของแผนแบบพื้นผิวตอบสนอง ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาการใช้กราฟเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองภายใต้ขอบเขตทรงกลมของตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูปเพื่อหาแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่เหมาะสมทั้งสำหรับตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูป โดยพิจารณาจากกราฟ FDS ซึ่งแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดหมายถึงแผนแบบที่มีความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ต่ำที่สุดในช่วงตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทม์ที่ 1 ถึง 99 สำหรับแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่ศึกษาคือ CCD, SCD, BBD, USD และ Hybrid design ในกรณีที่ $k = 3, 4$ และวิธีการสร้างตัวแบบลดรูปนี้จะใช้หลักการ Weak heredity [4]

2. วิธีการวิจัย

2.1 สร้างเมตริกซ์แผนแบบของแผนแบบพื้นผิวตอบสนองภายใต้ขอบเขตทรงกลมสำหรับ $k = 3$ ได้แก่ CCD, SCD, BBD, USD, H310, H311A และ H311B และสำหรับ $k = 4$ ได้แก่ SCD, H416A, H418B และ H416C โดยกำหนดให้ $\alpha = \sqrt{k}$ เมื่อ α คือ รัศมีหรือระยะทางตามแนวแกนจากจุดศูนย์กลางของแผนแบบ กำหนดจำนวนจุดศูนย์กลางของแผนแบบ (Center run, n_c) เท่ากับ 1 และ 3 การทำซ้ำสำหรับส่วนของ 2^k แฟคทอเรียล (2^k factorial, n_F) และส่วนของจุดในแนวแกนหรือแนวรูปดาว (2^k Axial or Star run, n_S) เท่ากับ 1 ซ้ำ ทั้งนี้ได้กำหนดขนาดของแผนแบบ (N) เป็นแผนแบบขนาดเล็กโดยที่ $N \leq 20$

2.2 สร้างตัวแบบลดรูปโดยใช้หลักการ Weak heredity [4] มีดังนี้

2.2.1 ถ้าตัวแบบประกอบด้วยเทอม x_i^2 จะต้องมีเทอม x_i ในตัวแบบ

2.2.2 ถ้าตัวแบบประกอบด้วยเทอม $x_i x_j$ จะต้องมีเทอมของ x_i หรือ x_j ในตัวแบบ

เมื่อกำหนดให้ 1 แสดงการมีเทอม x_i หรือ x_i^2 หรือ $x_i x_j$ ในตัวแบบ และ 0 แสดงการไม่มีเทอม x_i หรือ x_i^2 หรือ $x_i x_j$ ในตัวแบบ, p คือจำนวนพารามิเตอร์, dv คือจำนวนของตัวแปรแผนแบบที่ปรากฏในเทอม l หรือ c หรือ q , l คือจำนวนเทอมอิทธิพลเชิงเส้น (Linear effect), q คือจำนวนเทอมของอิทธิพลกำลังสอง (Quadratic effect) และ c คือจำนวนเทอมของอิทธิพลร่วม (Cross-product effect) โดยหลักการ Weak heredity สามารถสร้างตัวแบบลดรูปได้ 44 ตัวแบบ เมื่อ $k = 3$ และ 244 ตัวแบบ เมื่อ $k = 4$ ตามลำดับ ซึ่งตัวแบบลดรูปเมื่อ $k = 3$ สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ตัวแบบลดรูปเมื่อ $k = 3$

ตัวแบบ	p	dv	l	c	q	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2
1	10	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	9	3	3	3	2	1	1	1	1	1	1	0	1	1
3	9	3	3	2	3	1	1	1	0	1	1	1	1	1
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
29	5	3	2	2	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
30	5	2	2	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
42	3	2	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
43	3	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
44	2	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

ที่มา : Chomtee (2003) [2]

2.3 สำหรับตัวแบบทั้งหมดคำนวณค่า Scaled prediction variance (SPV) เมื่อ $k = 3, 4$ ของแต่ละแผนแบบพื้นผิวตอบสนอง ซึ่งคำนวณได้จาก

$$SPV = \frac{NV(\hat{y}(x))}{\sigma^2} = N\mathbf{x}'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}$$

เมื่อ $V(\hat{y}(x))$ คือ ความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ที่ x , $\mathbf{x}$ คือ เวกเตอร์ที่สอดคล้องกับตัวแบบ, $\mathbf{X}$ คือ เมตริกซ์แผนแบบ, N คือ ขนาดของแผนแบบ และ σ^2 คือความแปรปรวนของผลตอบสนอง โดยที่ SPV นิยมใช้เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองในกรณีที่มีขนาดของแผนแบบแตกต่างกัน โดยการหารด้วย σ^2 เพื่อขจัดอิทธิพลของความแปรปรวนของผลตอบสนอง (Quantity scale-free) และการคูณด้วย N เพื่อใช้เปรียบเทียบความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ต่อหนึ่งหน่วยขนาดแผนแบบ (Montgomery, 2004) [5]

2.4 พล็อตกราฟ FDS สำหรับตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูปในแต่ละแผนแบบพื้นผิวตอบสนอง โดย FDS ถูกนำเสนอโดย Zahran ในปี

ค.ศ. 2003 ซึ่ง FDS เป็นกราฟที่แสดงการแจกแจงของ SPV ณ ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 1 ถึง 99 ซึ่งสามารถสรุปได้จากกราฟ FDS วิธีการสร้างกราฟ FDS คือ อันดับแรกกำหนดจำนวนปัจจัยที่ต้องการศึกษา จากนั้นสร้างตัวอย่างสุ่มของจุดสำหรับแผนแบบที่แต่ละรัศมีเปลี่ยนไปของแต่ละปัจจัยที่เป็นไปได้ในขอบเขตที่สนใจศึกษา สำหรับแต่ละจุดของแผนแบบที่ได้คำนวณค่า SPV และนำค่า SPV มาเรียงลำดับจากน้อยไปหามากเพื่อหาตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ตำแหน่งต่าง ๆ พล็อตกราฟระหว่างตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์และค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ของ SPV โดยที่ตำแหน่งของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ใช้ในการพล็อตกราฟจะถูกปรับค่า (scale) เป็น 0 ถึง 1 ซึ่งค่าดังกล่าวจะสอดคล้องกับการใช้บางค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของแผนแบบ (Fraction of the design space, FDS) โดยกำหนดให้ค่า SPV ที่มีค่าน้อยที่สุดและมากที่สุดมีค่า FDS เป็น 0 และ 1 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่ามีวิธีการสร้างกราฟ FDS มีวิธีการสร้างคล้ายกับการสร้างฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมในทางสถิติ

ข้อดีของกราฟ FDS คือ สามารถแสดงค่า SPV ได้ในแต่ละระดับของตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 1 ถึง 99 และสามารถกำหนดขอบเขตในแต่ละระดับของปัจจัยสำหรับแผนแบบพื้นผิวตอบสนอง (Myers *et al.*, 2009) [6] ในงานวิจัยนี้สร้างกราฟ FDS โดยใช้โปรแกรม Matlab เวอร์ชัน 7.11.0

2.5 เปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองทั้ง 5 แผนแบบ โดยใช้กราฟ FDS ซึ่งแผนแบบใดมีค่า SPV ต่ำ หรือการแจกแจงของ SPV มีความแปรปรวนคงที่ (Stable variance) แสดงว่าแผนแบบพื้นผิวตอบสนองนั้นเหมาะสม

3. ผลการวิจัยและวิจารณ์

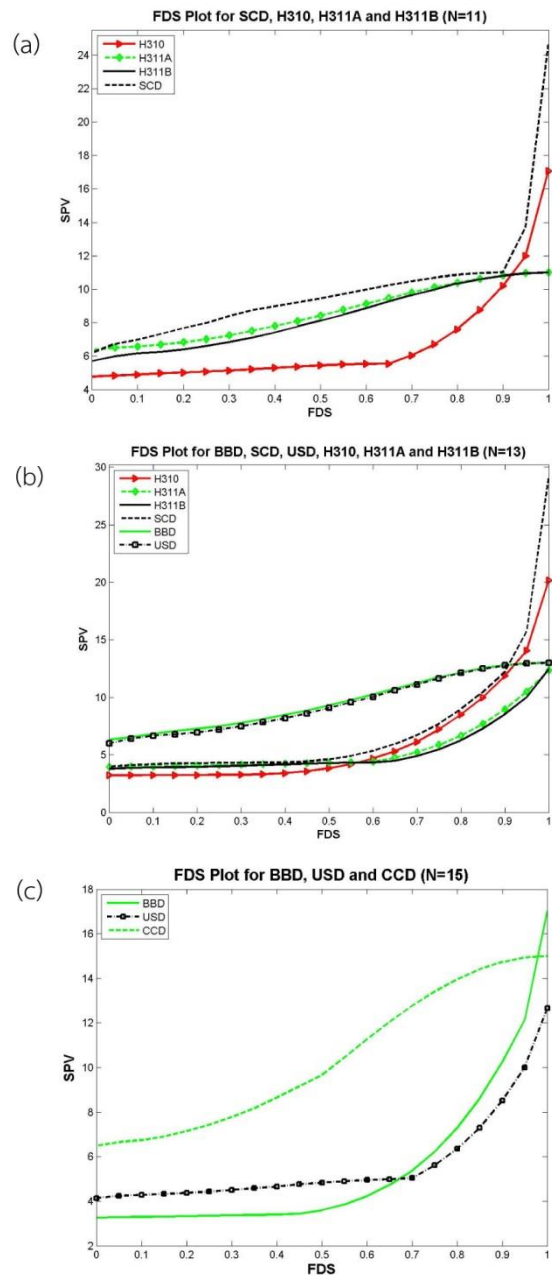
3.1 ผลการศึกษา

ในการวิจัยครั้งนี้จะเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองในกรณีที่ N เท่ากันหรือใกล้เคียงกัน โดยผลการศึกษาแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ การเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองกรณีตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูป สำหรับ $k = 3$ และ $k = 4$ ซึ่งกรณี $k = 3$ แผนแบบที่ใช้ศึกษาคือ CCD, BBD, USD, H310, H311A และ H311B และกรณี $k = 4$ แผนแบบที่ใช้ศึกษาคือ SCD, H416A, H416B และ H416C

3.1.1 ส่วนที่ 1 การเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองกรณีตัวแบบกำลังสองเต็ม

(1) กรณี $k = 3$ สามารถสรุปผลการศึกษาดังนี้

(1.1) เมื่อ $N = 11$ ดังรูปที่ 1a ผลการศึกษาพบว่า H310 เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด โดยช่วงตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 1 ถึง 90 (P_1 ถึง P_{90}) H310 จะมีค่า SPV ต่ำที่สุด และช่วงตำแหน่ง P_{90} ถึง P_{99} H311B จะมีค่า SPV ต่ำที่สุด แต่ H310 มีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่น และรองลงมา คือ H311B และ H311A ตามลำดับ



รูปที่ 1 FDS plot สำหรับ $k = 3$, $N = 11$ (a), $N = 13$ (b) และ $N = 15$ (c)

(1.2) เมื่อ $N = 13$ ดังรูปที่ 1b ผลการศึกษาพบว่า H311B เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด โดยช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{55} H311B จะมีค่า SPV สูงกว่า H310 และช่วง

ตำแหน่ง P_{55} ถึง P_{99} H311B จะมีค่า SPV ต่ำที่สุด แต่ H311B มีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่น และรองลงมาคือ H310

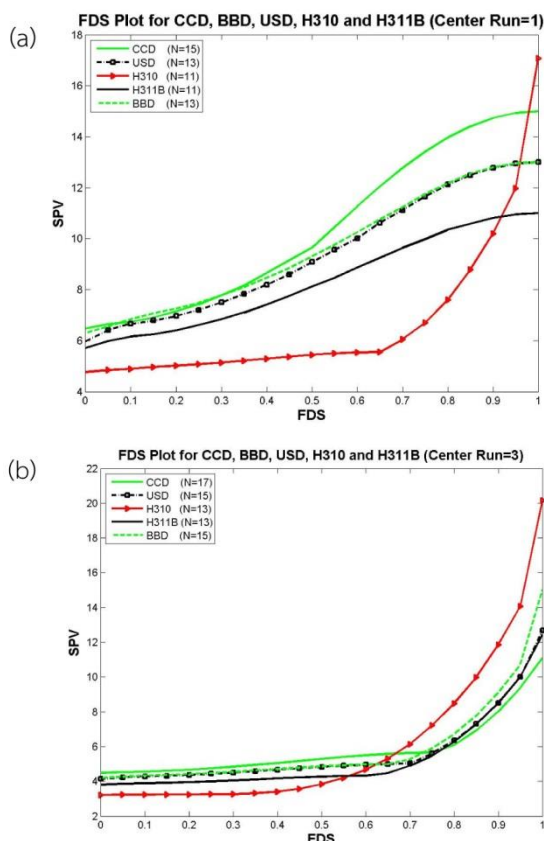
(1.3) เมื่อ $N = 15$ ดังรูปที่ 1c ผลการศึกษาพบว่า USD เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด โดยช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{65} USD จะมีค่า SPV สูงกว่า BBD และช่วงตำแหน่ง P_{65} ถึง P_{99} USD จะมีค่า SPV ต่ำที่สุด แต่ USD มีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่น และรองลงมา คือ BBD

(1.4) การแจกแจงค่า SPV ของ H311A และ H311B เมื่อ $N = 11, 13$ มีลักษณะคล้ายคลึงกัน โดยพิจารณาจากกราฟของทั้ง 2 แผนแบบ พบว่าเส้นกราฟทับกันจนเกือบเป็นเส้นเดียวกัน ในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} แต่ H311A มีค่า SPV สูงกว่า H311B เพียงเล็กน้อย แสดงว่า H311A และ H311B มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

(1.5) เมื่อพิจารณา CCD ($N = 15$), BBD ($N = 13$), USD ($N = 13$), H310 ($N = 11$) และ H311B ($N = 11$) ที่ $n_c = 1$ ดังรูปที่ 2a ผลการศึกษาพบว่า H310 เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด โดยช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{90} H310 จะมีค่า SPV ต่ำที่สุด และช่วงตำแหน่ง P_{90} ถึง P_{99} H310 จะมีค่า SPV สูงกว่า H311B แต่ H310 มีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่น และรองลงมา คือ H311B ในขณะที่ $n_c = 3$ ดังรูปที่ 2b ผลการศึกษาพบว่า H311B ($N = 13$) เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด โดยช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{55} H311B จะมีค่า SPV สูงกว่า H310 ($N = 11$) และช่วงตำแหน่ง P_{55} ถึง P_{99} H311B จะมีค่า SPV ต่ำที่สุด แต่ H311B มีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่น และรองลงมาคือ H310 และ USD ($N = 15$) ตามลำดับ

(1.6) เมื่อ n_c เพิ่มขึ้นจาก 1 เป็น 3 มีผลทำให้ SPV มีแนวโน้มลดลง โดยที่ $n_c = 3$ SPV

จะมีค่าต่ำที่สุด และในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{60} มีผลทำให้ SPV มีค่าคงที่มากขึ้น ดังนั้นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มี $n_c = 3$ จะมีประสิทธิภาพดีที่สุด ในแผนแบบพื้นผิวตอบสนองทั้ง 7 แผนแบบ คือ CCD ($N = 17$), BBD ($N = 15$), SCD ($N = 13$), USD ($N = 15$), H310 ($N = 13$), H311A ($N = 13$) และ H311B ($N = 13$)

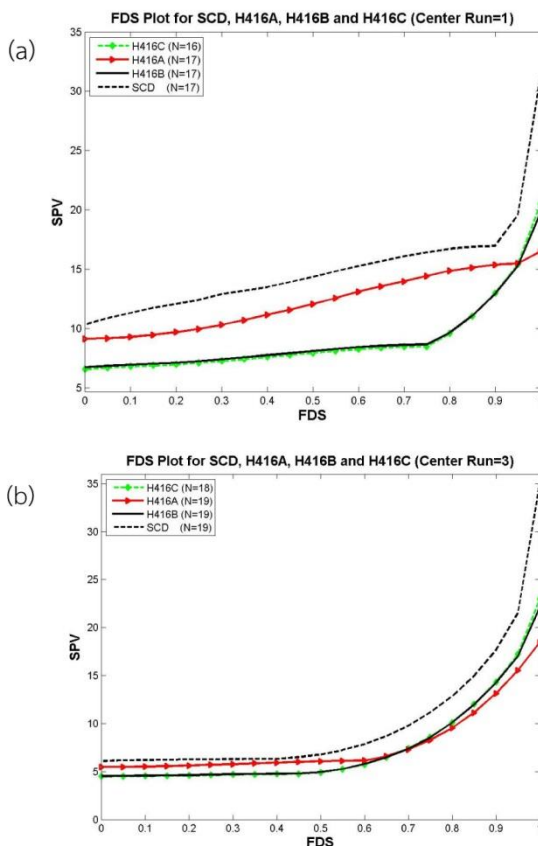


รูปที่ 2 FDS plot สำหรับ CCD, BBD, USD, H310, และ H311B เมื่อ $k = 3$, $n_c = 1$ (a) และ $n_c = 3$ (b)

(2) กรณี $k = 4$ สามารถสรุปผลการศึกษาดังนี้

(2.1) เมื่อ $n_c = 1, 3$ ดังรูปที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า H416B ($N = 17, 19$) และ H416C

($N = 16, 18$) เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด โดยช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{95} และ P_1 ถึง P_{60} สำหรับ $n_c = 1, 3$ ตามลำดับ H416B และ H416C จะมีค่า SPV ต่ำที่สุด และช่วงตำแหน่ง P_{95} ถึง P_{99} และ P_{60} ถึง P_{99} H416A ($N = 17, 19$) จะมีค่า SPV ต่ำที่สุด แต่ H416B และ H416C มีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่น และรองลงมา คือ H416A



รูปที่ 3 FDS plot สำหรับ SCD, H416A, H416B และ H416C เมื่อ $k = 4$, $n_c = 1$ (a) และ $n_c = 3$ (b) (หมายเหตุ : กราฟของ H416B และ H416C เป็นเส้นเดียวกัน)

(2.2) การแจกแจงค่า SPV ของ H416B ($N = 17, 19$) และ H416C ($N = 16, 18$)

มีลักษณะคล้ายคลึงกัน โดยพิจารณาจากกราฟของทั้ง 2 แผนแบบ พบว่าเส้นกราฟทับกันจนเกือบเป็นเส้นเดียวกันในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} แสดงว่า H416B และ H416C มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

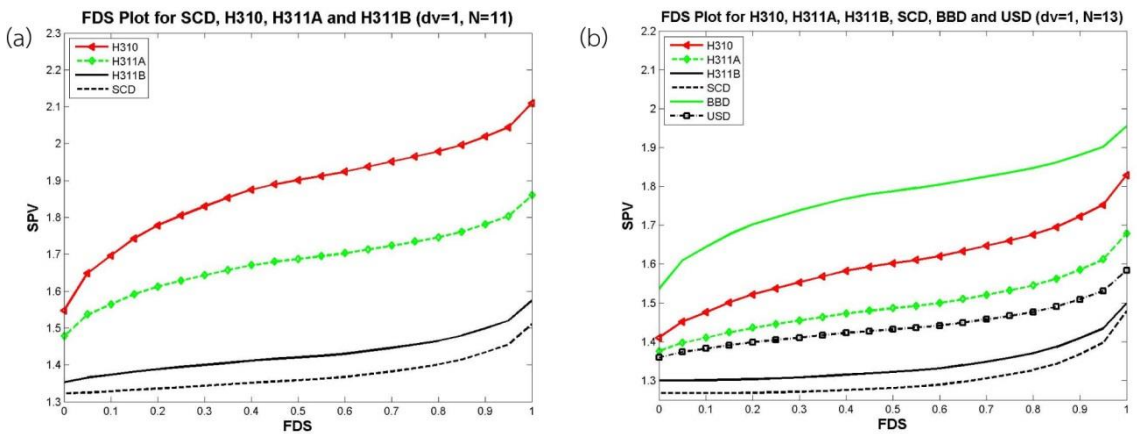
(2.3) เมื่อ n_c เพิ่มขึ้นจาก 1 เป็น 3 มีผลทำให้ SPV มีแนวโน้มลดลง โดยที่ $n_c = 3$ SPV จะมีค่าต่ำที่สุด และในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{55} มีผลทำให้ SPV มีค่าคงที่มากขึ้น ดังนั้นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มี $N = 3$ จะมีประสิทธิภาพดีที่สุดในแผนแบบพื้นผิวตอบสนองทั้ง 4 แผนแบบ คือ SCD ($N = 19$), H416A ($N = 19$), H416B ($N = 19$) และ H416C ($N = 18$)

3.1.2 ส่วนที่ 2 การเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองกรณีตัวแบบลดรูป

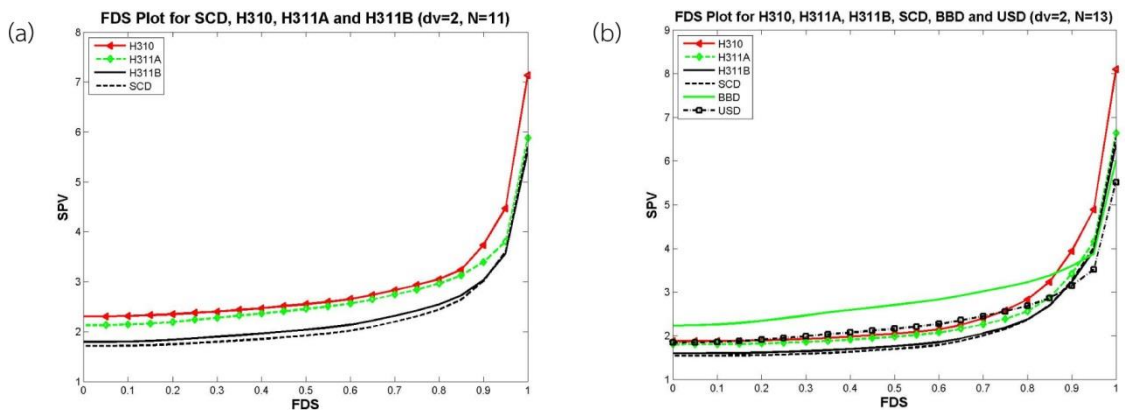
ผลการศึกษาเปรียบเทียบจากกราฟ FDS สำหรับแผนแบบ CCD, BBD, SCD, USD, H310, H311A และ H311B เมื่อ $k = 3$ และสำหรับแผนแบบ SCD, H416A, H416B และ H416C เมื่อ $k = 4$ สามารถสรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

(1) กรณี $k = 3$ พิจารณา $dv = 1, 2$ สามารถสรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

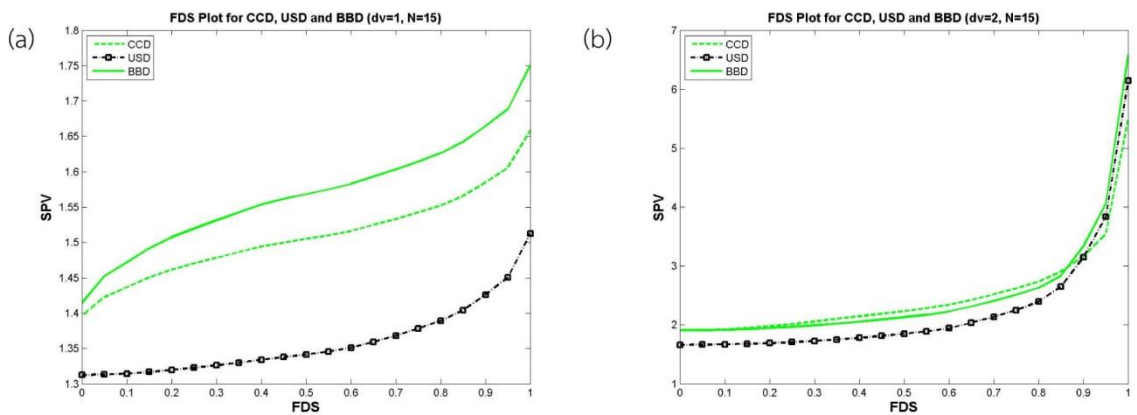
(1.1) เมื่อ $N = 11, 13$ ดังรูปที่ 4 และ 5 ผลการศึกษาพบว่า SCD เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด เพราะ SCD มีค่า SPV ต่ำที่สุด และมีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่น ในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} และ P_1 ถึง P_{80} สำหรับ $dv = 1, 2$ ตามลำดับ และรองลงมา คือ H311B นอกจากนี้เมื่อพิจารณา $dv = 2$ ดังรูปที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า SCD และ H311B มีการแจกแจงค่า SPV คล้ายคลึงกัน โดยช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{90} ค่า SPV ของ SCD มีค่าต่ำกว่า H311B เพียงเล็กน้อย และช่วงตำแหน่ง P_{90} ถึง P_{99} ค่า SPV ของทั้ง 2 แผนแบบ มีค่าเท่ากันซึ่งเส้นกราฟของทั้ง 2 แผนแบบจะทับกันจนเป็นเส้นเดียวกัน แสดงว่า SCD และ H311B มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน



รูปที่ 4 FDS plot สำหรับ $k = 3$, $dv = 1$, $N = 11$, (a) และ $N = 13$ (b)



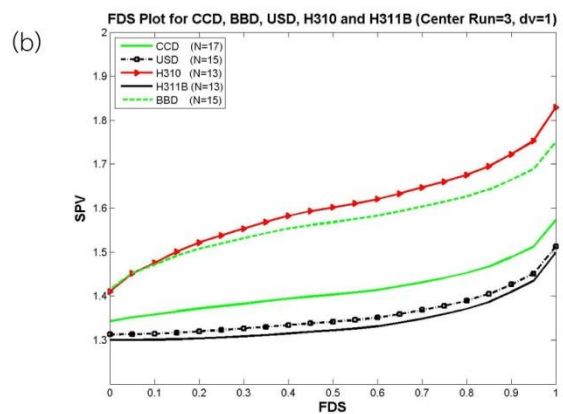
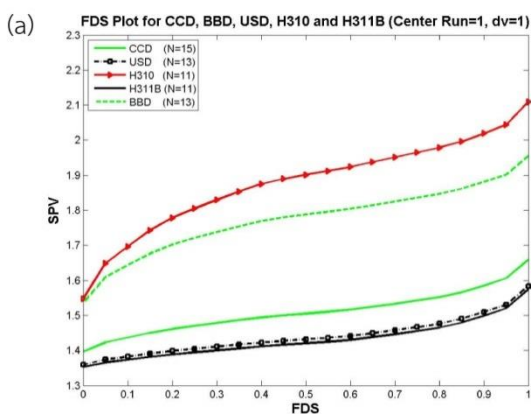
รูปที่ 5 FDS plot สำหรับ $k = 3$, $dv = 2$, $N = 11$, (a) และ $N = 13$ (b)



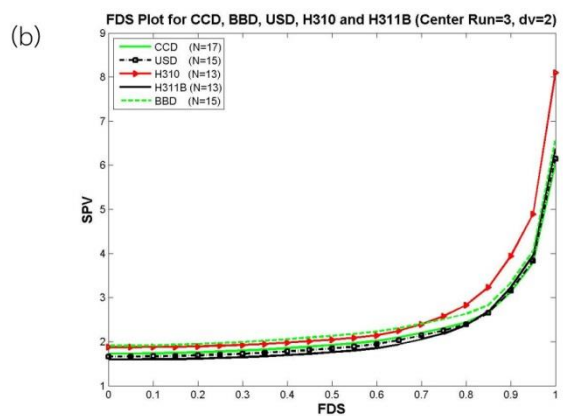
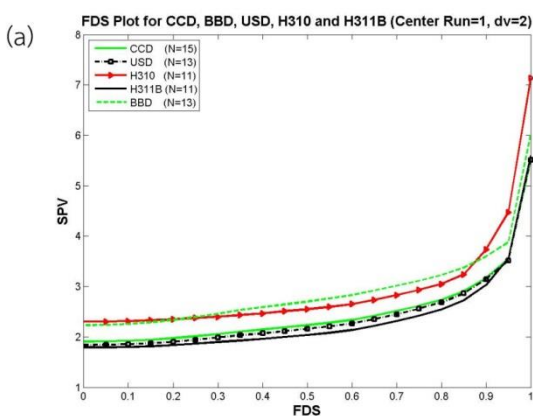
รูปที่ 6 FDS plot สำหรับ $k = 3$, $N = 15$, $dv = 1$ (a) และ $dv = 2$ (b)

(1.2) เมื่อใช้ $N = 15$ ดังรูปที่ 6 ผลการศึกษาพบว่า USD เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด เพราะ SCD มีค่า SPV ต่ำที่สุด และมีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่นในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} และรองลงมาคือ CCD สำหรับ $dv = 1$ ในขณะที่ $dv = 2$ ค่า SPV มีค่าคงที่มากกว่าแผนแบบอื่นในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{90} และรองลงมา คือ BBD

(1.3) เมื่อพิจารณา CCD ($N = 15$, 17), BBD ($N = 13$, 15), USD ($N = 13$, 15), H310 ($N = 11$, 13) และ H311B ($N = 11$, 13) ที่ $n_c = 1, 3$ ดังรูปที่ 7 และ 8 ผลการศึกษาพบว่า H311B เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด เพราะ H311B มีค่า SPV ต่ำที่สุด และมีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่นในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} และ P_1 ถึง P_{80} สำหรับ $dv = 1, 2$ ตามลำดับ และรองลงมา คือ USD



รูปที่ 7 FDS plot สำหรับ $k = 3$, $dv = 1$, $n_c = 1$ (a) และ $n_c = 3$ (b)



รูปที่ 8 FDS plot สำหรับ CCD, BBD, USD, H310, และ H311B เมื่อ $k = 3$, $dv = 2$, $n_c = 1$ (a) และ $n_c = 3$ (b)

(1.4) เมื่อพิจารณาที่ $dv = 2$ เมื่อ $N = 11, 13$ ณ ตำแหน่ง P_{95} เป็นต้นไป ดังรูปที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า SCD, H311A และ H311B มีค่า SPV เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและใกล้เคียงกัน โดยพิจารณาจากกราฟของทั้ง 3 แผนแบบ ทับกันจนเกือบเป็นเส้นเดียวกัน แสดงว่าช่วงตำแหน่ง P_{95} ถึง P_{99} SCD, H311A และ H311B มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน ในทำนองเดียวกันเมื่อพิจารณา $n_c = 1, 3$ ณ ตำแหน่ง P_{90} เป็นต้นไป ดังรูปที่ 8 ผลการศึกษาพบว่า CCD, BBD, USD และ H311B มีค่า SPV เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและใกล้เคียงกัน โดยพิจารณาจากกราฟของทั้ง 4 แผนแบบ ทับกันจนเกือบเป็นเส้นเดียวกัน แสดงว่าช่วงตำแหน่ง P_{90} ถึง P_{99} CCD, BBD, USD และ H311B มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

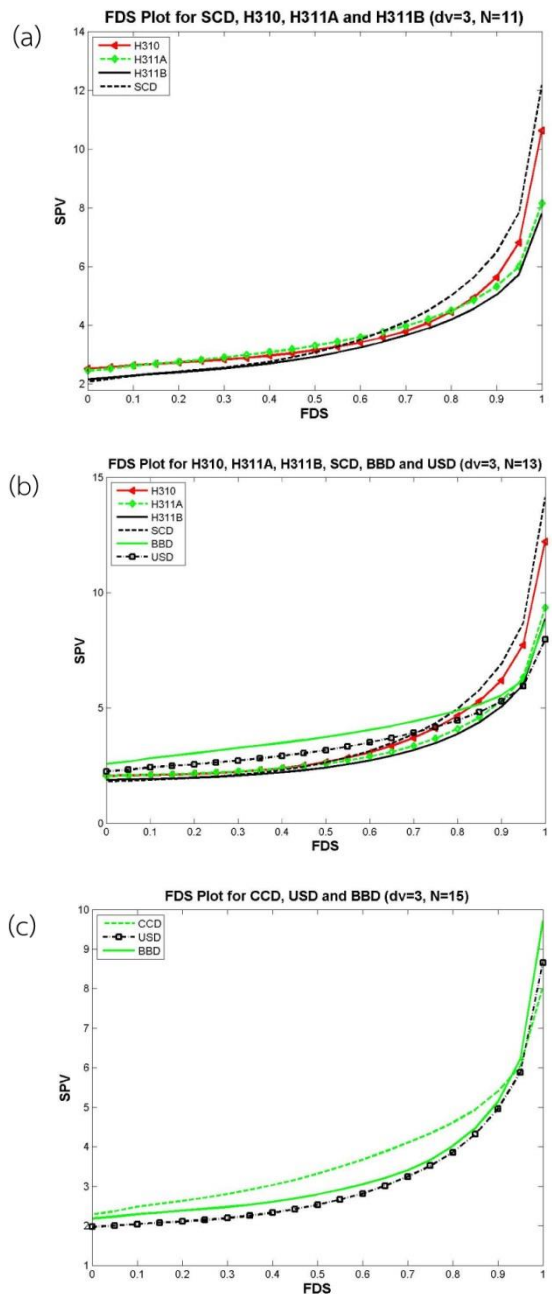
(2) กรณี $k = 3$ พิจารณา $dv = 3$ สามารถสรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

(2.1) เมื่อ $N = 11, 13$ ดังรูปที่ 9a และ 9b ผลการศึกษาพบว่า H311B เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด เพราะ H311B มีค่า SPV ต่ำที่สุด และมีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่นในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} และรองลงมา คือ H311A

(2.2) เมื่อ $N = 15$ ดังรูปที่ 9c ผลการศึกษาพบว่า USD เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด โดยช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{95} USD จะมีค่า SPV ต่ำที่สุด และในช่วงตำแหน่ง P_{95} ถึง P_{99} USD จะมีค่า SPV สูงกว่า CCD เพียงเล็กน้อย แต่ USD มีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่น และรองลงมา คือ BBD

(2.3) เมื่อพิจารณา CCD ($N = 15, 17$), BBD ($N = 13, 15$), USD ($N = 13, 15$), H310 ($N = 11, 13$) และ H311B ($N = 11, 13$) ที่ $n_c = 1, 3$ ดังรูปที่ 10 ผลการศึกษาพบว่า H311B

เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด เพราะมีค่า SPV ต่ำที่สุดและมีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่นในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} และรองลงมา

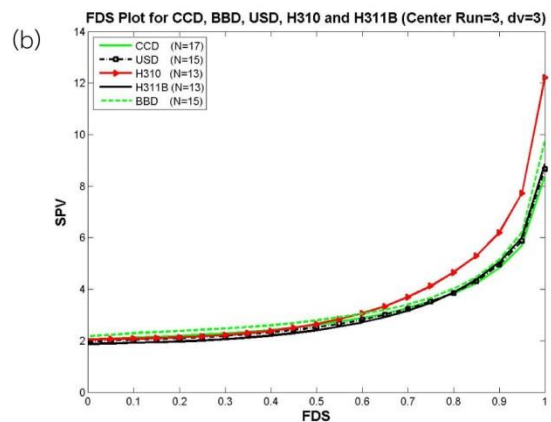
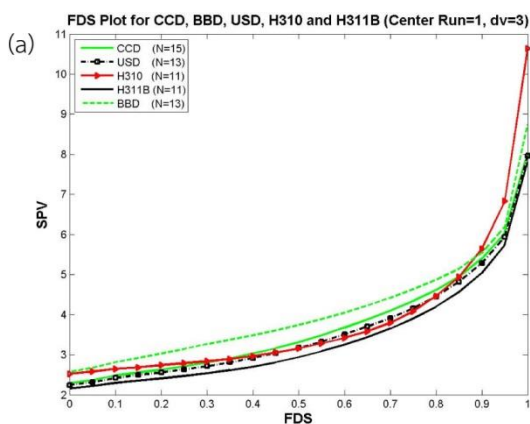


รูปที่ 9 FDS plot สำหรับ $k = 3$, $dv = 3$, $N = 11$, (a), $N = 13$ (b) และ $N = 15$ (c)

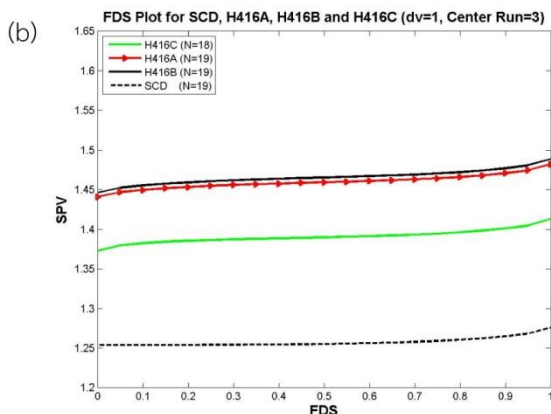
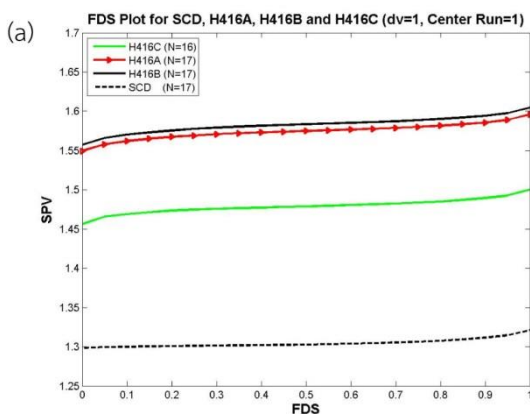
คือ USD และ CCD ตามลำดับ นอกจากนี้เมื่อ $n_c = 3$ ผลการศึกษาพบว่า CCD ($N = 17$), BBD ($N = 15$), USD ($N = 17$) และ H311B ($N = 13$) มีลักษณะการแจกแจงค่า SPV คล้ายคลึงกัน โดยพิจารณาจากกราฟของทั้ง 4 แผนแบบ พบว่าเส้นกราฟทับกันจนเกือบเป็นเส้นเดียวกันในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} แสดงว่า CCD, BBD, USD และ H311B มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

ทั้งนี้การเปลี่ยนแปลงของ dv ในทุก ๆ

กรณี เมื่อ n_c เพิ่มขึ้นจาก 1 เป็น 3 มีผลทำให้ SPV มีแนวโน้มลดลง โดยที่ $n_c = 3$ SPV จะมีค่าต่ำที่สุด และในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{60} จะมีผลทำให้ SPV มีค่าคงที่มากขึ้น ดังนั้นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มี $n_c = 3$ จะมีประสิทธิภาพดีที่สุดในแผนแบบพื้นผิวตอบสนองทั้ง 7 แผนแบบ คือ CCD ($N = 17$), BBD ($N = 15$), SCD ($N = 13$), USD ($N = 15$), H310 ($N = 13$), H311A ($N = 13$) และ H311B ($N = 13$)



รูปที่ 10 FDS plot สำหรับ CCD, BBD, USD, H310, และ H311B เมื่อ $k = 3$, $dv = 3$, $n_c = 1$ (a) และ $n_c = 3$ (b)

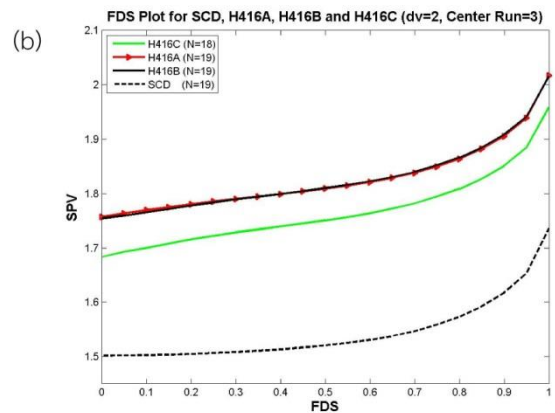
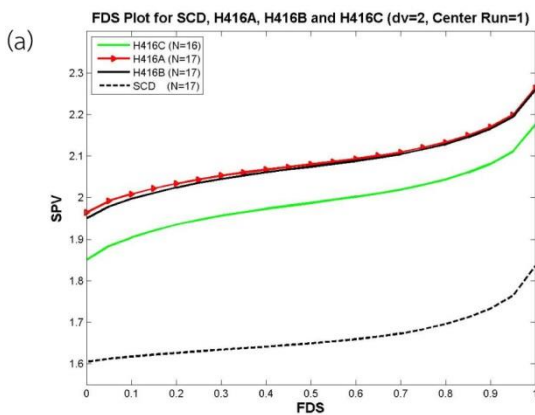


รูปที่ 11 FDS plot สำหรับ $k = 4$ เมื่อ $dv = 1$, $n_c = 1$ (a) และ $n_c = 3$ (b)

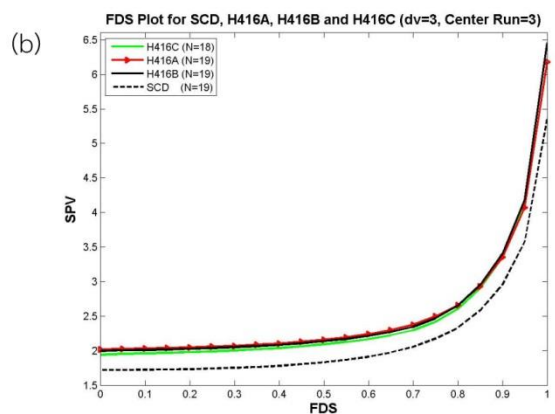
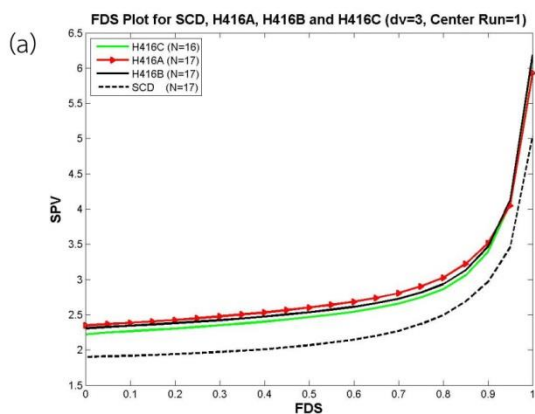
(3) กรณี $k = 4$ พิจารณา $dv = 1, 2, 3$ สามารถสรุปผลการศึกษาดังนี้

(3.1) เมื่อพิจารณา SCD ($N = 17, 19$), H416A ($N = 17, 19$), H416B ($N = 17, 19$) และ H416C ($N = 16, 18$) ที่ $n_c = 1, 3$ ดังรูปที่ 11 ผลการศึกษาพบว่า SCD เป็นแผนแบบที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด เพราะ SCD มีค่า SPV ต่ำที่สุด และมีความแปรปรวนคงที่มากกว่าแผนแบบอื่นในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} และรองลงมา คือ H416C

(3.2) เมื่อพิจารณา $dv = 2$ ดังรูปที่ 12 ผลการศึกษาพบว่า H416A ($N = 17, 19$) และ H416B ($N = 17, 19$) มีค่า SPV คล้ายคลึงกัน โดยช่วงตำแหน่ง P_{50} ถึง P_{99} และช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} สำหรับ $n_c = 1, 3$ ตามลำดับ ค่า SPV ของทั้ง 2 แผนแบบ มีค่าเท่ากันซึ่งเส้นกราฟของทั้ง 2 แผนแบบ ทับกันจนเป็นเส้นเดียวกัน แสดงว่า H416A และ H416B มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน



รูปที่ 12 FDS plot สำหรับ $k = 4$ เมื่อ $dv = 2$, $n_c = 1$ (a) และ $n_c = 3$ (b) [หมายเหตุ : กราฟของ H416A ($N = 19$) และ H416B ($N = 19$) เมื่อ $n_c = 3$ เป็นเส้นเดียวกัน]



รูปที่ 13 FDS plot สำหรับ $k = 4$ เมื่อ $dv = 3$, $n_c = 1$ (a) และ $n_c = 3$ (b) [หมายเหตุ : กราฟของ H416A ($N = 19$), H416B ($N = 19$) และ H416C ($N = 18$) เมื่อ $n_c = 3$ เป็นเส้นเดียวกัน]

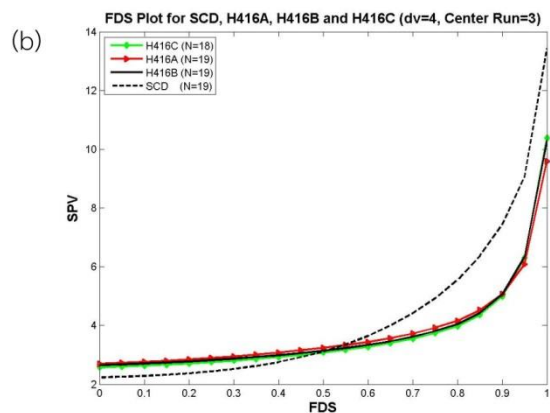
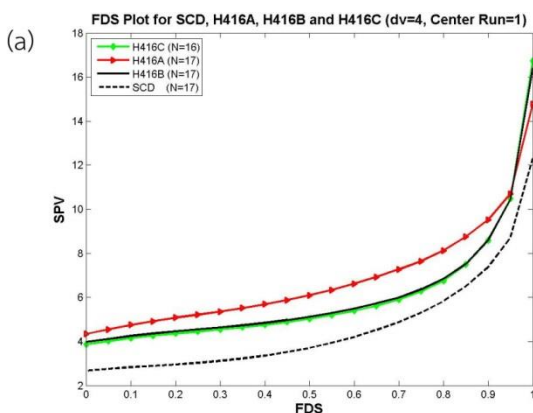
(3.3) เมื่อพิจารณา $dv = 3$ ดังรูปที่ 13 ผลการศึกษาพบว่า H416A ($N = 17, 19$), H416B ($N = 17, 19$) และ H416C ($N = 16, 18$) มีการแจกแจงค่า SPV คล้ายคลึงกัน โดยช่วงตำแหน่ง P_{90} ถึง P_{99} และช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} สำหรับ $n_c = 1, 3$ ตามลำดับ ค่า SPV ของทั้ง 3 แผนแบบมีค่าเท่ากันซึ่งเส้นกราฟของทั้ง 3 แผนแบบ ทับกันจนเป็นเส้นเดียวกัน แสดงว่า H416A, H416B และ H416C มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

(4) พิจารณา $dv = 4$ สามารถสรุปผลการศึกษาดังนี้

(4.1) เมื่อพิจารณาที่ $n_c = 1, 3$ ดังรูปที่ 14 ผลการศึกษาพบว่า H416B ($N = 17, 19$) และ H416C ($N = 16, 18$) จะมีค่า SPV ต่ำที่สุดในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{95} และ P_1 ถึง P_{70} สำหรับ $n_c = 1, 3$ ตามลำดับ และ H416A ($N = 17, 19$) จะมีค่า SPV ต่ำที่สุดในช่วงตำแหน่ง P_{95} ถึง P_{99}

และ P_{70} ถึง P_{99} ตามลำดับ แต่ H416B และ H416C มีค่า SPV คงที่มากกว่าแผนแบบอื่น ดังนั้น H416B และ H416C เป็นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด รองลงมาคือ H416A

(4.2) การแจกแจงค่า SPV ของ H416B ($N = 17, 19$) และ H416C ($N = 16, 18$) มีลักษณะคล้ายคลึงกัน โดยพิจารณาจากกราฟของทั้ง 2 แผนแบบ พบว่าเส้นกราฟทับกันจนเกือบเป็นเส้นเดียวกันในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} แสดงว่า H416B และ H416C มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน และเมื่อ $n_c = 3$ ผลการศึกษาพบว่า การแจกแจงค่า SPV ของ H416A ($N = 19$), H416B ($N = 19$) และ H416C ($N = 18$) มีลักษณะคล้ายคลึงกัน โดยพิจารณาจากกราฟของทั้ง 3 แผนแบบพบว่าเส้นกราฟทับกันจนเกือบเป็นเส้นเดียวกันในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} แสดงว่า H416A, H416B และ H416C มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน



รูปที่ 14 FDS plot สำหรับ $k = 4$ เมื่อ $dv = 4$, $n_c = 1$ (a) และ $n_c = 3$ (b) [หมายเหตุ : กราฟของ H416B ($N = 17$) และ H416C ($N = 16$) เมื่อ $n_c = 1$ เป็นเส้นเดียวกัน กราฟของ H416A ($N = 19$), H416B ($N = 19$) และ H416C ($N = 18$) เมื่อ $n_c = 3$ เป็นเส้นเดียวกัน]

ทั้งนี้การเปลี่ยนแปลงของ dv ในทุก ๆ กรณี เมื่อ n_c เพิ่มขึ้นจาก 1 เป็น 3 มีผลทำให้ SPV มีแนวโน้มลดลงโดยที่ $n_c = 3$ SPV จะมีค่าต่ำที่สุด

และในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{95} จะมีผลทำให้ SPV มีค่าคงที่มากกว่าแผนแบบอื่น ดังนั้นแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มี $n_c = 3$ จะมีประสิทธิภาพดีที่สุด

แผนแบบพื้นผิวตอบสนองทั้ง 4 แผนแบบ คือ SCD ($N = 19$), H416A ($N = 19$), H416B ($N = 19$) และ H416C ($N = 18$)

3.2 วิจัย

3.2.1 สำหรับตัวแบบกำลังสองเต็ม ผลการศึกษาพบว่าเมื่อ n_c เพิ่มขึ้นจาก 1 เป็น 3 มีผลทำให้ SPV มีแนวโน้มลดลง และในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{60} เมื่อ $k = 3$ และในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{55} เมื่อ $k = 4$ SPV มีค่าคงที่มากกว่าแผนแบบอื่น ดังนั้นที่ $n_c = 3$ จะทำให้แผนแบบพื้นผิวตอบสนองเกือบทุกแผนแบบมีประสิทธิภาพดีกว่า $n_c = 1$ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Montgomery (2004) [5]

3.2.2 สำหรับตัวแบบลดรูป กรณีที่ $k = 3$, $N = 11, 13$ และ $q \leq 2$ ผลการศึกษาพบว่า H311B เป็นแผนแบบที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด และกรณีที่ $k = 4$, $n_c = 1, 3$ และ $q \leq 4$ ผลการศึกษาพบว่า H416A ($N = 17, 19$) และ H416C ($N = 16, 18$) เป็นแผนแบบที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Choomtee (2003) [2]

4. สรุป

FDS เป็นเทคนิควิธีการกราฟที่ใช้ศึกษาประสิทธิภาพของ SPV ในช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} สำหรับแผนแบบพื้นผิวตอบสนองว่ามีลักษณะการแจกแจงของ SPV เป็นอย่างไร และแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดหมายถึงแผนแบบที่มีความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ต่ำที่สุดในช่วงตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 1 ถึง 99 ซึ่งจากผลการศึกษาพบว่าทั้งตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูปเมื่อ $k = 3, 4$ เมื่อ n_c เพิ่มขึ้นจะมีผลทำให้ SPV มีแนวโน้มลดลงและทำให้ SPV มีค่าคงที่ตลอดช่วงตำแหน่ง P_1 ถึง P_{99} โดยเฉพาะที่ $n_c = 3$ จะทำให้แผนแบบพื้นผิวตอบสนองเกือบทุกแผนแบบจะมีประสิทธิภาพดี

ยกเว้นในกรณีที่ $q = 0$ ผลการศึกษาพบว่าที่ $n_c = 1$ จะทำให้ค่า SPV มีค่าต่ำที่สุด เมื่อ $k = 3$ ผลการศึกษาพบว่า H311B ($N = 13$) เป็นแผนแบบที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดทั้งในกรณีตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูป ดังแสดงในตารางที่ 2 และเมื่อ $k = 4$ ผลการศึกษาพบว่า H416B ($N = 19$) และ H416C ($N = 18$) เป็นแผนแบบที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดทั้งในกรณีตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูป ดังแสดงในตารางที่ 3

5. ข้อเสนอแนะ

5.1 การเลือกใช้แผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่เหมาะสมก่อนทำการทดลองจริงภายใต้ทรัพยากรที่มีจำนวนจำกัด เช่น ต้นทุน แรงงาน ควรเลือกใช้แผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่ $N \leq 16$ ดังผลการศึกษาในครั้งนี้ซึ่งพบว่า H311B ($N = 11$) และ H416C ($N = 16$) เป็นแผนแบบที่เหมาะสมเมื่อ $k = 3$ และ 4 ตามลำดับ

5.2 ศึกษาและเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองสำหรับตัวแบบกำลังสองเต็มและตัวแบบลดรูปโดยอาจพิจารณาจากกราฟอื่น ๆ เช่น Componentwise variance dispersion graph (CVDG)

6. รายการอ้างอิง

- [1] Borkowski, J.J. and Valeroso, E.S., 2001, Comparison of design optimality criteria of reduced models for response surface designs in the hypercube, *Technometrics* 43: 468-477.
- [2] Chomtee, B., 2003, Comparison of Design Optimality Criteria of Reduced Models for Response Surface Designs in a Spherical Design Region, Ph.D. Thesis,

ตารางที่ 2 แผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่เหมาะสม 2 อันดับแรก สำหรับสถานการณ์ต่าง ๆ กรณี $k = 3$

N	ตัวแบบเต็มรูป	ตัวแบบลดรูป	
		$dv \leq 2$	$dv = 3$
11	H310 ($n_C = 1$), H311B ($n_C = 1$)	SCD ($n_C = 1$), H311B ($n_C = 1$)	H311B ($n_C = 1$), H311A ($n_C = 1$)
13	H311B ($n_C = 3$), H310 ($n_C = 3$)	SCD ($n_C = 3$), H311B ($n_C = 3$)	H311B ($n_C = 3$), H311A ($n_C = 3$)
15	USD ($n_C = 3$), BBD ($n_C = 3$)	USD ($n_C = 3$), CCD ($n_C = 1$)	USD ($n_C = 3$), CCD ($n_C = 1$)

ตารางที่ 3 แผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่เหมาะสม 2 อันดับแรก สำหรับสถานการณ์ต่าง ๆ กรณี $k = 4$

n_C	ตัวแบบเต็มรูป	ตัวแบบลดรูป	
		$dv \leq 3$	$dv = 4$
1	H416A ($N = 17$)/ H416B ($N = 17$)/ H416C ($N = 16$)	SCD ($N = 17$), H416C ($N = 16$)	SCD ($N = 17$), H416B ($N = 17$)
3	H416A ($N = 17$)/ H416B ($N = 17$)/ H416C ($N = 16$)	SCD ($N = 17$), H416C ($N = 16$)	SCD ($N = 17$), H416B ($N = 17$)

หมายเหตุ : แผนแบบ 1, แผนแบบ 2 หมายถึง แผนแบบที่มีประสิทธิภาพดีอันดับ 1 และ 2 ตามลำดับ

แผนแบบ 1/ แผนแบบ 2 หมายถึง แผนแบบที่ 1 และแผนแบบที่ 2 มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

Montana State University, 410 p.

- [3] Chomtee, B. and Borkowski, J.J., 2012, Comparison of response surface designs in a spherical region, World Acad. Sci. Eng. Technol. 65: 537-540.
- [4] Chipman, H.A., 1996, Bayesian variable selection with related predictors, Can. J. Stat. 24: 17-36.

- [5] Montgomery, D.C., 2004, Design and Analysis of Experiments, 6th Ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 660 p.
- [6] Myers, R.H., Montgomery, D.C. and Anderson-Cook, C.M., 2009, Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments, 3rd Ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 704 p.